



TITLE:

上下水道における集配水の合理化
に関する基礎的研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

末石, 富太郎

CITATION:

末石, 富太郎. 上下水道における集配水の合理化に関する基礎的研究. 京都帝国大学, 1961, 工学博士

ISSUE DATE:

1961-11-25

URL:

<https://doi.org/10.14989/138521>

RIGHT:

上下水道における集配水の
合理化に関する基礎的研究

昭和36年7月

末石富太郎

上下水道における集配水の合理化に関する基礎的研究

正 誤 表

ページ	行	誤	正
Ⅳ	下 10	7.2° 雨水量算定公式とその検討	従来の雨水量算定公式とその検討
4	下 3	下水道計画においても	下水道計画
5	下 6	研究に立却して、	立脚して、
9	上 4	経済的考案	考察
15	下 14	基準が得ること	基準を得ること
16	上 5	淀川を水源となる	水源とする
20	上 2	を伴なう開水路不定流	開水路不定流
22	上 10	摩擦抵抗項と	抵抗項と
24	(2-11) 式	$\frac{\dot{g}}{Bh}$	$\frac{\dot{q}}{Bh}$
27	(2-15) 式	$\dot{g}h/Q$	$\dot{q}h/Q$
30	図-2-4	\dot{L}_i による	\dot{L}_i による
35	下 5	他の記号は前通りである。	\dot{c} はその流量係数である。
53	上 4	管内流量 Q と Q_0 の比	Q と Q_0 の比
57	下 5	ただし $\dot{\epsilon} > 0$ では	$\dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_\infty$ では
70	上 3	流入特性 ⁵³⁾	流出入特性 ⁵³⁾
74	(2-109)' 式	(左辺が脱落)	$\dot{k}_2 =$
76	下 1	$(Q_0 - Q_L)/\dot{I}$ であるから、	$(Q_0 - Q_L)/\dot{I}$ であるから、
113	上 6	U_L/U_0 の区間でさえ、	$U_L/U_0 = 0$ の区間
118	上 4	観察された。	観察された。

(裏面へつづき)

ページ	行	誤	正
137	上 1	従つて集 [・] 達 [・] 埋 [・] きよは	集 [・] 水 [・] 埋 [・] きよ
164	上 8	管軸方向の流 [・] れの加 [・] 速 [・] 度	管軸と直 [・] 角 [・] 方 [・] 向 [・] の
187	下 7	$x = \dot{D}$ の位 [・] 置 [・] にも	$x = \dot{W}$ の位 [・] 置 [・]
223	上 4	それ [・] が [・] 定 [・] 層 [・] 流 [・] によ [・] つ [・] て	底 [・] 層 [・] 流 [・] によ [・] つ [・] て
225	下 3	中央部では少 [・] き過 [・] ぎる	小 [・] き過 [・] ぎる
243	上 2	それぞれ [・] Y_{mS} , q_{mS} に	Y_S , q_{mS} に
244	下 7	流 [・] 通 [・] 分 [・] 布 [・] 状 [・] 態	流 [・] 量 [・] 分 [・] 布 [・] 状 [・] 態
258	下 1	変 [・] 化 [・] 率 [・] が大 [・] きい [・] き [・] ほ [・] ど,	大 [・] きい [・] と [・] き [・] ほ [・] ど,
263	上 1	主 [・] 管 [・] を数 [・] 多 [・] く設 [・] け,	枝 [・] 管 [・] を数 [・] 多 [・] く
267	上 9	砂 [・] 利 [・] 層 [・] の構 [・] 成 [・] や小 [・] 孔 [・] によ [・] つ [・] て,	小 [・] 孔 [・] の種 [・] 類 [・] によ [・] つ [・] て,
279	下 10	Des [・] ing,	Des [・] ign,
280	下 14	急 [・] 速 [・] ろ過 [・] 時 [・] にお [・] け [・] る	急 [・] 速 [・] ろ過 [・] 池 [・] 逆 [・] 洗 [・] 浄 [・] 時 [・] にお [・] け [・] る
284	下 4	か [・] な [・] り [・] 単 [・] 時 [・] 間 [・] の豪 [・] 雨	短 [・] 時 [・] 間 [・] の
289	上 1	み [・] う [・] け [・] ら [・] れ [・] ぬ [・] ¹⁴⁾ が,	み [・] う [・] け [・] ら [・] れ [・] る
309	上 2	ある [・] いは [・] $(4 - 30)$ 式 [・] を [・] 用 [・] い [・] て,	ある [・] いは,
315	上 4	$(4 - 43)$ 式 [・] の [・] $Q_{L,max,2}$ を	う [・] え [・] に [・] 示 [・] し [・] た [・] $Q_{L,max,2}$ を
323	上 1	第 [・] 8 [・] 章 [・] 低 [・] 地 [・] 区 [・] の [・] 浸 [・] 水	第 [・] 8 [・] 章 [・] 低 [・] 地 [・] 区 [・] 浸 [・] 水
328	上 2	あ [・] ら [・] か [・] じ [・] め [・] 滯 [・] 溜 [・] 係 [・] 数	滯 [・] 流 [・] 係 [・] 数
362	下 8	$[W]$ す [・] な [・] わ [・] ら [・] 浸 [・] 水 [・] 被 [・] 害 [・] が	$[W]$ に [・] 対 [・] し [・] て [・] 浸 [・] 水 [・] 被 [・] 害 [・] が
375	上 6	\dot{W}_L を大 [・] きく [・] …と [・] な [・] る [・] と [・] \dot{W}_L を小 [・] き	\dot{W}_L を大 [・] きく [・] …… \dot{W}_L を小 [・] き
♦	上 10	低 [・] 地 [・] 区 [・] 防 [・] 止 [・] 対 [・] 策	低 [・] 地 [・] 区 [・] 浸 [・] 水 [・] 防 [・] 止 [・] 対 [・] 策
385	下 5	$[時・流] = [一・定]$	$[流・速] = [一・定]$

上下水道における集配水の 合理化に関する基礎的研究

昭和36年7月

末 石 富 太 郎

目 次

	ページ
第 I 編 緒 論	1 ~ 18
第 1 章 緒 論	1
1. 1 ま え が き	1
1. 2 上下水道における集配水設計に関する水理学上の諸問題	6
1. 3 上下水道における集配水設計と水質管理との関連	8
1. 4 上下水道の集配水設計に対する経済的考察	9
1. 5 本研究の目的と範囲およびその方法	10
第 II 編 横から流出入のある流れの水理学的研究	19 ~ 134
第 2 章 横から流出入のある流れに関する従来の研究とその検討	19
2. 1 概 説	19
2. 2 横から流出入のある開水路不定流	20
2. 3 横から流出入のある開水路定常流	26
2. 4 横から流出入のある管路の定常流	33
2. 5 総 括	37
第 3 章 横から流出入のある一様管路の水理特性	40
3. 1 概 説	40
3. 2 基 礎 方 程 式	41
3. 3 摩擦のない一様管路における流出入特性	49

3.4	摩擦抵抗を考慮する場合の近似解法と流出入特性	70
3.5	実 験	100
3.6	実験結果と理論計算法の修正	106
3.7	総 括	127

第 III 編 上水道施設における集配水の水利設計に関する研究 135~282

第4章	集水埋きよの合理的設計に関する研究	136
4.1	概 説	136
4.2	従来の水利設計法とその検討	137
4.3	埋きよの長さを考慮した合理的設計法	139
4.4	総 括	146
第5章	多孔式整流壁による水流の整流機構に関する研究	148
5.1	概 説	148
5.2	沈殿池水流の整流に関する従来の方策とその検討	149
5.3	沈殿池流入部2次元整流区域内の流れの基本的考察	152
5.4	流入きよと整流区域の幅が等しくかつ流入方向と直角に 整流する場合	157
5.5	流入方向と平行に整流する場合	174
5.6	実験結果とその考察	211
5.7	模型実験による場合の相似律に関する考察	226
5.8	総 括	229
第6章	急速ろ過池多孔管型集水装置の研究	232

6.1	概 説	232
6.2	集水装置の分類とその概要	233
6.3	多孔管型集水装置に対する従来の考え方とその検討	235
6.4	流出管路基礎方程式の多孔管型集水装置への適用	238
6.5	実際池に対する計算結果と水理試験	244
6.6	多孔管型集水装置の合理的設計法と設計基準の普遍化	254
6.7	多孔管型集水装置の水理的耐久性	271
6.8	ホイラー型集水装置の概要と多孔管型集水装置との比較	272
6.9	総 括	275

第 IV 編 下水道における雨水の排水に関する研究..... 283～380

第 7 章 雨水流出量算定法への特性曲線法の適用に関する研究..... 284

7.1	概 説	284
7.2	雨水量算定公式とその検討	285
7.3	横から流入のある一般断面水路の不定流に対する特性曲線法	290
7.4	特性曲線法の下水管きよへの応用	295
7.5	標準特性曲線の対数図式法	303
7.6	等価排水区域の等価粗度係数と流入時間, 流下時間, 降雨の 継続時間および流出係数などの関連についての考察	307
7.7	総 括	319

第 8 章 低地区浸水現象と排水設備の経済的設計

8.1	概 説	323
8.2	低地区の浸水機構	324

8. 3	低地区浸水防止対策と排水設備の経済的設計	339
8. 4	京都市西高瀬川下流部におけるポンプ排水計画例	342
8. 5	総 括	376
結 論		381~387
第9章	結 論	381
9. 1	本研究においてえられた主要成果	381
9. 2	結 言	387

第 I 編

緒 論

第 1 章 緒

論

1.1 ま え が き

最近におけるわが国都市および産業の状況は、第二次世界大戦後の復興の段階をすでに終了し、いまや発達の一途にあるといつても過言でない。このような生活および生産活動の向上は、国家政策の一環として推進されている科学技術振興策にともなつて、新技術の開発、導入が活発に行なわれつつあることに負うところが大きい。しかし他面、このような生活および生産活動の活発化は、種々の二次的な弊害を生じてくる。すなわち都市のマンモス化、人口の集中、交通障害、工場用地の競合にともなう地価の過騰、大気汚染、公共水域の汚染などの公害、職業病などがその例である。このような諸種の障害対策を合理的に解決し、かつ生活および産業活動の健全な発展をうながすためには、広義の衛生工学的思想がより広く理解され、他の分野の科学とあたかも車の両輪のごとく緊密な連絡をもつて、目的に向つて推進されるべきであると信ずる。このような意味でわれわれ衛生工学にたづさわる者の責務はきわめて重大である。

視野を若干狭めて上下水道の問題に注目しても、上述したような生活および産業の高度化に伴う影響を切実にうけている。大都市への人口集中と、生活様式の改善あるいは生活程度の向上は必然的に上水使用量の増増となつてあらわれ、大都市の上水道は年々、最大配水量および1人1日最大給水量の記録更新を余儀なくされ、浄水施設、給配水施設の増設に追われている現状である。しかも昭和34年度における6大都市平均1人1日最大給水量403ℓ¹⁾という値がなお欧米諸国の2分の1程度であることを考慮すれば、すでに1部大都市周辺において喧伝されている水源水質の悪化^{2), 3)}や用水水源の不足の問題は、可及的速やかに水質保全、水源保全の抜本的な対策が樹立されなければ、近い将来致命的な障害を及ぼすであろうことは想像に難くない。このように飲料用、家庭用を中心とした上水道の需要増加に加えて、産業特に基幹産業の急激な発展は、それらが主として鉄鋼、セメント、石油、パルプ、化学、肥料などのいわゆる用水型産業であるため、産業地帯における工業用水の確保の問題が最近大きくクローズアップされてきた。

一方下水道に目を転ざると、従来わが国においては上水道に比較してきわめてその発展が遅れていた。このような跛行的な状態は、わが国の現状に合つた基礎的研究の不完全、下水道技術者の不足にもその一半の責任があるが、前近代的な農業技術に助けられて永ら

く屎尿の農村還元が行なわれていたことの影響が大きいと思われる。しかしながら、農耕の機械化、化学肥料の発達などに伴う農業技術の飛躍的な改善は、屎尿を主とした都市廃棄物の処理方策を全面的に下水処理あるいは屎尿の単独処理の方向へ向けることを余儀なくした。この間には当然屎尿の海中投棄による海水汚染の問題も見逃すことはできない。同様に産業の発達は産業廃水の悪化に伴う放流水域の汚染を惹起している。また、都市および産業の発達は当然の結果として土地の高度利用化を促進するため、颱風などによる豪雨時の浸水被害を増加し、結果的には生活環境の悪化あるいは生産機能の低下といった形で自身に還元してくるのである。

上下水道の発達の歴史は配水あるいは排水の方法や水浄化、水処理の方法が確立されてから発達したものではなく、いずれも人間の生活を伝染病から保護するための要求から必然的に考案されたものであるから、常に“conventional”な施設がまず工夫され、ついでその経験や実験に従って追々改良が加えられ、あるいはそれに関する理論が把握されるといった過程を経ている。しかしながら、水質の安全をはかるという目的のために、余後の問題が先例の踏襲を第一とし、水理学的に現象を処理しようとしにくい抜きの思想が最近水理学の発達以前に培われてしまっているように思われる。しかも取扱う対象が単なる水でなく、その中に含まれるたとえば粘土、砂、生物、細菌などの挙動についても考慮されるべきもので、一般に現象はきわめて複雑である。そのため“civil engineering”の他の分野と比較しても、基礎的な研究は最も遅れていたといえよう。現に種々の上下水道施設の計画設計に際して用いられている諸基準や基本公式の中には、数十年以前に上述のように便宜的に定められたもののがかなりあり、しかもそれらが無批判かつ盲目的に使用されているきらいがあることは否めない。これらによつてもたらされた上下水道施設はその実際運用にあたって根本的な欠陥を露呈するようなこともないのは確かであるが、その一原因は結果を判断する基準がきわめて曖昧であることによつて助けられていることも見逃せない。また反対に、これらの基準や公式が実際に使用される場合、その成立の便宜性のゆえに若干の不信がもたれたとしても、それを解決するための十分な吟味が加えられる余裕もなく、ふたたび同じ場合に対する便宜的な実験が繰返され、結局前車の轍を踏む以外の何物をも得られないことが多い。しかるに現段階においては上述したように、生活および生産構造の高度化に追従すべき新しい問題が山積しているわけであるから、従来の問題に対しては前進的に終止符を打ちながら、将来の研究方向をよく見極めて、これに全精力を集中してゆくようにしなければならない。

すなわち、まず上水道においては、全国的にみて漸く50%に達した上水道普及率をさらに高める一方、大・中都市における上水使用量の加速的增加に対処するため、やはり施設の拡張、新設が鋭意努力されるべきである。この場合旧型ないしは在来施設の改良による配水能力の増進もきわめて有力な手段であるべきである。これらの計画を効率的に推進するには、過去における種々の設計基準を再検討し、新施設の設計あるいは旧施設の改良に対する最良の方策を提示しうるようにすることが必要である。このような意味で、上水浄化機構に関する合田博士の研究^{4),5)}は注目に値するものであつて、現段階における最も典型的な浄化施設である沈澱およびろ過の水利機構ならびに浄化効率に関する基礎的な設計方針は確立されたものと考えられる。また他方、原水水質の変化に対応すべき浄水方式の選択の問題に関しても、実際施設における多年の経験から、かなり明確な基準を与えることが可能となつてゐる。⁶⁾

しかしながら、上述したように、大都市周辺の水源水質は、行政的にも種々保全、規制の実を挙げつつある⁷⁾けれども、ある程度の悪化は避けられない運命にあるものといえよう。水源水質の悪化は常にその変動幅の拡大を伴うはずであるから、このような水質負荷の時間的変動に耐えうる浄化設備の新しい試みも着々と進められ、また給配水水質の安全を確保するための水質管理およびそれにとまなう維持管理方法の集中自動化といった問題にも顕著な成果がみられるようになった。しかしこれらの計画策定にも当然経済的な考慮が払われねばならず、水源水質の悪化と水量増大にとまなう大都市周辺水源の涸渇は、共通の結果として、遠隔水源からの取水、送水を採用することを余儀なくする。

この問題はもとより工業用水道の計画、建設において当然解決されるべき事柄である。特に工業用水道計画は、単に地下水の過剰汲み上げによる工場地帯の地盤沈下防止対策であつた初期の過程を通り越して、もつと広範な産業立地計画とも密接に関連しつつ論議されるようになってきており、ひとり水道技術者のみの速断によつて計画を策定することは不可能となつてきた。しかし最終的に立案された立地計画に従つて、その膨大な水量を確保するため水源を保全しあるいはまた、用水目的に合致した水質の水を如何に経済的に処理し配分するかといった問題に明快な解答を与える方法が樹立されなければならない。

そのうえ、工業用水は、基幹産業の発達と繁栄を支配する直接的な要素であり、低廉な用水単価という点については、上水以上の苛酷な規制をうけ、技術的にも経済的にも合理的な用水供給計画の確立は目下の急務である。このような点に鑑みて、最近多くの分野に応用されるようになった「オペレーションズリサーチ」(O.R.)の手法はこのような問

題を解決するための好個な手段であると考えられ、著者らもすでに、この方向にそつた研究に着手している。⁸⁾ しかしながらO.R.の適用に先立つて、O.R.がその基礎のうえにたつべき、水源、取水、送水、配水あるいは用水浄化をも含めた、水理学的および水質学的な基本事項が完全に把握されていないと、単にO.R.の応用問題を提供するに過ぎないことになる。従つてこのようないわゆる計画学的問題においても、適正かつ合理的な水の輸送、配分、浄化といった問題の解決が先行すべきであるとする。

次に下水道に関しては、上水道に比較しての大きな遅れをとり戻し、近代国家としての資格をうるべく、全国各都市において、きわめて活潑な拡張、新設工事が行なわれつつある。これと並行して、下水道計画あるいは下水処理に関する研究も漸く多くの研究者、技術者によつて手がけられるようになり、いまやむしろ上水道に関するものより活況を呈しているとさえ思われる。その研究内容について見てもあたかも上水道に追隨するかのごとく、数年前までは主として維持、管理の域を出ないものが多かつたけれども、最近では、従来の下水処分あるいは処理を水理学的、水質学的あるいは生物化学的に根本的に再検討しつつその機構を解明するとともに、それを基礎として次々に新しい処理方式への改良、工夫が行なわれ、実際にも適用されて卓効を示しつつある。このような新しい設計方針に従えば、もちろん安価な費用をもつて、高い水質負荷をもつ下水、汚水をより高い処理効率をもつて処理しうるはずであるが、従来の下水道事業はその性質上、上水道事業が企業形態をとれるのに比較して、きわめて採算性に乏しかつた。最近はこれがやや改善されたとはいえ、やはり経済性においては上水道事業に比し本質的に劣るので、事業の計画・施設の設計にあたつてより一層経済性・合理性を追究せねばならない。さもないと今後の下水道普及速度向上が危ぶまれるものと思われる。計画の適否は、排除流量と処理すべき水質およびそれらの将来値の推定、管きよ系統の配置と都市構造との関連などを総合的に考慮して判断されるべきもので、これはきわめて複雑な問題であるが、なかでも下水道建設費の大部分を占める管きよ系統とその容量、およびそれによる排水方式の合理的決定はこのうちで大きな比重を占めているものとみてよい。このような問題に関係して最近除々に研究題目としてとりあげられるようになった広域下水道に関する研究⁹⁾は、都市群の地理的特質あるいは住宅地の高度の集団化などの要素をも計画に加味することのできる新しい方向であり、これを含めた下水題計画においても、最終的には先に述べたO.R.の適用が問題解明の鍵であるということができよう。しかしながら、この場合にも最も重要な基礎事項である下水あるいは雨水の排水機構に関しては、従来からきわめ

て安易な考え方で処理されており、将来の研究が机上の空論化するおそれもある。下水道計画の根幹をなす雨水と家庭下水を分流式にするか、あるいは合流式にするかといった問題についても長い間論議の対象とされてきたにもかかわらず未だに確固たる基準があるわけではなく、単に管きよが小さくてすむからという理由をもつて分流式を採用するがごときは、O.R.の蔽に戒めるところであることを認識すべきである。また合流式下水道あるいは単なる雨水の排水路の設計に関しては、板倉博士の滯流式雨水量算出公式の提唱¹⁰⁾によつて、あたかも雨水量算出公式についての多年にわたる論争に終止符が打たれたかに見えるが、この公式の着想は非常にすぐれたものではあるにしても、水理学的にはなお検討されるべき要素が残されており、実際設計に際して、そのまま万能であると速断することはできないように思われる。また一方では、新たな実験公式も次々につくりだされてきているが、これらもそれら都市の地理的狀態に適合させることを主目的としているから、実際計算にあたって慎重な検討を要することは言をまたない。完全にしかつ普遍的な雨水量算出公式を求めることは、おそらく不可能に近いことであろうと思われるけれども、水理学的にみて妥当な方向へ近づけることはある程度可能なことであり、また是非とも必要であると考えらる。

以上最近における上水道および下水道における諸問題につき、ごくあらましを述べたが、現在における研究の動向が、上下水道施設の設計、運営などに関する計画学的な分野と、上水浄化あるいは下水処理機構の究明とそれにもとづく効率の増進および新法の開発といった水処理の分野が2つの大きな方向となりつつあるようであり、将来この線にそつて上下水道学が再編成される日も遠くないものと思われる。前者においては上水原水、浄水、雨水あるいは家庭下水などの取水、集水、配水、排水とその間における浄水場、処理場位置をも含めた分岐、合流といった水の輸送現象を取扱うことになる。視野を狭めれば浄水場あるいは下水処理場内さらにはそれらの各種施設のなかにおいても絶えずこのような現象があらわれており、著者はこれを本論文の題目に示すように「集配水」と定義した。上下水道における集配水は以上にも述べてきたごとく、主として水理学的研究に立却して、のちO.R.が活用されるべきであり、従来においてもすでにこのような意義をもつ研究が着手されており、扇田博士の研究^{11), 12)}はわが国におけるその嚆矢とすることができよう。後者の水処理に関する分野もちろん集配水を主とする水道計画の分野と密接な関係を保持することが必要であるが、その性質上水理学、水質学の他に、物理学、化学、生物学のごときさらに広い分野の基礎にたつ方向に推進されるものと思われる。

著者は前者に関する種々の研究を今後も継続することを意図しており、これまでその最も基礎となる集配水の水利につき考察をすすめてきた。集配水といつてもその規模の大小によつてきわめて多くの場合が考えられ、それらの問題を一々根本的に解明することは到底容易なことではないから、本論文においては見方を変えて、多くの集配水路が横方向からの流出入を伴なっていることに注目し、逆に横方向に流出入を伴う流れの解析をすることによつて、集配水の基礎的な挙動、機構を説明しようと試みた。このような考え方が本論文の次章以下に述べた以外の集配水現象についても十分適用できるであろうと信ずるが、従来他の考え方である程度妥当な設計基準ないしは計算方法の得られている問題についてはここでは触れないことにし、これまでの設計基準あるいは計算方法が水理学的に不合理であつたり、あるいはまたその集配水機構が十分明らかにされていない問題についてその解明を試み、また今後の研究方針の端緒を与えようとしたものである。従つて、本論に入るに先立つて、以下に集配水設計に関する全般的な考察を加えておきたい。

1.2 上下水道における集配水設計に関する水理学上の諸問題

水を積極的に利用または利用後排出しようとするとき、それに必要な過程は物理的にみれば集水と配水から成り立っているものと考えることができる。このような過程ではそのおのおのの目的または規模によつて、取水、排水、分水、合流、放流などの字句が使われることがあり、また各過程の間に送水、導水などのいわゆる単純な水の輸送現象をも含んでいる。しかしながらこれらをも含め広義の集配水と定義することは可能であろう。

こうした観点にたつと、集配水は単に上下水道に限らず、農業用灌漑¹³⁾水路や、種々の製造工場の工程においても頻見でき、さらに大規模なものとして、自然現象である河川上流部における流出現象、河口部における水路網¹⁴⁾の問題なども集配水過程の一例と考えることができる。従つてこのような現象は主として水理学的な法則に支配されていることは明らかであるが、水理学がきわめて実用的な学問として発達してきたのと同様に、集配水設計に用いられてきた種々の基準あるいは公式中にも、実験あるいは経験にもとづいて得られたものが非常に多い。そのため複雑な現象を説明するには十分とはいひ難く、実際に使用する際に、その公式が導かれた基礎となつた実験の条件をよく把握しておかないと避け難い誤差を伴つてくるはずである。すなわち先行すべき要素、省略すべき要素が何れであるかをよく検討しなければならない。しかしながら、従来、とすれば、これらの公式が無批判に使用され、得られた結果のみをもつて公式の妥当性が議論された

きらいがある。あるいは逆に、設計結果において決定的な欠陥を露呈することはないが、その良否を判定するに必要な標準がかなり不明確であるため、融通性に乏しい公式となっているものもみられる。

上下水道施設においてあらわれる集配水設備の典型的なものは上水取水設備、給配水管網、下水道排水きよ系統などの比較的規模の大きなものをはじめとして、浄水場あるいは処理場内きよきよによくみられるポンプ系管路、合流式下水管に設けられる横越流装置などがある。さらに各水処理施設内においては、その施設の容量的な効率を上昇させるために流入部および流出部に種々の附帯設備が工夫されている。多孔式整流壁などの一連の整流装置や、急速ろ過池の集水装置、洗浄水越流樋などがこれに相当する。

これらの設備の多くは、すでにかなり古くから諸外国において考案、実施されてきたものである。各施設とも一応設計基準ないしは公式が得られているけれども、それらが定められた際行なわれた実験の事実拘泥するあまり、水理学的に不完全のまま今日まで踏襲されているものがかなり多い。従つて水理学的にみた場合、上下水道における集配水の問題は水理学の他の分野に比較して最も発展が遅れているものと考えられる。たとえば、わが国において上水道の配水管網に対して管網計算が行なわれるようになってからまだ10年余を経過したにすぎない¹⁵⁾ことを考えても諒解できよう。この発達を阻害していた原因としては、第一に、集配水においては多くの場合種々の水理量が複雑に組みあわされてその現象を形成しているため、一般に理論的計算が容易でないことが考えられる。従つて、第二には実験を行なうにしても関係因子がきわめて多く、普遍的な実験を実施しにくい。さらにその上、水以外の物質を含むのが常であるから、模型実験結果の信頼性も薄い場合が多い。第三には下水道管きよのように、種々の公式がつくられても、地下埋設構造物であるため、実際流量および流速の測定が不確かで公式の検討をしにくいこととか、また各種処理施設内の水流のごとく、設備効果の判定を主として処理水質によらなければならないため、水理学的效果を把握しにくいという事実もある。従つて一つの解決策は、測定あるいは分析装置の発達あるいは精巧化によつて水理設計基準の確実化を側面的に促すことであるが、本質的にはやはりこの種集配水の物理的機構を明確にして、仮に最終的決定を実験に委ねたとしても、設定すべき条件、測定、分析すべき要素を誤まらないような手段を講じなければならない。

以上のように、上下水道における集配水設計に関する水理学的な諸問題は、水質学的な問題や、経済設計の基礎となる最も重要な部門であり、本論文においてもその主要な位置

を占めるものであり、その各々については次章以下に詳しく述べることにする。

1.3 上下水道における集配水設計と水質管理との関連

上下水道の集配水が究極は水質的な処理を目標としているのであるから、集配水設計と水質およびその管理とは密接な関係がある。しかるに、水質学の方野が、集配水の基本機構を拘束する水理学の方野とがあまり緊密な連絡を保っていないかつたので、この方面に関する研究はきわめて薄弱であるといつてよく、今後両方野の協調した研究を進める必要があるものと思われる。

上水道施設における水質管理を合理的に行なうためには、まず、水源あるいはさらにその源となる降雨から取水点、浄水場を経て給配水管の末端に至る間の集配水および処理にともなう水質形成物質の挙動を明らかにすることが必要である。簡易かつ最も一般的な水質指標である濁度について考えれば、濁度を構成するのは水中を浮遊している種々の物質である。開水路における浮遊濁質の輸送ならびにその断面分布に関しては1930年来土砂水理学あるいはいわゆる土壌侵食の観点から多くの研究者によつて研究が行なわれているが、これを集配水と関係づけて、集配水過程における濁質の消長を究明すれば、あるいは集水埋渠による取水方法とか、あるいは浄水場における浄化処理計画、さらには配水管の事故に際する管の洗浄操作の方法なども、理論的に根拠のある有効なものとなることと思われる。

次に下水道の排水計画においてしばしば問題となるのは、合流式下水道における豪雨時の放流に関してである。従来、下水管きよに設けられる横越流装置あるいは放流装置の設計に際しては、放流されずに下水処理場へ導く流量を、単に晴天時下水量の数倍¹⁶⁾として放流装置の容量を決定しているに過ぎず、その排水系統上流部における下水水質特性とか、放流をうける河川の汚染を指標として設計された例は見当らない。事実管きよ内において生下水が雨水によつてほとんど一様に混合されているものとする、豪雨時には実質的な汚染物質のほとんど大部分が放流されることになる。最近米国において、降雨の頻度と合流式下水管きよの容量に応じて、放流現象の生ずる頻度を決定する研究^{17), 18), 19)}が行なわれているが、この問題に対する一つの前進として注目することができる。以上の問題とも関連があるが、公共水域の汚染ないしは河川の自浄作用に関する研究として、汚水の放流をうけた河川水中のBOD 負荷の変遷については、最近とくに顕著な成果が得られており、^{20), 21)}これらの結果を応用すれば、市街地汚水の集排水水路の水質特

性を考察することも可能となるものと思われるが、これらの研究がいずれも水理学的要因を第二義的に考えているから、やはり第一に集配水路の水理特性を明確にしておくことが先決であろう。

1.4 上下水道の集配水設計に対する経済的考案

上水道事業および下水道事業とも、生活に必要な水を供給し、またその環境を防護するための公共事業であるから、いずれも技術的な面にその重点をおくべきことはいうまでもない。すなわちより豊富にして良質な水を強度的にも安全な施設をもつて浄化、給水し、またより広い排水区域を対象として雨水を遅滞なく排出し、汚水をより清浄化して放流する必要があることはいうまでもない。これらは従つて、主として水理学的および水質学的な関係に拘束をうけることが大きいことを示している。しかしながら受益者の側にとって考えれば、上水使用料あるいは下水道使用料といったものになるべく廉価であることが望まれるのが当然であり、また事業経営側からみても合理的にして健全な運営を行なわないとかえつて技術的な面に種々の障害を起すことは明かである。なかでも先に述べたように下水道事業は上水道事業に比し収益に乏しいので、建設、維持、管理の全般を通じて経営上あるいは経済上特別な考慮を払わなければならない。このような意味で浄化あるいは処理施設の経済設計、集配水の経済設計の問題を生じてくる。これらはたがいに関係をもっているが、通常は集配水設備が各事業の大半を占め、全体的な経済効果を左右する影響をもっているものと考えられよう。

従来、経済設計の考え方としては、水源、水量、給水区域、浄水場位置あるいは排水区域、雨水量、処理場位置などの計画規模を定めただけで、最も建設費を安価にするための考慮を払うという方法がとられていたようである。しかし真の経済設計の意味するところは、水源、浄水場位置、排水区域、処理場位置あるいは排水ポンプ場の位置などすべてを含めた計画規模の決定においてすでに経済的考慮を払うところにあり、しかもそれが1時点における計画でなく、将来変動をも対象としたいいわゆる“dynamic”な計画を策定することである。上下水道の分野においては、この種の問題に対する研究はきわめて歴史が浅く、諸外国においてもあまり例をみないようである。ただ送配水管路の合理的設計を取扱った扇田博士の研究^{11), 12)}とか、水量管理に関連した漏水防止について端緒を開いた小林重一氏および著者らの研究²²⁾があるけれども、真にO.R.的な価値あらしむるにはさらに検討が必要であるものと思われる。下水道における雨水の排水計画にお

いても、河川高水計画と同様に、降雨の超過確率を考慮して計画降雨強度を決定するようになったことは大きな進歩であるといえるが、ただ建設費が高くなるという理由だけで、計画降雨の超過の確率を大きくするという方法は非常に注意を要する点である。このような不確実な計画をとらざるを得ないことの一因は、O. R. の理論を用いても、計画の最終的な決定の指標となる目的函数の選び方が確然としない点にある。これはO. R. そのものの決定機関の研究と相まって今後研究を進めてゆくべきところであるが、そのためには集配水に伴う水理学的あるいは水質学的な要因と種々の経済因子との間の関係を得るため、なお多くの資料を収集する必要がある。しかもその場合、集配水の水理、水質的基礎にたつた経済的考慮にもとづいて、必要な資料を誤まらないようにすることが肝要である。

すでに明らかにしたように、⁸⁾ 集配水過程にともなう水の輸送現象は、数学的には非線型の関係に拘束され、完全な解析にはなお幾多の困難を伴うものと予想されるが、上下水道における集配水の経済的設計として、完全な配水管網計算法、下水道管きよ系統の路線決定、分流式、合流式の選択の問題などは、今後解決すべき、またきわめて興味ある問題といえよう。

1.5 本研究の目的と範囲およびその方法

以上において上下水道における集配水設計に関連した、水理学的、水質学的および経済的な問題点を概観してきたが、本研究においては、これらのうち最も重要にしてかつ基礎的な部分である水理学的な観点から種々の集配水現象を明らかにすることに重点をおくことにした。

管路あるいは開水路による集配水現象は、先にも若干触れたように常に合流あるいは分岐を伴わなければ、その目的を達成することはできない。しかもそのような合流あるいは分流はそれが連続的に行なわれる場合がきわめて多い。まず管路についてみると、河川伏流水などを取水ための有効な方法である集水堰きよ²³⁾をはじめ、急速ろ過池の下部集水装置にしばしば用いられる多孔管型集水装置^{24), 25)}などの多孔管はその典型的な例である。また開水路では、急速ろ過池の洗浄水排水用トラフ、下水道幹線管きよに設けられる豪雨放流制御の分流堰などが好い例である。さらに数多くの分岐管が連続して設けられる上水道給配水管網とか、降雨や都市下水が漸次市街地を流下して下水道管きよへ集まってゆく過程も、巨視的な立場にたつてみれば確かに連続的な分合流を伴う流れ

と考えることができよう。また見方を若干変えることによつて、沈澱池などの流入部と流入部整流壁の間の流れ^{26), 27)}や、急速ろ過池集水装置の一種であるいわゆる“False Bottom”下の圧力水室内の流れ²⁸⁾なども、この種の流れの変形例とみなすことができる。すなわち整流壁あるいはFalse bottomを通過する流れがそれぞれ分岐水量となつているわけである。

このようにみえてくると、各種浄化、または処理施設への流入および流出装置をも含めて、上水道水源から浄水場を経て給配水管末端までの流れおよび降雨あるいは排出下水が排水区域の最上流部から、排水路あるいは管きよを通り処理場を経て放流される過程の大部分がすべて大なり小なり分岐・合流を伴つた流れであるとみなすことができる。従つてこのような流れの機構を明らかにすることは、前述したように上下水道における集配水設計を合理化するための水質学的および経済的關係を解析するうえの有力な手掛りとなるばかりでなく、また単に各処理施設における水理学的な容量効率や水質学的な処理効率を上昇せしめ、在来施設の改良や新施設の計画に際して有効な参考事項を与えることができる。特に種々の水処理施設内へ処理すべき水を分布せしめ、かつそれを集める広義の整流装置に関しては、従来から今日に至るまで慣用されている設計基準が水理学的な面できわめて妥当性を欠いているものが多いので、これらをできるだけ理論的根拠のあるものに改め、またたとえそれが不可能でも、水理機構を明らかにすると合理的な計算方法を見出すことによつて、実験を行なう場合の条件設定を誤らしめることがないようにすべきである。

以上のような合流および分岐を伴う流れの現象は上下水道に限らず、ダムの余水路のエネルギー減殺装置、multi-cell型ポンプ吸水井²⁹⁾とか熱交換器に用いられる多岐管路³⁰⁾などいわゆる“Manifold”と総称される管路、排砂用スリット管³¹⁾あるいは農業用灌漑水路網、河川河口部の水路網¹⁴⁾などが考えられることは先にも述べた通りである。また河川上流部における雨水の流出現象は市街地における雨水排水問題と種々共通した点があり特に興味深い。

本論文においては、このような流れを横から流出入のある流れと総称することにするが、横から流出入のある流れという考え方は全く新しいものではなく、すでに多くの研究者によつて手掛けられてきている。しかしその多くは、上述したような個々の問題に当面してその都度適宜考慮されたに過ぎず、特殊な例を解くことで終つていくものが多い。本研究においてはこの逆の立場をとることにし、まず横から流出入のある流れの基礎事項を明らかにしておき、それを適宜集配水の典型例に応用することを試みたわけである。従

つて上下水道にあらわれるすべての集配水現象につき一々述べることはせず、従来の考え方が誤まっているもの、水理機構が不明確であつたものあるいは計算方法をさらに合理化する必要のあるものに重点をおいて検討解析を行なうにとどめた。

次章以下における本論文の構成はほぼこのような意図によつて展開され、大きく分類すると、

- (1) 横から流出入のある流れの水理学特性に関する基礎事項、
 - (2) 上水道施設における、主として浄化施設における広義の整流装置に関する検討とその水理的な立場からする設計方針、
 - (3) 下水道排水計画における雨水流出算定方法の合理化と若干の経済的考察
- となり、それぞれ第Ⅱ編ないし第Ⅳ編の内容をなすものである。

以上の各項目の内容とその研究方法について略述すると次のようである。すなわち、

まず第Ⅱ編は横から流出入のある流れの水理学的研究と題し、第2章においては、従来種々の観点からとりあげられてきた横から流出入のある流れに関する研究についてその大要を述べるとともに、あるいはその問題点を指摘し、あるいは以下の研究に応用するための参考としようとするものである。記述の都合上開水路不定流、開水路定常流および管路定常流に分けて考察を行なうが、本論文において以下に取扱う個々の問題については後にさらに詳細に触れる。

第3章においては、第Ⅲ編において展開される問題に対する基礎事項として、特に横から流出入のある一様管路の定常流につき、基礎方程式の意味づけを行ない、しかる後摩擦のない管路における流出入特性を厳密に解析している。流出入を伴う流れに関する1次元解析に際しては運動方程式および連続方程式以外に、流出入点における流量方程式を考慮する必要があるが、摩擦のない場合に対しては比較的簡明な三角および双曲線関数関係によつてその特性を示すことができ、加えて多くの興味ある現象が明らかにされた。ついで摩擦抵抗を考慮する場合について2、3の計算方法を示したが、摩擦のない場合の計算式をそのまま応用する便利な計算方法を案出した。これらの結果は第4章、第5章あるいは第8章の問題を検討するうえにただちに役立ち得る。こうした理論計算方法の信頼度や実用性を検すべく、実験室において流出入管路の実験を行ない、その結果についても述べるとともに種々考察を行なっている。なおこのような流出入口をもつた管路の抵抗法則については、解析の主目的でないので深くは触れない。

第Ⅲ編は上水道施設における集配水の水理設計に関する研究と題し、まず第4章におい

ては第3章で述べた結果の最も典型的な応用例として、集水埋きよの水理設計法につき種の具体的な例を示しながら解析を進めた。上水道水源として河川伏流水などを取水しようとする場合、集水埋きよはきわめて有効な設備であると考えられるが、従来の計算方法は埋きよの横断面方向の地下水流のみを考慮した計算で河川水位あるいは地下水位、埋設深度、埋きよ口径などの函数として単位長あたり集水可能量を与えるにとどまっております。そのため、はたして計算どおりの集水量が得られるか、または集水埋きよ以後の導水の計算結果が実現されるかどうかきわめて疑わしく、実際問題においてはかなり大きな安全率——事実上その大きさは不明であるが——をとつていたものと思われる。しかしながら、埋きよの口径を大きくするとか、あるいは延長を大きくするとかの方法によつて確かに安全であるか否かの点についても、この研究によつてはじめて明らかにすることができたと思ふ。

次に第5章においては沈殿池の流入部などによく用いられる多孔式整流壁による水流の整流機構について述べる。整流壁は、種々の水処理槽の流入水きよとの接続部における流水断面の急変に伴つて生ずる短路流を防止し、流入水が槽内に均等に分布され、また逆に槽内から均等に集水流出せしめる目的をもつて用いられ、また密度流とか風の吹送作用などの影響に対しても卓効を示すものである。その整流作用を定性的に説明することは可能であるが、実際設計に際しては幾何学的配置法の変化に従つて非常に異なつた性状を示し、従来通説とされてきた設計方針が普遍性をもつかどうかきわめて疑わしい。本章においては主として流入部整流壁を取り扱い、流入水きよとの接続断面と整流壁間の流れのうち整流壁に平行な流れを主流とみなせば、整流壁を通過する流れをその主流に対する流出費と考えることができることに着目した。しかも実際処理槽内の流速が通常きわめて緩慢であることによつて、第3章において解析したと同様な一様管内の流れに置換することが可能となる。ただし整流壁と直角方向における流れの加速度は解析にあたつて考慮される。このようにして整流壁配置法の二、三の例について整流壁による直接効果を求める方法を述べている。計算結果を検討するためさらに実験が行なわれかなりの成果を得るとともに、従来ほとんど知られなかつた整流特性が実在することが証明される。また以上の結果によつて、流入水きよおよび整流壁の配置を種々変化した場合の整流特性についてもその傾向を合理的に予想することが可能となり、また模型実験を行なう場合の着目点についても明らかにすることができた。

第6章においては広義の整流装置の一種と考えられる急速ろ過池の下部集水装置のうち

主として多孔管型集水装置について述べている。集水装置には、主管と枝管を縦横に配置してろ過池底部を覆うものと、ろ過池底部全域を通じて一室となつた水室上に多孔性床板を備えた型式に大別できる。これら両型式の代表例と考えられるものがそれぞれ多孔管型集水装置およびホイラー型集水装置である。従来、これらの装置の水理設計に慣用されてきた基準は、枝管に設ける小孔のうち1個あるいは1個のホイラー孔から砂利層底部に逆流洗浄水を分布させるにあたり、その小孔の分担面積に洗浄水を均等に分散させることのみ主眼点をおいて、実験的、経験的に求められたものであり、むしろ重要であるべきろ過面積全体についての均等性については何ら考慮を払われていなかった。そこで著者は、これらの装置による逆流洗浄水の分布機構を明らかにし、その結果にもとづいて、全域に対する分布均等性を設計基準に導入することを目的として、まず多孔管型集水装置を取りあげたのである。すなわち、第3章において述べた方法を多孔管型集水装置の主管と枝管に適用し、それらを組みあわせることによつて理論的解析をすすめた。なおホイラー型集水装置については、圧力水室内の流れがきわめて複雑であるため、多孔管型に対する結果をもとにして若干の比較検討を行なうにとどめた。

以上第4章～第6章が第Ⅲ編の内容であるが、本編において共通して用いている基礎方程式は、第3章において誘導した流出みを伴う一様管路の運動方程式を示す

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U^2}{g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} = 0, \dots\dots\dots (1-1)$$

あるいは(1-1)式の積分形である

$$\frac{U^2}{g} + \frac{p}{\rho g} + z = \frac{U_0^2}{g} + \frac{p_0}{\rho g} + z_0 - \int_0^x \frac{\tau_0}{\rho g R} dx \dots\dots\dots (1-2)$$

である。ただし U : 平均流速, $p/\rho g$: 圧力水頭, z : 位置水頭, $\tau_0/\rho g R$: 摩擦勾配である。(1-1)式あるいは(1-2)式はいわゆるBernoulliの定理型ではあるがBernoulliの定理とは異なることに注目すべきである。この比較的簡単な基礎式によつて多くの集配水現象を説明しうることを示した。

第Ⅳ編においては下水道における雨水の排水に関する研究と題し、主として都市下水道による市街地排水における水理学上の問題と、ポンプ排水計画を併用する場合の経済的考察の一例について言及した。第7章においては、従来下水管きよの設計に用いられた雨

水量算出公式のうち、実験式、合理公式について水理学的な立場からその問題点を指摘した。雨水量算出計算の過程において、降雨の継続時間とその強度との関係、流出係数、雨水の管きよへの流入時間、管きよ内での雨水の流下時間などが最も重要な要素である。降雨強度については、経済的考慮を払うための基本的な方法として、年超過の確率を導入した降雨強度—継続時間の関係が多年の観測資料を用いて統計的に研究され、工学的な見地からはすでに完全な段階に到達したともいえよう。しかるに、降雨の継続時間としては上記流入時間と流下時間との和すなわち流達時間あるいは集中時間をとるのであるが、これらの値を如何にして合理的に決定するかという問題になると、はなはだ不十分な解答しか得られなかった。すなわち流出係数をも含めて推定によらざるを得ない点に大きな矛盾をもっているわけである。さきにも若干述べたように、排水区域の最上流端から下水管きよ末端に至る流れは開水路あるいは管路による雨水の集水現象であるので、第2章で述べた横から流入のある一様開水路における不定流の特性曲線法による解析方法を用いて、まず各要素の水理学的な意義を明確にする。次でこの方法を実際計算に応用できる程度に簡略化、実用化をはかり、特性曲線の計算法には対数図式法を考案し、また雨水流出の支配要素を統一して、等価排水区域とその等価粗度係数なる概念を導入した。このような理論的考察結果によつて、排水区域の分割と降雨強度の測定精度などの問題に関して合理的な基準が得ることができた。

第8章においては、従来下水道計画の盲点となつていた、計画量を超過した豪雨によつて生ずる低地区の浸水現象について、雨水量算定に対する滯流公式をもあわせ検討を試み、排水附帯設備としてポンプ排水設備などを設ける場合、経済的設計がとくに必要であることを強調した。このような問題に関して体系化された設計計画方針が確立されているわけではないので、今後さらに種々の基礎的な考察をへてこれを完全化することの必要性が痛感されるところである。特に低地区市街地の浸水時における損害評価の方法如何によつて排水計画も大きく左右されることが考えられる。従つてここでは一般市街地よりは幾分それが容易であると考えられる低湿農作地帯をとりあげ、京都市西高瀬川流域の内水排除計画を具体例として示した。

以上が上下水道における集配水の合理化に関する基礎的な諸問題として本論文で取り扱った主要な研究の概要であるが、第9章においては、各章において述べたことを総括しつつ、その結論を要約するとともに、本論文で取り扱わなかつたその他の問題についても今後の研究方針などを述べて結びとしている。

参 考 文 献

- 1) 全国水道施設調査, 昭和34年度, 日本水道協会, (昭36)
- 2) 岩井重久, 南部幹一: 淀川における産業廃水による汚濁の実態, 用水と廃水, 2, 365 (昭35)
- 3) 宮北敏夫: 淀川を水源となる都市水道の将来, 衛生工学, 土木学会関西支部講習会テキスト, 63 (昭32)
- 4) 合田 健: 沈澄池の浄化効率について, 土木学会論文集, 6号, 39, (昭26)
- 5) 合田 健: 砂浜過の水理に関する一基礎的研究, 土木学会誌, 37, 29, (昭27)
- 6) 近藤正義: 原水水質と浄水方式の選択, 衛生工学, 土木学会関西支部講習会テキスト, 1, (昭32)
- 7) たとえば, 公共水域の保全に関する法律, (昭33)
工場排水等の規制に関する法律, (昭33)
- 8) 合田 健, 末石富太郎, 林田和久: 工業用水水源の選択とその配分に関する研究, 日本水道協会第12回上下水道研究発表会講演概要集, 28 (昭36)
- 9) 野田旺六: 大下水道区制, 衛生工学 (北海道大学工学部), 2号, 24, (昭34)
- 10) 板倉 誠: 滞流式雨水流出量算定方法の研究, 土木学会論文集, 28号, 1 (昭30)
- 11) 扇田彦一: 分岐または合流する流量のある送配水本管の経済的設計, 水道協会雑誌, 226号, 26 (昭28)
- 12) 扇田彦一: ポンプ加圧送水管線の経済的設計, 水道協会雑誌, 234号, 3 (昭29)
- 13) J.E.Christiansen: Hydraulics of Sprinkling Systems for Irrigation, Trans.ASCE., 107, 221 (1942)
- 14) 荒木正夫: 複雑な開水路網の一解法, 土木学会論文集, 67号, 35, (昭35)
- 15) 扇田彦一: 管網の流量計算法について, 水道協会雑誌, 105号, 14,

(昭17)

- 16) たとえば, G.M.Fair and J.C.Geyer: Water Supply and Waste Water Disposal, J.Wiley & Sons, Inc., 71 (1954).
- 17) J.E.McKee: Loss of Sanitary Sewage through Storm Water Overflows, Journal of Boston Society of Civil Engineers, 34, 55 (1947).
- 18) C.L.Palmer: The Pollutational Effects of Storm-Water Overflows from Combined Sewers, Sewage and Industrial Wastes, 22, 154 (1950).
- 19) T.R.Camp: Overflows of Sanitary Sewage from Combined Sewerage Systems, Sewage and Industrial Wastes, 31, 381 (1959).
- 20) D.J.O'Conner and W.E.Dobbins: The Mechanism of Reaeration in Natural Streams, Proc. of A.S.C.E., 82, SA.6 (1956).
- 21) 南部幹一: 放流汚水の拡散稀釈に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 59号, 26 (昭33).
- 22) 小林重一, 岩井重久, 末石富太郎, 佐佐木綱: 漏水防止のO.R.的研究, 日本水道協会第11回上下水道研究発表会講演概要集, 98 (昭35).
- 23) 末石富太郎: 横から流出入のある管流の特性と集水埋渠の水理設計について, 工業用水, 17号, 20 (昭35).
- 24) 末石富太郎: 多孔管型集水装置による逆洗浄水の流量・圧力分布について, 水道協会雑誌 271号, 19 (昭32).
- 25) 末石富太郎: 多孔管型集水装置の水理設計について, 土木学会論文集, 63号, 36 (昭34).
- 26) T.Goda and T.Sueishi: Control Effect of Flow through Perforated Inlet Diffuser in the Rectangular Settling Tanks, I. Theoretical Considerations, Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., 23.

(1961)。

- 27) T.Goda and T.Sueishi: Control Effect of Flow through Perforated Inlet Diffuser in the Rectangular Settling Tanks. II Experimental Investigations, Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., 23, (1961)。
- 28) 末石富太郎: 逆流洗浄時の Pressure Chamber 内の流速分布について, 土木学会第16回年次学術講演会講演概要, 5部, 71 (昭36)。
- 29) D.R.F.Harleman, R.S.Broughton, C.J.Huval and H.W. Partenscky: Model Study of a Flood-Control Pumping Station at the Charles River Dam, Hydrodynamics Laboratory, M.I.T. Technical Report. No. 33 (1959)。
- 30) Y.Niitsu and M.Kurahashi: Study of Combined Net Pipe Line, Proc. of the 4th Japan National Congress for App. Mech., 1954, 245 (1955)
- 31) 荒木正夫: スリット管の水理に関する一考察, 土木学会誌, 41, 107 (昭31)。

第 I 編

横から流出入のある流れの水理学的研究

第2章 横から流出入のある流れに関する従来の研究とその検討

2.1 概 説

本研究の目的は、第1章においても述べたように、上下水道における集配水設計について、主として水理学的な立場にたつてその問題点を究明し、あわせてその合理化をはかることにある。この場合開水路あるいは管きよを通じて行なわれる集配水の過程が、横方向に流出入を伴った流れの組みあわせから成り立っていることに着目し、このような流れの特性を応用して、集配水現象の説明を試みたわけである。従つてその基礎となる横から流出入のある流れの機構がきわめて重要な意義をもつことになる。しかしながらこの問題は基礎水理学の分野においても十分究明しつくされているとはいひ難い。むしろ、わが国における最近の傾向として、基礎水理学における基礎方程式の再検討とその明確な意味づけが行なわれようとしており、¹⁾ 横方向に流出入を伴う流れについても、その詳細な水理特性の研究は今後にまっところが大きいものと期待される。

従来、横から流出入のある流れに関する研究は、二、三のものを除いてはほとんどが、たまたま横方向の流出入を伴っている問題に当面し、それについて個別的に取り扱われたものであると考えられる。従つて一部には基礎方程式の適用を誤つたり、あるいはまた考慮すべき要素が無視されているものもあるようである。しかしながら、上下水道における集配水をはじめとする種々の水理現象に関する従来の処理方針が、内外を通じてあまりにも先例の踏襲という便宜主義第一を旨としていたため、たとえばかなり意欲的な実験が企図されたところで、その結果に対する最終的な判断の基準となるべき要素がきわめて不明瞭で、ために同種類の実験が、他の研究者によつて繰り返し行なわれなければならないといった不合理も生じてくることになる。このように上下水道における集配水装置設計に関する水理学的基礎はきわめて底の浅いものがめだち、管路における水流の抵抗法則を例にとつてみても、水工学の他の分野における同種の現象に対するものと比較して、ひとり旧態依然たる公式が使われているような状態である。従つて、従来までに横からの流出入を伴った水理現象に関して上下水道技術者以外の研究者によつて行なわれた研究も、上下水道の集配水の水理機構の解明に対して参考としうる大きな意義をもっているものと考えられ、本章においてはこのような見地から従来の主要な研究の大要を述べ、またそれらの問題点を指摘するとともに、第Ⅲ編以下に述べる問題の基礎事項としようとする。

るものである。

次節以下においては、記述の都合上、横から流出入を伴う開水路不定流、定常流、および管水路流に分けて述べるが、開水路の基礎方程式のみに関する研究も便宜上不定流に含めて説明する。また研究者別にみれば、わが国における研究は主として“流出あるいは流入を伴う流れ”という標題のもとに行なわれたものが多く、諸外国においては、そのような流れを伴った水理工作物に対する水理公式を得る目的で行なわれたものがどちらかといえば多いようである。なお配水管網のごとく、それ自体は確かに広義の集配水現象であり、また横方向の流出入をもっているものであるが、現在の設計法がある程度妥当であると考えて差し支えない問題および、第三編、第四編において直接とりあげる問題に関連した従来の研究は、本章には含まないことにする。

2.2 横から流出入のある開水路不定流

開水路水流のいわゆる一次元的解析法においては基礎方程式として連続方程式および運動の方程式の各1個を必要とする。このうち連続方程式は図-2-1のごとく座標軸をとり、水の非圧縮性を考慮すると、横からの流出入を伴わない一般の水流に対して、

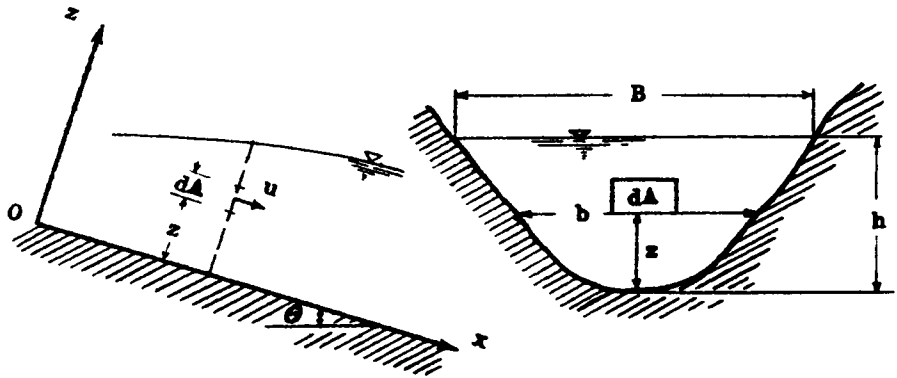


図-2-1

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (2-1)$$

となり、また横から流出入がある場合には、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots (2-2)$$

となる。ただし A は流水断面積、 Q は流量、 q は x 軸の単位長さあたりに対する横からの流出入流量で [長さ]²/ [時間] というディメンジョンをもち、 t は時間である。(2-2) 式において、 q の値が正のときは流入、負のときは流出を示し、また流出入のないときは $q = 0$ とおけばよく、この意味で (2-1) 式よりもむしろ (2-2) 式を連続方程式の一般形と考える方が妥当であろう。

次に、従来用いられてきた運動方程式は、流出入を伴わない普通の流れに関して Navier-Stokes の運動方程式を積分して得られたものである^{2), 3), 4), 5)} が、岩垣博士は開水路水流の基礎方程式を運動量保存の法則およびエネルギー保存の法則から誘導する方法を論じ、この方法の方がむしろ容易であり、かつ運動量の関係から得られるものは Navier-Stokes の運動方程式から出発したものと同じのものであることを指摘した。⁶⁾ 岩垣博士はその誘導に際して特に横からの流出入流量 q を考慮して、次のような運動方程式を示した。すなわち運動量保存の法則から誘導したものは、一様断面水路に対して、

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} \right) + (1 - \alpha_m) \frac{U}{gA} \frac{\partial A}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \\ - \sin \theta + \frac{\tau_0}{\rho g R} + \frac{\alpha_m U q}{gA} = 0, \dots\dots\dots (2-3) \end{aligned}$$

またエネルギーの関係からは、

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_m}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_e \frac{U^2}{2g} \right) + \frac{\alpha_m - \alpha_e}{2g} \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \sin \theta + \frac{\tau_0}{\rho g R} + \frac{u_b}{U} \\ + \left(\frac{\alpha_e U q}{2gA} + \frac{q h \cos \theta}{UA} \right) = 0, \dots\dots\dots (2-4) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \alpha_m = \int_A u^2 dA / U^2 A, \dots\dots\dots (2-5)$$

$$\alpha_e = \int_A u^3 dA / U^3 A \dots\dots\dots (2-6)$$

であり、また u は x 方向の流速成分、 u_b は底面附近の流速、 U は平均流速、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 h は水深、 R は径深、 τ_0 は底面の摩擦応力および θ は水路の傾斜角である。 α_m および α_e はそれぞれ運動量およびエネルギーの流速分布にもとづく補正係数であるが、流れの鉛直方向の加速度は無視できるものとして水圧分布に関する補正は考慮されていない。運動量とエネルギーの本質的な差異によつて、(2-3) 式および (2-4) 式における表現に若干の差異があるが、流出入流量 q の存在によつて (2-3) 式および (2-4) 式のおおの左辺最終項が附加されており、 $q > 0$ のときには摩擦抵抗項と同符号をもつが、 $q < 0$ のときには摩擦項と相殺する可能性のあることに注意すべきで、この附加項の具体的な意味も説明されている。これらの項が附加されたのは、たとえば (2-3) 式についてみれば、運動量の釣合式

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (UA) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m U^2 A) = -\tau_0 \frac{A}{R} + \rho g A \sin \theta - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta$$

..... (2-7)

を (2-3) 式の形に変形する際、(2-7) 式の左辺第 2 項の演算に対して連続方程式 (2-2) 式を代入することによつている。従つて、横から流出入のある流れに対して、連続方程式としては (2-2) 式を用いながら、運動方程式としては (2-3) 式において $q = 0$ とおいた通常の形式をそのまま用いた場合には、実験常数に属する要素の存在によつて結果的にはかなり実際に近い理論解が得られることもありうるが、 q の絶対値が大きくなればこのような方法では明らかに矛盾を生ずるはずである。このような意味で、(2-2) 式と同様に (2-3) 式あるいは (2-4) 式の形を運動方程式の一般形と考える方がよく、これら両式の誘導は大いに注目されて然るべく、事実、その後わが国における横から流出入のある流れの水理に関する研究が漸く盛んとなる実際の端緒を開いたものといえよう。

なお (2-3) 式の誘導に際しては、あらかじめ幅の変化する開水路に対して考察が行なわれており、底から任意の高さ x における水路幅を図-2-1のごとく b とすると、

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(UA) + \rho \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m U^2 A) = -\tau_0 \frac{A}{R} + \rho g A \sin \theta - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta$$

$$- \rho g \cos \theta \int_0^h (h-z) \frac{db}{dx} \cdot dz \quad \dots\dots\dots (2-8)$$

となり、(2-7)式のかわりに、(2-8)式から出発するものと考えられたが、岸博士および王⁷⁾が考察したように、運動量の変化に対応すべき力として側壁あるいは底面が水塊に及ぼす反力を考慮に入れることにより(2-8)式右辺第4項がちょうど相殺されることになるので、結果的には(2-7)および(2-3)式が一樣でない開水路に対しても、基礎方程式として用いることができるわけで、従つて運動量の関係から得られた(2-3)式は、水路断面が一樣であるとなしを問はず成立してしかも比較的簡易な式形であるから、実流水流の演算に対しても広く応用しうるものであるということができよう。

また、岩垣博士が(2-3)式を導いた際には、運動量がベクトル量である関係から、水路に対して直角に流出あるいは流入する水は、 x 方向における運動量の変化には関与しないものと考えた。岸博士および王はこの点に関していさし考察を加え、流入あるいは流出水の x 方向の成分を考え、それに起因する U および α_m を U_q および $\alpha_m q$ として、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} \right) + (1-\alpha_m) \frac{U}{gA} \frac{\partial A}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \sin \theta + \frac{\tau_0}{\rho g R}$$

$$+ \frac{\alpha_m U q}{gA} \left(1 - \frac{\alpha_m q U_q}{\alpha_m U} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

を得ている。すなわち(2-9)式では(2-3)式の流出入に関する項に若干の補正が加えられたわけである。同様な考え方で、エネルギー保存の法則からも、

$$\frac{\alpha_m}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_e \frac{U^2}{2g} \right) + \frac{\alpha_m - \alpha_e}{2g} \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \sin \theta + \frac{\tau_0}{\rho g R}$$

$$+ \frac{\alpha_e U q}{gA} \left(1 - \frac{\alpha_e q U_q^2}{2\alpha_e U^2} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (2-10)$$

を導いている。(2-10)式の左辺第7項を(2-4)式と比較すると、(2-4)式は $U_q = 0$ として誘導されているので、これを考慮した場合 $-\alpha_e q U_q^2 / \alpha_e U^2$ なる補正がなされたことは諒承できるが、(2-10)式では、そのうえに $\alpha_e U q / 2gA$ だけが多くかつ $q \cos \theta / UA$ だけ少なくなっている。これは(2-10)式の出発式において、流入水($q > 0$ とする)は水路の単位長さ、単位時間あたり、 $\rho g q \alpha_e q U_q^2 / 2g$ なる運動エネルギーと $\rho g q h \cos \theta$ なる位置のエネルギーを失なつて、 $\rho g q \alpha_e U^2 / 2g$ な

る運動エネルギーに変換するものと考えているが、 $\rho g q h \cos \theta$ が失なわれることもなくまた主水路に入つてもつべき運動エネルギーは考慮してあるから、考え方としては(2-4)式の方が正しいものと思われる。

従来の研究において、連続の方程式は(2-2)式を用いながら、運動方程式の附加項を不注意に考慮しなかつたものがみられ、⁸⁾ 後述する管路の場合についても同様であるが、いずれにしてもこれらの研究によつて、横からの流出入水のいつ水理学な位置が明確にされたものといえよう。上述した広義の基礎方程式によつて通常の勾配をもつた開水路水流のほとんどが往きされるはずである。

(2-3)あるいは(2-4)式を(2-2)式と連立せしめて直接解くことは一般に困難であり、与えられた境界条件および初期条件を用いて適当な方法で数値計算を行なうことになる。このような計算を最も厳密に行なう一方法として特性曲線法があり、Escoffier⁹⁾が水流の不安定性について図式的解析に用いているが、その際連続方程式(2-2)に対し運動方程式は(2-3)式で $q=0$ としたものが用いられているので、岩垣博士は改めて幅 B なる矩形断面水路に対する(2-3)式を用いて次のような基本計算式を導いた。¹⁰⁾

$$\left. \begin{aligned} dt &= \frac{dx}{\alpha_m U \pm \alpha_1 W} = \frac{d\{U \pm 2(\alpha_1 \mp \alpha_2)W\}}{g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} \pm \frac{g}{Bh}(\alpha_1 W \mp \alpha_m U)}, \\ \text{ただし } W &= \sqrt{gh \cos \theta}, \quad \alpha_1 = \sqrt{1 + \alpha_m(\alpha_m - 1)U^2/W^2}, \\ &\quad \alpha_2 = (\alpha_m - 1)U/W. \end{aligned} \right\} \dots (2-11)$$

(2-11)式では複号同順であつて、与えられた初期条件および境界条件からこれら2群の特性曲線によつて $x-t$ 平面を覆いつつ、差分法¹¹⁾によつて任意の t および x における U および h の値を求めることができる。

しかしさらにこの種の流れの特性を明らかにするため、岩垣博士は矩形断面水路の勾配が比較的急で流れがほぼ等流とみなされる場合について近似計算法を提案し、これを用いて水路に急に一樣な流入流量 $q(>0)$ が与えられ、ある一定時間の後これが急に0になる場合の不定流現象についての理論計算および詳細な実験を行なつた。著者は本研究に^{12), 13)}共同研究者として参加して多大の成果を収めたが、その主要点を述べれば次の通りである。

特性曲線の近似計算式は流れが層流の場合および乱流の場合に対して導かれたが、たとえば乱流の場合についてはManningの粗度係数を n_M として、

$$dt = \frac{dx}{\left(\frac{5}{3} - \frac{4R}{3B}\right)U + \frac{(1/3 + 4R/3B)UqR^{4/3}}{2n_M^2 g B h U + qR^{4/3}}} = \frac{dh}{q/B}, \dots\dots (2-12)$$

あるいは

$$dx = dt \left\{ \left(\frac{5}{3} - \frac{4R}{3B}\right)U + \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{4R}{3B}\right)UqR^{4/3}}{2n_M^2 g Q + qR^{4/3}} \right\} = \frac{dQ}{q} \dots\dots (2-13)$$

となる。(2-12)式は未知量として U および h をとつた場合、(2-13)式はそれらを U と Q にした場合に応ずるが、いずれも特性曲線群は $dx/dt > 0$ なる一群のみであり、そのため U と h あるいは Q の関係を示す近似式として、

$$U = \sqrt{\left\{ \left(\frac{5}{3} - \frac{4R}{3B}\right) \frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g B h} \right\}^2 + \frac{R^{4/3}}{n_M^2} \sin^2 \theta} - \frac{(2/3 + 8B/3B)U(qR^{4/3}/2n_M^2 g B h)^2}{U + qR^{4/3}/2n_M^2 g B h} \\ - \left(\frac{5}{3} - \frac{4R}{3B}\right) \frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g B h} \dots\dots\dots (2-14)$$

が用いられている。(2-14)式はもし $q=0$ とすれば通常のManningの抵抗法則と一致するが、 $q>0$ なる場合には1例が図-2-2に示されるように、同じ h に対して $q=0$ の場合より U 、 Q が小さくなることが注目される。

これらの式を用いて与えられた境界条件および初期条件から任意断面、任意時点の流れが決定されるのであるが、 q の値の変化によつて図-2-2のごとく流れの広義の抵抗法則が変化するので、時間的に流入流量が急変するとき、距離的に q 、 θ 、 n_M などが急変する場合、前の領域での抵抗法則から次の領域のそれに遷移する過渡領域の導入が必要となり、その部分では(2-11)式を簡易化した方式によつて計算することが提案されている。これらの方法による実際計算および実験によつて明らかにされたことは、上流端の境界条件を一定とすると、ある点 x における Q および h の増減は、上流端から出発した特性曲線が x の点に達した後であれば q の増減にただちに應ずるが、それ以前に q が急変した場合にはただちに應ずることなく、その瞬間の水路にそつた初期条件に左右され、特に Q の値は時間的過渡領域の間で q の増減に応じて一たん必ず減増することであつた。

横から流出入を伴った開水路不定流の今後の問題として不定流における各種の水量測定技術の向上および自動制御などによって、さらに多くの場合について実験的裏付けがなされて、流出入量が抵抗法則に及ぼす影響、圧力分布あるいは流速分布に与える効果などについて検討が加えられるとともに、一般の緩勾配の場合に対しても実用的な計算法が得られることも期待される。しかし岩垣博士を中心とした一連の研究が上述したように画期的なものであり、しかもそれが比較的最近の成果に属するので、現段階では不定流の基礎的な分野に関する限りその後の研究があまり進展していないようである。

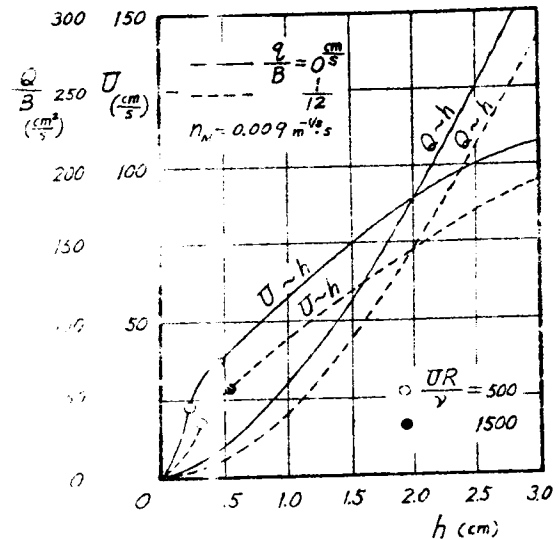


図-2-2 横からの流入に伴う流量流速の減少

2.3 横から流出入のある開水路定常流

横から流出入を伴う開水路定常流に関する研究は、2.2において述べたような基礎方程式を直接に取り扱ったもの、あるいは実験、実測を主としたもののいずれであつても、所定の流量を流すために必要な水面の縦断形を求め、それによつて水路の大きさを設計することを目的としていることはいうまでもない。従つてここで述べようとする従来の研究はいずれもこの線にそつたものであるが、対象のとりあげ方によつて、単に横方向の流出入を伴う一般的な開水路流れを問題にしているものと、実際に用いられる具体的な施設について考察を行つたものと二つに大別することができる。

まず前者に属するものは、1次元解析法によつて水流の遷移現象を水面曲線と関連させて論ずる水理学の基本的な研究である。本間博士はエネルギー的な考え方から矩形断面

水路の水面形の基本方程式として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh}{dx} &= \frac{\sin \theta (h^3 - h_u^3) - \left\{ \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) h_c^3 + h^3 \right\} g h / Q}{h^3 - h_c^3}, \\ \text{ただし } h_u &: \text{等流水深で } h = h_u \text{ のとき } \sin \theta = \tau_0 / \rho g R, \\ h_c &: \text{限界水深で } h_c = \sqrt[3]{\alpha_e Q^2 / g B^2} \end{aligned} \right\} \dots (2-15)$$

を誘導し、水面曲線の代表的なものを示して、横から流入のある場合には幅の狭まる水路に類似していると述べている。(2-15)式中の α_0 は、流入した水のもっているエネルギーが全部あるいは一部失なわれるものとしたときの係数で $0 \leq \alpha_0 \leq 1$ としている。

(2-4)式の岩垣博士の式は $\alpha_0 = 1$ の場合に相当する。ただ(2-15)式の誘導において流入流量 q のもつエネルギーの処理の方法の若干の相違によって、(2-15)式右辺分子の qh/Q に係る $\{ \}$ 内の値が左右され^{14), 15)}極端な場合として連続方程式(2-2)と流入のない場合の運動方程式とを用いても上記の項は $h_c^3 q h / Q$ となつて残り、幅の狭まる水路に類似した傾向を示しうることに留意すべきである。

一方、岩佐博士は開水路定常流の一般理論としての、水流の遷移現象と関連した基礎的諸特性に関する理論的研究^{16), 17)}の一環として、同様な方法によつて横から流出入のある流れについても論じ、水面曲線にあらわれる特異点の分類とその意義について明確な考え方を示している。この場合基礎方程式としては岩垣博士の与えた(2-3)式から出発しているが、問題を雨水を上方からの流入量とする路面上横断方向の2次元流^{18), 19)}および河床からの滲透水を流出量と考える天井川の水理特性²⁰⁾に分けて論じている。

以上の諸研究はすべて、 x 軸方向のみに関する1次元解析法によつて行われているわけであり、種々の様態をもつて流出あるいは流入する水自体の水流に及ぼす影響、特に二次流の存在の有無と関連した流速分布、水圧分布(水面変化)との関係や、さらに流出入に対して第三の水理学的拘束条件を有する場合、それを水面形状特性に導入する方法といった点が今後の研究課題となろう。

上述したような基礎的研究が行なわれる一方、実際設計上の要求から、横からの流出入を伴う水路工作物に対する実用を目的とした研究も数多く進められてきている。これらのうち上下水道の分野における例としては、まず急速ろ過池の洗浄排水を集水するために用いられる越流トラフがあり、これは流入型に属するが、このほか合流式下水道幹線管

きにおいて豪雨時の過剰雨水を放流するために必要な，流出型の横越流堰が主要なものである。

洗浄排水用越流トラフの設計には，従来からMiller²¹⁾の公式が使われている。すなわち

$$Q_L = 1.05 B (h_0 + L \tan \theta)^{3/2} \dots\dots\dots (2-16)$$

である。ここに Q_L はトラフ下流端の総越流流量， B および L は矩形断面トラフの幅および長さ， h_0 はトラフ上流端の水深かつ θ は前同様底面の傾斜角である。本公式は側壁からの流入を考慮した不等流のエネルギー方程式から出発しているが，その誘導に若干疑問があり実際例についてみても適合はよくなく，また公式自体も次元的に正しくない。これに対しCamp²²⁾が新たに運動量方程式から理論的に導いた式をThomas²³⁾が修正したものは

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= \sqrt{2 h_{cL}^3 / h_0 + (h_L - L \sin \theta / 3)^2 - (2/3) L \sin \theta}, \\ \text{ただし, } \theta &= 0 \text{ のときは } h_0 = \sqrt{h_L^2 + (2 h_L^3 / h_L)} \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

である。 h_L はトラフ下流端の水深で， h_{cL} は(2-15)式の h_c と同様な限界水深で，下流端における Q_L に対する値である。(2-16)あるいは(2-17)式を用いれば，いずれも与えられた Q_L および L に対して，簡単な計算によつてトラフの幅，勾配，深さを決定できるのであるが，両式とも摩擦抵抗が無視されているうえに水面形を放物線であるものと仮定しており，設計結果に対して信頼をおき難く，結局はかなり安全率を大きくとつて大きな断面のトラフを採用せざるを得ないという悪循環を生じているようである。むしろ，Campの理論的研究は，その表示において若干異なるけれども，すでに岩垣博士の(2-3)式と同様の式

$$\sin \theta - \frac{dh}{dx} - \frac{\lambda U^2}{2gR} = \frac{1}{g} \left(U \frac{dU}{dx} + q \frac{U^2}{Q} \right) \dots\dots\dots (2-18)$$

を導いており，ただその水理学的意義が明確にされなかつたに過ぎない。ただし λ は摩擦抵抗係数である。また(2-18)式から連続方程式 $Q = qx$ を用いて，幅が一定なトラフにおける水面曲線方程式

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2q^2 hx - g \sin \theta B^2 h^2 + (\lambda/2R) q^2 h x^2}{q^2 x^2 - g B^2 h^3} \dots\dots\dots (2-19)$$

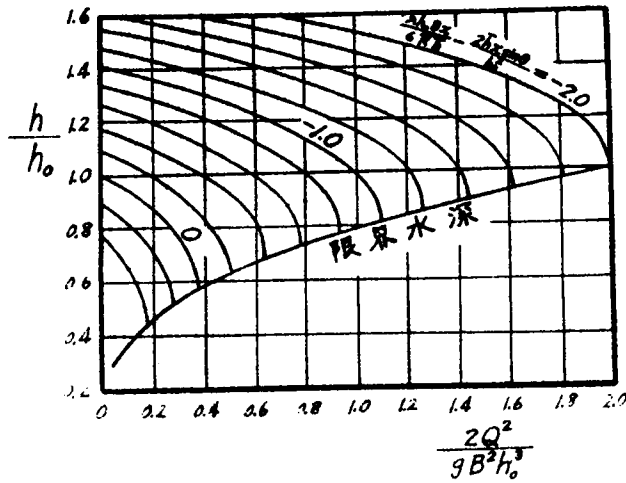


図-2-3 Campによるトラフの水面曲線

が求められており、(2-19)式を積分することによって限界水深以上の流れに対する計算を図-2-3のごとくあらわした。Thomasの修正は図-2-3中にある R および h の $0 \sim x$ 間における平均値 \bar{R} および \bar{h} の導入の起因となつた、 $\int h dx$ および $\int (1/Rh) dx$ の演算にあたつて水面形を上述のように仮定したわけであり、むしろCamp流に研究を進めて下流端条件および水面曲線を検討すべきであつたと考えられる。なおCampは一連のトラフからの排水をうけるろ過池の中央きよにおいても同様な現象を呈することを指摘している。

これに対し、Liは主として洗浄トラフあるいは下水処理槽周囲の越流水路などを対象として、やはり不等流量水路の運動量方程式から出発して、種々の断面形および勾配をもつた水路に対して、Froude数をパラメーターとして導入しつつ上流端下流端の水深比を求めている。基礎方程式は上流端を x の原点として、

$$\text{連続式} \quad Q = Q_L x/L, \dots\dots\dots (2-19)$$

$$\begin{aligned} \text{運動量式} \quad & -hA^2 \frac{dA}{dx} - A^3 \frac{dh}{dx} + A^3 \sin \theta \\ & = \frac{2F_{rL}^2 A_L^3 A x}{B_L L^2} - \frac{F_{rL}^2 A_L^3 x^2}{B_L L^2} \frac{dA}{dx} \dots\dots (2-20) \end{aligned}$$

を用いている。 F_r は $F_r^2 = Q^2 B / g A^3$ によって定義したFroude数で、添字 L が下流端における値を示す。(2-20)式の誘導に際してはあらかじめ流入水のもつ x 方向の運動量が考慮されたが、摩擦損失が二次的な意義しかもたないものとして水路壁の τ_0 の効果と釣り合うという仮定を設けている。トラフが水平底をもっているとき(2-20)式は直接解けて、

$$h_0/h_L = \sqrt{2F_{rL}^2 + 1} \dots\dots\dots (2-21)$$

となり、(2-17)式の $\theta=0$ の場合の式と一致することがわかる。一定の勾配を有している場合については、 F_{rL} および $G = L \sin \theta / h_L$ なる無次元量との関連において水面曲線を論じ、 $F_{rL} \leq 1$ なる状態で、の h_0/h_L の値を数値積分によって求め、Campの図-2-3と同種の図-2-4を得ている。同様な解は傾斜側壁をもった水路についても求められており、また射流部分における水面形や、また摩擦の効果によって増すべき h_0 の割合などについても論じられている。トラフの場合のように一般に勾配をかなり急にとる場合にはそれ自体かなり強度の高い流入水のもつ x 方向の運動量成分についてもさらに詳細な検討を必要とするが、 L_i の研究は従来のものより一歩前進したものであつて、今後実際設計にももつとその成果が活用されるべきであろう。

次に横越流堰に関しても、古来多くの研究、実験が行なわれ、それぞれ公式が発表され

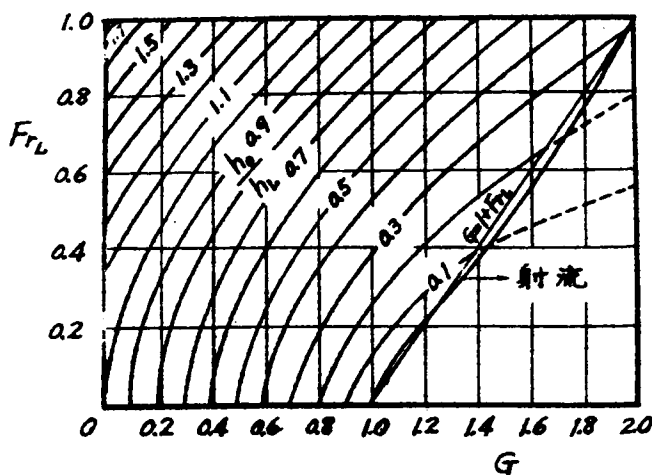


図-2-4 L_i によるトラフの水面曲線

てきたが、現在なお多くの問題点を残している。トラフのように流入水量が完全に均等とできるような場合とは逆に、流出と、水路内の遷移現象によつて支配される水位によつて流出量自身も拘束されているので、越流量と堰長などの関係を簡単な式形に表わすことはある程度実験常数を導入しないと困難であるのは当然であり、従つて必然的に、実験式の成立条件を認識して、公式の適用範囲を誤らないようにすることが肝要である。

Babbitt²⁵⁾, Parmley²⁶⁾らの米国学者の公式²⁷⁾をへて、現在通常に用いられている公式は、Parmley公式の修正に相当するColeman-Smith公式²⁸⁾

$$L=0.548 BU h_1^{0.18} \left(\frac{1}{\sqrt{h_2}} - \frac{1}{\sqrt{h_1}} \right) \text{ (ft.-sec 単位) } \dots\dots\dots (2-22)$$

であろう。Lは堰長、Bは管きよ平均幅、 h_1 、 h_2 はそれぞれ上下流端の越流水深、Uは堰にそつた平均流速で、 $U h_1^{0.18}$ なる要素は堰の流量係数を実験によつて決定した際導入されたものである。しかしながら公式が次元的に正しくないので堰高の異なる場合には適用性に乏しく、しかも下流側に何ら支配構造物のない場合に限られるうえ、Uの値を決定しにくく、さらに根本的には、流出を伴う不等流の性質が十分加味されていないことは明らかである。

このような意味で、1957年英国土木学会で行なつた横越流堰の水理に関するシンポジウムは注目に値するもので、Ackers²⁹⁾、Allen³⁰⁾、Collinge³¹⁾およびFrazer³²⁾がそれぞれ独自の理論的、実験的研究を発表している。これらのうちAckersおよびFrazerは堰にそつた管きよ内の縦横両方向の水面形について詳細な検討を加え、さらにAckersは実験結果を用いて理論的にも意義のある堰長公式を提案している。すなわち C_1 、 C_2 、 C_3 および C_4 を常数として、

$$\text{遮流板のない場合 } L=2.03 B \left(C_1 - C_2 \frac{h_d}{E_w} \right), \dots\dots\dots (2-23)$$

$$\text{遮流板のある場合 } L=1.68 B \left(C_3 - C_4 \frac{h_d}{E_w} \right) \frac{E_w}{2e_d} \cdot \frac{h_2}{h_1} \dots\dots (2-24)$$

であり、これらは図-2-5および2-6に示されるとき関係を示す。ここに h_d は堰高、 e_d は堰と遮流板との間隔、また E_w は堰頂での値を基準にとつた比エネルギーで、前述の α_e および水面形の横方向分布に関する係数を考慮している。

AckersおよびFrazerが基礎方程式として用いたものは共に

$$\frac{U^2}{2g} + h = E = \text{const.} \dots\dots\dots (2-25)$$

によつて代表される式形で
あつたが、Ackersは比
エネルギー E が一定という
仮定を設けてBernoulli
の定理を直接適用した後
(2-25)式左辺の各項
に補正を加えた。一方、
Frazerは、越流流速の
水路方向の成分が水路中の
流速 U に等しいという仮定
を設けて運動量式をたて、
それから(2-25)式を
導いているが、不確かとい
う理由で各項の補正を行な
っていない。Howland
が指摘したように、³³⁾もし
流出水の水速度成分がトラフ
の場合のごとく0であれば、
(2-25)式の $U^2/2g$
の項は U^2/g となるべき性
質をもっており、Frazer
の仮定が極端であることお
よびAckersが実験的に
求めた α_e が1.15~1.40
であつて通常の値より若干
大きいことを考慮すれば、
流出水の成分の取り扱い方
法に対する一つの示唆を与

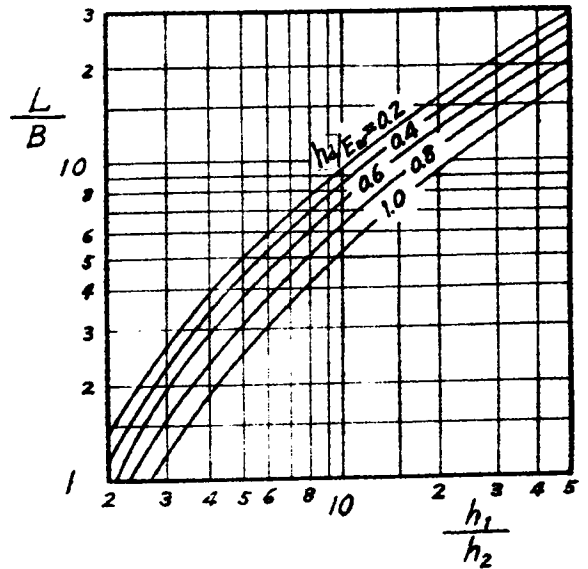


図-2-5 Ackersによる堰長公式(連流板なき場合)

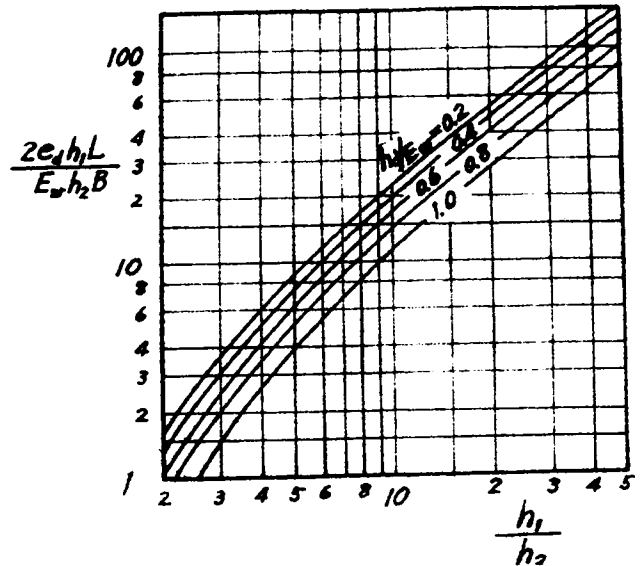


図-2-5 Ackersによる堰長公式(連流板のある場合)

えうるものといえよう。

2.4 横から流出入のある管路の定常流

横からの流出入を伴う管路についても、開水路の場合と同様な取り扱いができることはもちろんであるが、管路においては流水断面積 A が流量 Q あるいは流出入量 q と無関係に一定であるかわりに、流出入量が管内外の水頭差に支配され、通常、流出および流入の場合を通じて一様な q の値を得ることが困難となる。従つて問題の解析は管内水頭の変化および流出入量の管路にそつた分布値を求めることに目的がおかれることになる。

流出入を伴う管路に関する従来の研究は、第5章において述べる多孔管の問題のほか、主として閘門水路の満水あるいは排水に用いられる多岐管路、^{34), 35)} 灌漑用の撒水管路³⁶⁾ などについて行なわれており、この種の管路を総称して "Manifold System" とよばれている。Manifold Systemに関する厳密な解析は、Streeterが指摘しているように、³⁷⁾ 分岐管の管壁に作用する力とか、分岐あるいは合流後の本管内に生ずるエネルギー損失などが不明であるので、運動量法則あるいはエネルギー理論を用いても一般に困難をさわめる。

SouckerおよびZelnick³⁵⁾ は Panama 運河の第3閘門の設計にあたり Manifold Systemにおける流量の均分化をはかり設計を合理化する目的で実験を行なうにあたり、運動量の関係から基礎式を導き、流出分岐管の前後について、

$$\frac{\Delta Y_0}{U_1^2/2g} = 2 \frac{Q_3}{Q_1} (1 + k_0) - 2 \left(\frac{Q_3}{Q_1} \right)^2 \dots\dots\dots (2-26)$$

を得た。ここに ΔY は流出する分岐の前後における圧力水頭回復高、 U_1 、 Q_1 は分岐前流速と流量、 Q_2 は分岐後流量、 Q_3 は流出流量で $Q_2 + Q_3 = Q_1$ である。また k_0 は Q_3 なる流出水が流出前にもつていた運動量のうち $(1 - k_0)$ の割合だけをもつて流出すると仮定した $0 \leq k_0 \leq 1$ なる係数である。同様に流入分岐管についても

$$\frac{\Delta Y_i}{U_2^2/2g} = 2 \frac{Q_3}{Q_2} (1 + k_i) - 2 \left(\frac{Q_3}{Q_2} \right)^2 \dots\dots\dots (2-27)$$

を導いている。 ΔY_i は合流前後の圧力水頭降下、 U_2 、 Q_2 は合流後の流速、流量、 Q_3 は合流量で、 k_i は k_0 とちょうど逆の意味をもっている。SouckerおよびZelnick

は流出の場合について(2-26)式をEngerおよびLevy³⁸⁾あるいはOakley³⁹⁾らの実験値とを図-2-7のごとく比較して、 k_0 の値がほぼ0.3~0.4となるとしている。かれら自身も実験を行なつて、(2-26)あるいは(2-27)式の検討や、また分岐あるいは合流支管の流量係数についても検討しているが、単一支管による実験を主としたことなど実験も十分とはいひ難く、(2-27)式の式形がやや不十分ではあ

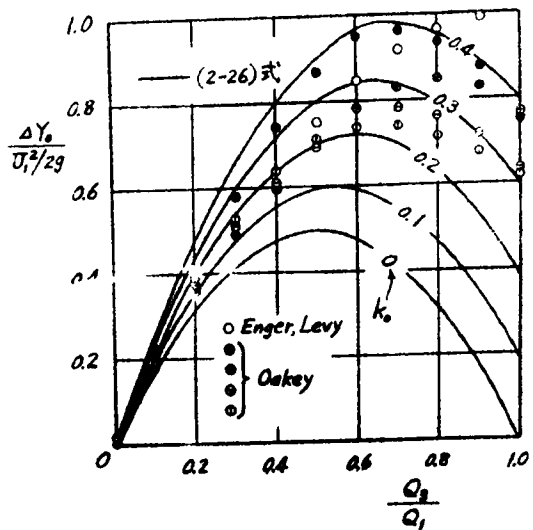


図-2-7 分岐管路における水頭変化

るが k_i が k_0 より一般に大きくなることがわかつた他には普遍的な関係を得るに至っていない。これは、(2-26)あるいは(2-27)式における k_0 あるいは k_i という係数の仮定にも一因があるであろうが、これらの要素はManifold Systemにおける本支管の口径比や支管の間隔などが重要な意義をもつはずで、このような考慮を欠いたからに他ならない。この研究に対しては多くの討議が寄せられたが、すべて単一支管の近傍における流れの様態に関して種々の仮定を設けた方法を述べたものであつて、帰するとところ実際現象の完全な説明は困難であるようである。Streeterはこれらの討議のうちMcNown⁴⁰⁾の考え方をとりあげている。³⁷⁾しかし、McNownは圧力変化以外に作用する力を(2-26)式に導入し、それをエネルギー方程式と結合して k_0 あるいは k_i を分合流流量比と関係づけたまま図-2-7中の実験値にはうまく適合させることができたが、用いたエネルギー式は単なるBernoulliの定理であり、Bernoulliの定理ではない(2-26)式と結合するなど全然無意味である。むしろ、Powell⁴¹⁾のごとく、流量比とともに本支管断面横比と分岐合流の本管に対する有効角度を k_0 、 k_i に導入するべきである。

しかしながらこのような研究はいずれも単一支管に対する分合流流量比と圧力変化の関

係のみを論じたものであり、全Manifold Systemに対する支管口径比との関連における (Q_3/Q_1) あるいは (Q_3/Q_2) の推移に関してはその後も顕著な研究は行なわれておらず、上述したような研究も実際設計に対して十分に活用される段階に達していない。

従つて、この種の分岐管路あるいは合流管路の水理設計に際しては、結局、種々の本支管口径比、分合流支管の本管に対する取り付け角度に対して、実験結果の累積によつて求められた図-2-7の関係あるいは本支管の間に生ずる圧力変化についての同様な関係^{42), 43), 44)}を用い、各分岐点、合流点ごとに一々流量分配率を仮定しつつ水頭計算を行なつてきたわけである。熱交換器あるいはDuct Systemを対象として、新津および倉橋は2つのManifold Systemを組み合わせた管網について、流量分布率を論じているが⁴⁵⁾その理論計算もやはり、ここに述べた方法と同じである。

一方、Manifold Systemの支管の口径が漸次小さくなりその配置も密になり、さらに支管のかわりに単なる孔をもつた管路型式をPerforated Pipeといつており、その最も典型的な例が急速ろ過池の多孔管や集水埋きよである。これらについては第三編において詳しく述べるのでここでは触れないことにするが、流出入の局所的な影響はある程度小さくなるので、いわゆるManifold Systemに比較すると物理的な取り扱いは多少容易になるはずである。連続した小孔がさらに密になると極限はスリットになるが、排砂管としての機能を検討する目的で、荒木博士はスリット管の水理について理論的実験的研究を行なつている。^{46) 47)}すなわち、管壁のスリットを通して流入のある場合の管流について、運動量方程式、連続方程式およびスリットにおける流入量方程式を組みあわせ、流量 Q を用いてこれを次のようにあらわした。

$$\frac{dQ}{dx} - \frac{d^2Q}{dx^2} - \frac{2\alpha_m c^2 s^2}{R^2} Q \frac{dQ}{dx} - \frac{\lambda c^2 s^2}{2RA^2} Q^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2-28)$$

ただし、 s はスリットの幅で他の記号は前通りである。さらに、スリット管が一定水位の水中にあつてかつ管路の始端もその水中に開いており、管路末端の圧力が0であるという境界条件のもとに(2-28)式を解くに際し、

$$Q = Q_1 + \lambda Q_2 + \lambda^2 Q_3 + \dots\dots\dots (2-29)$$

と考え、実際には λ が小さいものとして(2-29)式の第2項までとつた次のような解を

得ている。

$$\begin{aligned}
 Q &= A \sqrt{2gH} \left\{ \phi E_1(x) + \lambda \Psi \left\{ M_1 E_1(x) + M_2 \exp \left(-\sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - 2 \sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A + 4 E_2(x) \log E_2(x) \right\} \right\}, \\
 \text{ここに, } E_1(x) &= \exp \left(\sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A \right) + \alpha' \exp \left(-\sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A \right), \\
 E_2(x) &= \exp \left(\sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A \right) - \alpha' \exp \left(-\sqrt{2\alpha_m} \, c s x / A \right), \\
 \alpha' &= \left(\sqrt{2\alpha_m} - \sqrt{\alpha_m + f_1} \right) / \left(\sqrt{2\alpha_m} + \sqrt{\alpha_m + f_1} \right) \\
 \phi &= 1 / \sqrt{2\alpha_m \left\{ E_2(L) \right\}^2 + f_2 \left\{ E_1(L) \right\}^2}, \\
 \Psi &= \phi A / 16 \sqrt{2\alpha_m} \, \alpha_m c s R, \\
 M_1 &= \left[2 \alpha_m E_2(L) \left\{ M_2 \exp \left(-\sqrt{2\alpha_m} \, c s L / A \right) - 2 E_1(L) + 2 \sqrt{2\alpha_m} \, c s L E_2(L) / A \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 4 E_1(L) \log E_2(L) \right\} - f_2 E_1(L) \left\{ M_2 \exp \left(-\sqrt{2\alpha_m} \, c s L / A \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2 \sqrt{2\alpha_m} \, c s L E_1(L) / A + 4 E_2(L) \log E_2(L) \right\} \right] \phi^2, \\
 M_2 &= 8 \left\{ \alpha_m + (\alpha_m - f_1) \log(1 - \alpha') \right\} / \left\{ \sqrt{2\alpha_m} + \sqrt{\alpha_m + f_1} \right\}^2.
 \end{aligned}$$

..... (2-30)

ただし、 H は水面から管路末端中心までの深さ、 f_1 および f_2 は損失水頭を $f_1 U^2 / 2g$ および $f_2 U^2 / 2g$ とあらわしたとき、それぞれ管始端からスリット始端 ($x=0$) までおよびスリット終端 ($x=L$) から管末端までの総損失水頭を示す係数である。荒木博士はさらに、断面の変化するスリット管あるいはスリット幅の変化するスリット管についても同様の解を導き、流入量を一定にするための方法などを論じているが、(2-30)式で与えられる解は必ずしも一般的な場合に対するものでなく、また計算式がやや複雑であるうえ、対象としている λ の値が小さい場合は(2-29)式の第1項すなわち摩擦のない場合の解で十分であると考えられるのに対し、摩擦項が大きくなれば(2-30)式では不十分となることもあろう。なおこの解析にあたっては、次章において著者が取り扱った方法と同様に流入量に影響する管内水頭としては静水頭のみを考えているが、スリッ

ト幅がある程度大きくなつて流入量が増加してくると、さきに述べた k_i のごとく流入水のもつ x 方向の運動量成分を考慮に入れることが必要になつてくるものと思われ、この点は流入孔が断続している Perforated Pipe よりもむしろそれが連続しているスリット管における方が重要になつてくるであろう。

以上横から流出入のある管路の定常流に関する主要な2つの研究方向について述べたが、Manifold System と Perforation System の限界とか、流出入が流速分布、圧力分布に及ぼす影響などについても今後研究が進められなければならぬことは、開水路の場合と同様であろう。

2.5 総 括

本章においては、上下水道における集配水現象の水理学的基礎事項として、横方向に流出入のある流れに関する研究のうち、従来行なわれてきた主要なものの大要を述べた。その内容を要約しつつ、若干の附加的考察を行なうとおよそ次のようである。

一般に水流を取り扱うための基礎方程式として欠くことのできない運動方程式は、運動量的な考え方に基礎をおくものと、エネルギー的な考え方によつたものの2つに分れるが、横から流出入を伴う開水路流れについて、従来示されてきた一般的表示を説明した。すなわち岩垣⁶⁾、岸および王⁷⁾らの研究によつて運動方程式中において占める流出入流量の水理学的意義が明確にされ、この結果、単に連続方程式のみに流出入量を考慮したのでは誤りであることも指摘された。しかしながら運動量方程式とエネルギー方程式における流出入量に係わる項の表示の差異とか、流出入水自身のもつ運動量およびエネルギーの、それぞれ本流中におけるそれらの挙動消長といった点との関連における取扱い方法などについても今後研究が推進されなければならない。このような考え方はそれ以前からも、必ずしも疎かにされていたわけではなく、たとえばCamp²²⁾は急流ろ過池の越流トラフの研究に際し、定常流を考えた場合の(2-3)式と同じ式を誘導したのであるが、その当時としては横からの流入量の運動量方程式における重要性が十分に認識されなかつたと考えられる。

横から流入のある不定流に関しては、市街地における雨水の排水や、河川上流部における流出機構を説明しうる重要な現象であるので、岩垣および著者による比較的急勾配水路における特性曲線の近似法^{12), 13)}を説明した。横から流出入のある一般的不定流について特に重要な点は、流入量の増減あるいは流出量の減増は広義の抵抗法則に影響を与え、

それぞれあたかも摩擦係数が増減したかのごとくなる。従つてたとえ一様水路を考えた場合にも距離的な流出量の変化、さらに時間的な流出量の変化によつて、あたかも定常流において生ずる水路条件の急変、漸変に伴なう遷移現象と同じような水理的意義をもつ過渡現象の生ずることが明らかにされた。

一方、横から流出入のある開水路定常流の示す水面形曲線特性に関しては、上述した水流の遷移現象との関連において、水面形曲線にあらわれる特異点の明確な分類が岩佐^{19),20)}によつて行なわれ、種々の実際水路およびその支配構造物の設計に重要な役割を果しつつある。これら水路の実例で典型的なものは上述した集水トラフや下水管きよの横越流堰があり、これらに対して従来用いられてきた実用公式の欠点を指摘しつつ、最近の新しい研究について述べた。それらのうち運動量方程式を用いたCamp,²²⁾ Li²⁴⁾の研究およびエネルギー方程式を用いたAckers²⁹⁾の研究は注目に値するものであつて、かなり設計の合理化が期待されよう。しかしながら、トラフにおいては、沈殿池集水に対するトラフ網としての応用を考慮すれば上流端からも流入のある場合のトラフ公式が必要となるし、また合流条件とトラフ勾配が流れのFroude数と流れの支配断面に及ぼす効果なども導入されるべきである。また横越流堰については、下水処理場の合理的運営のため、放流雨水量と流下汚水量の適確な制御が行なわれる必要があり、現在公式には、これに必要な要素としては堰下流側水位のみしか考慮されておらず、下流側管きよの条件により必ずしも理論値は実現されない。この意味で現在下流側に支配構造物ないしは自動制御装置の設備⁴⁸⁾が行なわれるのが常であり、これらの水理的機能も当然公式に加味されなければならないと思われる。

最後に、横から流出入のある管路については、流出入を対象としたManifold Systemと、流入のある場合のスリット管について述べた。Manifold Systemについては分岐管あるいは合流管と本管との接続部における水流の様相がきわめて複雑であるため、精密な解析は困難をきわめるものと予想され、従来主として実験係数が設計に用いられてきた原因もここにある。従つてかなり便宜的な取り扱いをしたMcNown⁴⁰⁾の方法より、実験を補助手段とする必要はあるけれどもSouckerおよびZelnick³⁵⁾の基本的な考え方の方を著者はむしろ支持したい。スリット管に対する荒木⁴⁶⁾の研究はそれ自体基礎的なもので現象の本質が一応よく解析されてはいるが、実用のためにはさらに検討が必要と思われ、次章に述べる著者の研究ではこの点に主眼をおいている。

以上のごとき従来の研究は、いずれも一次元的解析法によつたものであるが、流出入を

伴なう流れにおける流出入水の果す効果についてより適確に把握するため、今後流出入水のもつ運動量あるいはエネルギーに対する詳細な研究と、それが横方向の流速分布、圧力分布に対する影響についても考慮されるべきである。

本論文において用いる基礎的關係も、本章において述べたと同様であるので、ここにその考え方の大要を述べ、また本論文において取り扱わなかつた上下水の集配水現象に対する従来および最近の研究とその問題点、今後の方針などについて述べた。

第3章 横から流出入のある一様管路の水理特性

3.1 概 説

本論文においては、上下水道の集配水現象が、横から流出入のある流れの組みあわせから成るものと考えており、その基礎的な水理学的研究について、第2章において大要を説明した。それらのうちで横から流出入のある管路に関する水理学的研究が最も遅れているようであり、従来までの研究が主としてManifold Systemの支管附近の局所的な現象説明に終始していたので、ちょうど開水路における水面曲線を検討するという方向と同じ意義をもった流出入管路の水理特性が明らかにされなければならない。本章において述べる研究はこのような意味で最も基礎的かつ重要なものである。すなわち、横から流出入のある管路は、前章においても述べたように、流出入の行なわれる規模あるいはその方法によつて、スリット管、多孔管および多岐管(Manifold Systemを以下こう解釈する。)の三つに分類することは可能であるが、それらの境界あるいは分類の限界は必ずしも明確ではない。多孔管のもっている管壁の多くの小孔を一直線上に集め漸次密に配置した極限状態がスリット管であり、逆に小孔をいくつかずつ1カ所に集中し枝管をとりつければ多岐管になるが、場合によつては非常に密な枝管をもった多岐管もあれば逆に孔の間隔はある程度広いけれども管路全体がきわめて長いために多孔管とみなせる場合もあろう。そこで著者は、集水壚きよ、多孔管式集水装置のごとき通常多孔管や、ポンプ系とか熱交換器あるいはLock Manifoldのごとき通常多岐管路といわれるもの、さらには配水管のごとき、比較的大口径の分岐管、合流管と接続する個所の間に多くの小口径給水管をもっている多岐管と多孔管を組みあわせた管路などのすべての基礎を多孔管におき、流出入量を支配する条件式および運動方程式を適宜修正、修飾することによつて、すべてを律しうるものと考えた。従つて第2章において述べたようなManifold Systemに関しても、一たんそれを多孔管と考えた場合、全管路を通じて流出入量の分布がどのようになるかという特性を把握し、しかる後基礎方程式修正の効果を論ずるべきであるとするもので、このような考え方によつて問題を統一しても何らその水理学的本質に変化はなく、かえつて全般的な流出入特性を明らかにするうえにおいて好都合であらう。

従来この種の多孔管または多岐管の水理設計にあたつては、横からの流出入量が適当な

間隔ごとに集中しているものと仮定してその間は通常管路と考える方法とか、管路にそつて流量が変化することだけを考慮して求めた摩擦損失水頭のみによつて動水勾配を計算する方法、⁴⁹⁾あるいは多岐管路のごとく、その分岐点、合流点ごとにいちいち分岐、合流の損失水頭を求めつつ解析する方法などがとられている。しかしこれらの方法は水理学的に妥当性を欠いていたり、近似解の誤差の評価が困難であつたり、また、分岐、合流の損失係数も流量比、管径比に対応した普遍的な値が得られていないといった欠点がある。このような流れの特性を究明することによつてこれらの問題が合理的に取り扱かえるだけでなく、場合によつては横から流出入のある流れの考え方を応用することによつて複雑な現象が簡易化され、集配水の機構が明確になるものと思われる。

本章においては、まず横から流出入のある管流の基礎方程式を誘導してあらかじめ流れの一般的性格を知り、ついで横から流出入のある一様管路の定常流の基礎式について述べる。この基礎式を用いることによつて、第一に最も基礎的にして理想的な摩擦のない管路における圧力、流量、流出入量分布について厳密解を示し、これまで一般に知られなかつた興味ある事実が明らかにされる一方、以下の解析にも重要な意義をもちかつ實際設計計算に際してもきわめて便利な比損失水頭なる要素が導入される。第二には摩擦のある通常の管路における二、三の近似解法を述べ、それによつて流出入特性を説明するが、なかでも管路長を適当に分割し、摩擦のない管路における厳密解を直接利用しつつ、各分割区間を比損失水頭で連絡してゆく図式解法は、精度を自由にとることのできる、あらゆる場合に対して合理的な近似計算法として提案される。

一方、このような理論の検証と補正とを目的として、多岐管をも1部に含めた膨大な実験を実施した。実験結果は主として流出入孔における流量係数の挙動を解析する目的で整理考察され、その結果を用いて上述した計算法を補正しようとするわけであるが、この場合にも比損失水頭を用いる図式計算法はきかめて順応性に富み有利である。同様な方法で、多岐管路の場合に対する修正法についても若干の考察を行なつてみた。

本章の研究は第三編において展開する集水理きよおよび多孔管型集水装置の水理設計法の是正に直接応用できるが、その際にも管路の摩擦抵抗係数は第二義的に取り扱かわれるはずであるので、本章においても、流出入孔自身の幾何学的な形状配置が抵抗係数に与える影響については特にふれないことにした。

3.2 基礎方程式

3.2.1 横から流出入のある管流の基礎方程式の一般形とその考察

図-2-8のように管壁に設けた比較的幅の狭いスリットを通じて流出入がある場合を考え、 δx はなれた I, II の 2 断面を単位時間に通過する水量の差は、水の非圧縮性を考慮し、 δx の間から流出あるいは流入した水量に等しいので、管軸にそつて流下方向に x 軸をとると、連続方程式は

$$\frac{d}{dx} \int_A u dA \cdot \delta x = q \cdot \delta x$$

となる。ここに u は流速、 A は管断面面積、 q は管路単位長あたりの流出入量で、流入の場合 $q > 0$ 、流出の場合 $q < 0$ となる。平均流速を U 、流量を Q とすれば、 $\int_A u dA = U A = Q$ であるから、上式から一次元解析に用いられる連続方程式の一般形として、

$$\frac{dQ}{dx} = A \frac{dU}{dx} + U \frac{dA}{dx} = q \quad \dots\dots\dots (2-31)$$

が得られる。

次に運動方程式としては、まず、 x 方向の運動量保存の法則から次のように誘導することができる。図-2-8において、単位時間に流下する水のもつ運動量の I, II 断面間での増加量は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho u^2 dA \cdot \delta x = \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m U^2 A) \cdot \delta x \quad \dots\dots\dots (a)$$

である。 ρ は水の密度で、 α_m は (2-5) 式によつて示される運動量の補正係数である。I, II 間の水のもっている運動量の時間的な変化割合は、 t を時間として、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho u \delta x dA = \rho A \frac{\partial U}{\partial t} \cdot \delta x \quad \dots\dots\dots (b)$$

(a)および(b)であらわされる運動量の変化に釣合うべき I, II 間に作用する力として、まず管壁にそつて働く I, II 間の総摩擦力は、 τ_0 を管壁の摩擦応力、 P を管断面内周壁長あるいは R を径深として

$$-\tau_0 P \delta x = -\tau_0 \frac{A}{R} \delta x \quad \dots\dots\dots (c)$$

I, II 間の水の自重の x 方向の分力は、 g を重力の加速度、 θ を管軸の傾斜角あるいは z を基準水平面からの管軸の高さとして、

$$\rho g A \sin \theta \cdot \delta x = -\rho g A \frac{dz}{dx} \cdot \delta x \dots \dots \dots (d)$$

次に図-2-8の y 軸(x 軸に直角方向)方向における流れの加速度およびそれに対する流出入水自身の影響をも無視できるものとし、管内圧力分布が静水圧分布をなすものとする、 p を管軸における圧力強度として、I, II断面における圧力差は

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_A (p - \rho g y \cos \theta) dA \right\} \delta x \\ & = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ pA - \int_{y_2}^{y_1} \rho g y \cos \theta \cdot b \, dy \right\} \delta x \\ & = -A \frac{\partial p}{\partial x} \delta x - p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x + \frac{\partial}{\partial x} \rho g \cos \theta \int_{y_2}^{y_1} b y \, dy \cdot \delta x \dots \dots (e) \end{aligned}$$

となる。ここに b は図-2-9のように任意の高さ y における y 軸に直角方向の管内面幅、 y_1 および y_2 はそれぞれ x 軸から管内天端および管底までの y 軸方向の長さを示すものとする。最後にI, II間の水が管壁からうける圧力の x 方向の成分は、図-2-9のごとく管周位置の極座標を (r_p, φ_p) として、

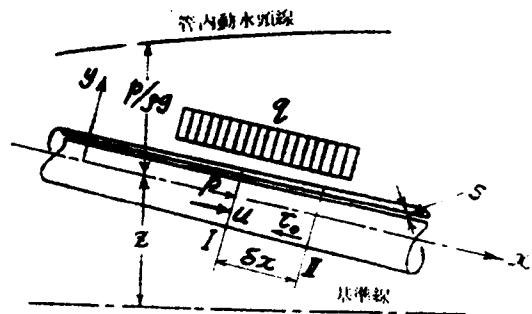


図-2-8 横から流出入のある管流

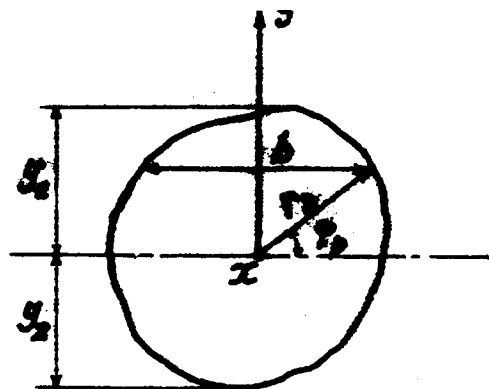


図-2-9

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \frac{\partial r_p}{\partial x} (p - \rho g r_p \cos \theta \sin \varphi_p) r_p d\varphi_p \cdot \delta x \\
&= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} p \frac{\partial r_p^2}{\partial x} d\varphi_p \cdot \delta x - \int_0^{2\pi} \frac{1}{3} \frac{\partial r_p^3}{\partial x} \rho g \cos \theta \sin \varphi_p d\varphi_p \cdot \delta x \\
&= p \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r_p^2 d\varphi_p \cdot \delta x - \frac{\partial}{\partial x} \rho g \cos \theta \int_0^{2\pi} \frac{2}{3} r_p \sin \varphi_p \cdot \frac{1}{2} r_p^2 d\varphi_p \cdot \delta x \\
&= p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \frac{\partial}{\partial x} \rho g \cos \theta \int_0^{2\pi} \frac{2}{3} r_p \sin \varphi_p \cdot \frac{1}{2} r_p^2 d\varphi_p \cdot \delta x \dots\dots (f)
\end{aligned}$$

となる。(e)の右辺第3項および(f)の右辺第2項の積分は、 x 軸および y 軸に直交する水平軸まわりの図-2-9の暫断面の1次モーメントでたがいに等しいものであり、この結果 x 軸として特に重心軸をとる必要がないことがわかる。結局運動量保存の法則から
 $(a) + (b) = (c) + (d) + (e) + (f)$ として、

$$\rho A \frac{\partial U}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m U^2 A) = -\tau_0 \frac{A}{R} - \rho g A \frac{dz}{dx} - A \frac{\partial p}{\partial x} \dots (2-32)$$

を得る。なおスリット幅が比較的狭いものとして横からの流出入は管軸に直角に行なわれるものと仮定しているから、流出入水のもつ運動量は x 方向の運動量変化に関与しないことになる。(2-32)式の左辺第2項を連続方程式(2-31)式を用いて変形すると、第2章に述べた開水路に対する(2-3)式に対応した運動方程式の一般形、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} + \frac{\alpha_m U q}{g A} = 0 \dots (2-33)$$

が得られ、通常用いられている運動方程式に対して(2-3)式と同じ項 $\alpha_m U q / g A$ が附加されていることがわかる。

次にエネルギーの関係から運動方程式を導いてみる。前同様の記号と図-2-8を用いて、I, II断面間における単位時間に流下する水の運動エネルギーの増加量は

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A \frac{1}{2} \rho u^2 \cdot u dA \cdot \delta x, \dots\dots\dots (g)$$

Iの断面に単位時間に入ってくる水のもつ位置のエネルギーは、図-2-8の基準線から

$$\rho g \int_A u (z + y \cos \theta) dA, \dots\dots\dots (h)$$

同じく II の断面から出てゆく水のもつ位置のエネルギーは、

$$\rho g \left\{ \int_A u (y \cos \theta + z + \frac{dz}{dx} \delta x) dA + \frac{\partial}{\partial x} \int_A u \cdot y \cos \theta dA \cdot \delta x \right\} : \dots (i)$$

また I, II の断面間での圧力によつてなされる仕事の増加量は単位時間に

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho g u \left(\frac{p}{\rho g} - y \cos \theta \right) dA \cdot \delta x : \dots (j)$$

I, II 断面間の水のもつエネルギーの時間的变化割合は運動エネルギーのみを考慮すればよく、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho \frac{u^2}{2} dA \cdot \delta x = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_m U^2 A) \delta x : \dots (k)$$

最後に I, II 間で単位時間に摩擦によつて失なわれるエネルギーは、 u_w を管壁における流速として、

$$\tau_0 P \delta x u_w : \dots (l)$$

であり、かくしてエネルギー保存の法則によつて、 $(g) + \{(i) - (h)\} + (j) + (k) + (l) = 0$ として

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_e U^3 A) + \frac{\partial}{\partial x} (pUA) + \rho g UA \frac{dz}{dx} + \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_m U^2 A) + \tau_0 \frac{A}{R} u_w = 0 \\ \dots (2-34) \end{aligned}$$

となる。ただし α_e は (2-6) 式で定義されるエネルギーの補正係数である。連続方程式 (2-31) 式を用いて (2-34) 式を変形すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_m}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_e \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} \frac{u_w}{U} + \frac{\alpha_e U q}{2gA} + \frac{p q}{\rho g UA} = 0 \\ \dots (2-35) \end{aligned}$$

が得られ、(2-4) 式と同様にやはり左辺に第 4, 5 項が附加されることになる。

(2-33) および (2-35) 式を検討すると、運動量とエネルギーの本質的な差異によつて、各項にかかる α_m と α_e との差とか、附加項の表現の差異を生じている。しかしながら (2-33) 式の左辺第 4 項、(2-35) 式の左辺第 4, 5 項が附加されたことによつて、定常流の場合を考えても管壁から流出入のある流れでは広義の Bernoulli の定理

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} = 0$$

が成立しないことが明らかとなる。(2-33) および (2-35) 式において〔摩擦抵抗項〕+〔附加項〕を新たに1つの抵抗項と考えれば、 $q > 0$ すなわち流入のあるときには総合抵抗を増加して流れにくくなり、逆に $q < 0$ すなわち流出するときは抵抗が減じて流れやすくなるのみならず、抵抗項が負になる場合もありうることになる。これら附加項の物理的意義については、岩垣博士が開水路の場合に対して説明した方法⁶⁾と同様にして、まず(2-33)式の $\alpha_m U q / g A$ に $\rho g A$ をかけあわせると、 $\alpha_m \rho U^2 A \times (q/Q)$ と変形され、〔管内運動量の平均値〕 \times 〔流出入流量比〕を意味し、また(2-35)式の附加項は $(\alpha_e U^2 / 2g + p / \rho g) q / Q$ と変形されるから、流出した水はそれまで管内でもついていた運動量またはエネルギーを管内に残し、流入する水は流入後管内でもつべき運動量あるいはエネルギーを本流から奪っているものと解釈できる。

連続方程式(2-31)および運動方程式(2-33)あるいは(2-35)、さらに後述する管内外の圧力差と流出入量との関係式を与えられた境界条件を用いて連立に解くことによつて、 U, q, p を x, t の函数として求めることができる。しかしながら、たとえば定常流において q を一定とするための流出入口の大きさを求めるような特殊な場合以外では、これらの式を厳密に解くことは困難であるので、次節以降では最も基礎的な一様管路の定常流についてその水理特性を考察することにし、そのための基礎方程式の変形を以下に行なう。

3.2.2 横から流出入のある一様管路の定常流の基礎方程式⁵⁰⁾

ここで一様管路というのは、管断面横 A 、流出入口の大きさの分布および管壁粗度がある区間についてともに一定である管路をさすものとする。ただし後に示されるように管軸勾配の dz/dx は特に一定と考える必要のない場合が多い。管路条件、流出入条件が変化している場合には、一様管路の結果を組み合わせてその解を得ることができる。

いま $q_0 (\geq 0)$ が単位長当りの横からの流出量のみをあらわすものとする、横から流出のある一様管路に限つて、連続方程式は(2-31)式から

$$\frac{dU}{dx} = - \frac{q_0}{A} \dots\dots\dots (2-36)$$

となる。運動方程式としては、第2章2.2においても述べたように、エネルギーの関係から得られる(2-35)式よりも、運動量の関係から得られる(2-33)式の方が式

形も若干簡単であり，しかも一次元的解析法における x 方向の流れの変化に関して流出入量のもつている意義が明瞭に具現されているので，以下においては(2-33)式をもとにして考察を進めるものとする。すなわち(2-33)式において $q = -q_0$ ，

$\partial U / \partial t = 0$ とおけば次のようになる。

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} - \frac{\alpha_m U q_0}{g A} = 0 \dots\dots\dots (2-37)$$

(2-37)式の左辺第3項に(2-36)式を代入すると，

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} = 0 \dots\dots\dots (2-38)$$

を得る。(2-38)式は結局，運動方程式を元の運動量方程式すなわち(2-32)式において A を一定とした形に戻したことに相当するが，速度項が $U^2/2g$ でなく U^2/g となつていることに留意すべきである。 $x=0$ における境界条件として，

$$(U)_{x=0} = U_0, (p)_{x=0} = p_0, (z)_{x=0} = z_0 \dots\dots\dots (2-39)$$

を用いて，(2-36)および(2-38)式を0から x まで積分するとそれぞれ，

$$U = U_0 - \frac{1}{A} \int_0^x q_0 dx, \dots\dots\dots (2-40)$$

$$\frac{p}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_0 + \alpha_m \frac{U_0^2}{g} - \alpha_m \frac{U^2}{g} - \int_0^x \frac{\tau_0}{\rho g R} dx \dots\dots\dots (2-41)$$

となる。

次に，流出口における流出量方程式を求めるにあたり，運動方程式の誘導に際して設けた仮定と同様に，流出量は流出口の大きさ，管外の圧力のほか，管内の静水圧のみによって支配され，管内流速水頭の影響を受けないものとする。この仮定は，管内流速があまり大きくなく，管壁における開口の大きさもさして大きくない場合には十分であるが，流出口が大きくなれば後述するように基礎式自身も若干の修正を必要とするものと考えられる。図-2-8に示したように，管壁に一樣な幅 s のスリットを設けたものと考え，Torricelliの定理によつて，

$$q_0 = cs \sqrt{2g \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) - 2g \left(\frac{p'}{\rho g} + z' \right)} \dots\dots\dots (2-42)$$

となり、(2-42)式によつて q_0 が求められる。ただし $p/\rho g + z \geq p'/\rho g + z'$ とし、かつ p' は流出口外の圧力、 z' は z と同じ基準面からの流出口の高さ、 c は流出口の流量係数とする。前述のように、通常横からの流出口はスリットの代りに小孔の連続または分岐管を通じて行なわれることが多い。この場合も一応連続した孔口がスリットと等価なものと考えて、(2-36)および(2-37)式が成立するものとし、流出量の関係式として(2-42)式において $s=a/S$ とおいた

$$q_0 = c \frac{a}{S} \sqrt{2g\left(\frac{p}{\rho g} + z\right) - 2g\left(\frac{p'}{\rho g} + z'\right)} \dots\dots\dots (2-42)'$$

を用いることにする。 a は孔口の面積、 S は x 軸方向の孔口中心間隔である。なお管の1横断面に数個の孔口があるときは、 a としては個々の孔口面積の合計をとればよいが、各孔口で z' が異なるので(2-42)'式の修正を要する場合もある。

次に横から流入のある一様管路の定常流においては、単位長当りの流入量を $q_i (\geq 0)$ として、

$$\frac{dU}{dx} = \frac{q_i}{A} \dots\dots\dots (2-43)$$

および

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} + \frac{\alpha_m U q_i}{g A} = 0 \dots\dots\dots (2-44)$$

が得られ、(2-43)式を(2-44)式に代入すると、流出の場合と全く同じの(2-38)式を得る。従つて境界条件の(2-39)式を考慮すれば(2-41)式をそのまま適用することができる。また(2-43)式は次のように変形される。

$$U = U_0 + \frac{1}{A} \int_0^x q_i dx \dots\dots\dots (2-45)$$

しかし、流入の場合には、次節以降において行なう演算の関係上(2-41)および(2-45)式よりも、(2-43)および(2-38)式を x から L まで積分することによつて得られる

$$U = U_L - \frac{1}{A} \int_x^L q_i dx \dots\dots\dots (2-46)$$

および

$$\frac{p}{\rho g} + z = \frac{p_L}{\rho g} + z_L + \alpha_m \frac{U_L^2}{g} - \alpha_m \frac{U^2}{g} + \int_x^L \frac{\tau_0}{\rho g R} dx \dots\dots (2-47)$$

を用いた方が便利なが多い。ここに U_L , p_L , z_L は $x=L$ における境界条件で、

$$(U)_{x=L}=U_L, \quad (p)_{x=L}=p_L, \quad (z)_{x=L}=z_L \quad \dots\dots\dots (2-39)'$$

とあらわしたものである。

q_i を求める式も前同様に、

$$q_i = c s \sqrt{2g\left(\frac{p'}{\rho g} + z'\right) - 2g\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)}, \quad \dots\dots\dots (2-48)$$

あるいは

$$q_i = c \frac{a}{S} \sqrt{2g\left(\frac{p'}{\rho g} + z'\right) - 2g\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)} \quad \dots\dots\dots (2-48)'$$

となる。ただしこの場合は必ず $p/\rho g + z \leq p'/\rho g + z'$ である。孔口の流量係数 c は流出の場合と流入の場合とで必ずしも同じではないが、便宜上同じ記号を用いておく。

横から流出入のある管路の通常の状態では、 z, z', p', A, R, s あるいは a と S および c が既知であり、 $\tau_0/\rho g R$ を U および管壁粗度の函数としてあらわせば、流出の場合は (2-36) あるいは (2-40) 式、(2-41) 式および (2-42) あるいは (2-42)' 式の都合3式、流入の場合も、(2-43) あるいは (2-45) あるいは (2-46) 式、(2-41) あるいは (2-47) 式および (2-48) あるいは (2-48)' 式の合計3式を境界条件 (2-39) あるいは (2-39)' 式のもとに解くことによつて U, p, q_0 または q_i の x 方向の分布状態を求めることができる。特別な場合としては U, q, p の未知数を、上記の既知量のうち z 以外のものと適宜入れかえることができる。

3.3 摩擦のない一樣管路における流出入特性⁵¹⁾

管路が比較的短かいかあるいは管壁が滑らかで摩擦損失が少なく、これに対して管内外の圧力差がかなり大きくて $|q|$ の値が大きいときには、運動方程式の広義の抵抗項のうちで、 $\tau_0/\rho g R$ を $\alpha_m U q/gA$ に比較して無視できるようになる。実際にも摩擦を省略して十分な場合は多く、かつ、横から流出入のある管流の基礎的な特性を明らかにするうえにも重要な意義をもっている。

3.3.1 横から流出のある場合

問題の取り扱いを容易にするため、流出口外において $p'/\rho g + z' = \text{const.}$ すなわち任意の高さにある流出口が一定水位の水面下に没しているような場合、あるいは $p'/\rho g$ および z' がそれぞれ一定の場合を考えるものとする。

$$\frac{p}{\rho g} + z = Y + \frac{p'}{\rho g} + z' \dots\dots\dots (2-49)$$

とかくと、 $\tau_0/\rho g R = 0$ として (2-41) および (2-42)' 式はそれぞれ次のようになる。

$$Y = Y_0 + \alpha_m \frac{U_0^2}{g} - \alpha_m \frac{U^2}{g}, \dots\dots\dots (2-50)$$

$$q_0 = c \frac{a}{S} \sqrt{2gY} \dots\dots\dots (2-51)$$

ただし Y_0 は $x=0$ における Y の値である。

(2-50) 式から dU/dx を計算すると、

$$\frac{dU}{dx} = - \frac{\sqrt{g}}{2\sqrt{\alpha_m} \sqrt{Y_0 + \alpha_m U_0^2/g - Y}} \frac{dY}{dx} \dots\dots (2-52)$$

となり、(2-36) 式から明らかに $dU/dx \leq 0$ であるから $dY/dx \geq 0$ となる。

(2-51) 式と (2-52) 式を (2-36) 式に代入すると、

$$\frac{\sqrt{2\alpha_m} ca}{SA} dx = \frac{d\left(\frac{Y}{Y_0 + \alpha_m U_0^2/g}\right)}{2\sqrt{\frac{Y}{Y_0 + \alpha_m U_0^2/g} \left(1 - \frac{Y}{Y_0 + \alpha_m U_0^2/g}\right)}} \dots\dots (2-53)$$

が得られ、 C を積分常数としてこれを解けば、

$$\frac{\sqrt{2\alpha_m} ca}{SA} x + C = \cos^{-1} \sqrt{1 - \frac{Y}{Y_0 + \alpha_m U_0^2/g}} \dots\dots$$

$x=0$ において $Y=Y_0$ であるから、

$$C = \cos^{-1} \sqrt{\frac{\alpha_m U_0^2 / g}{Y_0 + \alpha_m U_0^2 / g}}$$

となり、これを用いて上の解を変形すると、

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \left(\frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / 2g} + 2 \right) \sin^2 \left(\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{\frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / g} + 1}} + \frac{\sqrt{2\alpha_m} caL}{SA} \cdot \frac{x}{L} \right)$$

を得る。 L は管路の長さであり、 caL/SA は L の間にある流出口の総面積の A に対する比の中に流量係数をも含めた有効開口比であり、

$$\frac{x}{L} = \xi, \quad \frac{caL}{SA} = \beta \dots\dots\dots (2-54)$$

とかくことにする。 なお $0 \leq \xi \leq 1$ とする。 さらに

$$\frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = K_0 \dots\dots\dots (2-55)$$

とあらわすと結局、

$$\left. \begin{aligned} \frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} &= 2 \left(\frac{K_0}{2} + 1 \right) \sin^2 \left(\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{K_0/2+1}} + \sqrt{2\alpha_m} \beta \xi \right) \\ &= 2 \left\{ \sqrt{\frac{K_0}{2}} \cos(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) + \sin(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) \right\}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-56)$$

から圧力分布が計算できることになる。

管路の終端 $x=L$ において、

$$(u)_{x=L} = U_L, \quad (Y)_{x=L} = Y_L \dots\dots\dots (2-57)$$

であるとする、(2-50) 式から

$$Y_L = Y_0 + \alpha_m \frac{U_0^2}{g} - \alpha_m \frac{U_L^2}{g}$$

となるので、これを(2-56) 式に代入整理すると、

$$\frac{U_L/U_0}{\sqrt{K_0/2+1}} = \cos \left(\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{K_0/2+1}} + \sqrt{2\alpha_m} \beta \right)$$

を得、これから K_0 を求めることができる。すなわち

$$K_0 = \frac{2 \{ \cos \sqrt{2\alpha_m} \beta - U_L/U_0 \}^2}{\sin^2 (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-58)$$

$(Q)_{x=0} = Q_0, (Q)_{x=L} = Q_L$ とかくと、一様管路においては $U_L/U_0 = Q_L/Q_0$ となり、この比を流出管路の上下流端流量比となづけることにする。当然 $0 \leq U_L/U_0 \leq 1$ である。この U_L/U_0 を用いると (2-56) 式を次のようにかき改めることもできる。

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2/2g} = 2 \left(\frac{K_0}{2} + 1 \right) \sin^2 \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L/U_0}{\sqrt{K_0/2+1}} - \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} \dots\dots\dots (2-59)$$

(2-58) および (2-59) 式からわかるように、 $\alpha_m, \beta, U_L/U_0$ が一定であれば K_0 も一定であり、 Y の分布も U_0 のみを与えれば一義的に定まる。 Y_0 は $x=0$ の点から流出口外の水頭 $p'/\rho g + z'$ に至る間の総損失水頭であり、管路上流端において Y_0 の値さえ確保しておけば、別に管路にそつた Y の分布を求めてみなくても、上下流端流量比が与えられた U_L/U_0 となるように流出が行なわれるわけである。従つて Y_0 を上流端における速度水頭で割つた K_0 は横から流出する管路の比損失水頭を示す重要な要素である。あるいは逆に、 α_m だけを既知とすれば、 $\beta, U_L/U_0, K_0$ のうち2つが定まれば、他の1つと流れの模様はすべて決定することになる。なお (2-58) 式において、 $\beta=0$ の場合にはもちろん流出がなくなり、 $U_L/U_0 = 1$ で管外の圧力は無関係となるから K_0 は不定となる。

(2-59) および (2-56) 式を (2-51) 式に代入すると q_0 の計算式が

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= \sqrt{2\alpha_m} \beta \frac{AU_0}{L} \sqrt{\frac{K_0}{2} + 1} \cdot \sin \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L/U_0}{\sqrt{K_0/2+1}} - \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} \\ &= \sqrt{2\alpha_m} \beta \frac{AU_0}{L} \left\{ \sqrt{\frac{K_0}{2}} \cos (\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) + \sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-60)$$

として得られる。 $AU_0 = Q_0, AU_L = Q_L$ であり、 L の間の平均流出量 $(Q_0 - Q_L)/L$ に対する q_0 の比を、

$$\frac{q_0 L}{Q_0 - Q_L} = r_0 \dots\dots\dots (2-61)$$

と定義すると、(2-60)式から

$$r_o = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1 - U_L/U_o} \left\{ \sqrt{\frac{K_o}{2}} \cos(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) + \sin(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) \right\} \dots\dots\dots (2-62)$$

を得る。また任意の点における管内流量 Q と Q_o 比 Q/Q_o は(2-40)式と(2-60)式から、

$$\begin{aligned} \frac{Q}{Q_o} &= 1 - \int_0^\xi \frac{q_o L}{Q_o} d\xi \\ &= \cos(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) - \sqrt{\frac{K_o}{2}} \sin(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi) \dots\dots\dots (2-63) \end{aligned}$$

となる。

以上において一応 Y 、 q_o あるいは r_o および Q の分布の計算式が得られたが、(2-59)あるいは(2-60)式において、もし

$$\cos^{-1} \frac{U_L/U_o}{\sqrt{K_o/2+1}} - \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) = 0 \dots\dots\dots (2-64)$$

を満たすような ξ の値 ξ_{co} が存在すると、 $0 \leq \xi < \xi_{co}$ において、(2-60)式からは $q_o < 0$ となり流入することを示しているが、(2-59)式からは $Y > 0$ であり管内の水頭が流出口外のそれよりも高いことを示しているから、 $0 \leq \xi < \xi_{co}$ の範囲では上述の各式を用いれば明らかに矛盾を生ずることになる。また仮に、 $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ において流入があるものとしても、後に述べるようにその場合には $dY/dx < 0$ となることを必要とするので、 $0 \leq \xi \leq \xi_{co}$ においては $Y < 0$ でしかも $\xi = \xi_{co}$ において $Y = 0$ となるような解は存在し得ない。このような場合には結局、 $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ では流出口の有無に拘わらず流出はなく、上流端における $Q = Q_o$ 、 $U = U_o$ を持続し、摩擦がない管路であるから管内水頭も $Y = 0$ を保持することになる。このように(2-56)、(2-58)、(2-59)、(2-60)、(2-62)および(2-63)式は何れも $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ の間の状態を表現しないから、 $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ の区間を除外し、図-2-10に示すように、新たに ξ_{co} を原点にとる必要がある。 ξ_{co} に対応した x の値を x_{co} ($= \xi_{co} L$)とすると管長も L から $L - x_{co} = L(1 - \xi_{co})$ に短縮されるわけであるから、(2-54)式で定義された β も変化して β_{co} となる。

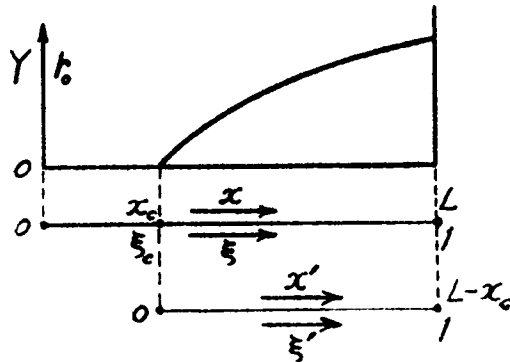


図-2-10

$$\beta_{co} = \frac{ca(L-x_{co})}{SA} = \beta \frac{L-x_{co}}{L} = \beta(1-\xi_{co}) \dots\dots\dots (2-65)$$

であり，また新たな原点から下流に向つて x' ， ξ' をとると，

$$\xi' = \frac{x'}{L-x_{co}} = \frac{x-x_{co}}{L-x_{co}} = \frac{\xi-\xi_{co}}{1-\xi_{co}} = 1 - (1-\xi) \frac{\beta}{\beta_{co}} \dots\dots (2-66)$$

となる。(2-65) および (2-66) 式の β_{co} および ξ' をそれぞれ β および ξ の代りに用いると， $L-x_{co}$ の区間に対する Y ， q_0 ， r_0 ， Q/Q_0 の値は (2-56)，(2-58)，(2-59)，(2-60)，(2-62)，(2-63) の各式をそのまま使用して求めることができる。またたとえば (2-58) 式から， $\xi' = 0$ のとき

$$\frac{(Y)_{\xi'=0}}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \frac{2 \{ \cos(\sqrt{2\alpha_m} \beta_{co}) - U_L/U_0 \}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m} \beta_{co})} = 0$$

となるべきことから，

$$\left. \begin{aligned} \beta_{co} &= \frac{\cos^{-1}(U_L/U_0)}{\sqrt{2\alpha_m}}, \\ \therefore \xi_{co} &= 1 - \frac{\cos^{-1}(U_L/U_0)}{\sqrt{2\alpha_m} \beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-67)$$

として ξ_{co} を決定することができる。(2-67) 式で求めた ξ_{co} が $\xi_{co} < 0$ すなわち $\beta < \beta_{co}$ であれば，いま述べたような現象は起らず $x=0$ からただちに流出をはじめ， $\xi_{co} > 0$ ， $\beta > \beta_{co}$ のときに図-2-10 のような状態を呈することになる。

この場合に対し、まず Y を求めてみると、たとえば(2-56)式の第2式において $K_0 \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \beta_{co}$, $\xi \rightarrow \xi'$ とし、かつ上に求めた β_{co} を用いて若干の演算を行なうことにより

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = 2 \sin^2 \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L}{U_0} - \sqrt{2\alpha_m} \beta_{co} (1 - \xi') \right\}$$

となるが、(2-66)式から $\beta_{co}(1 - \xi') = \beta(1 - \xi)$ であるので、原点を元に戻して、

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \begin{cases} 0, & \xi \leq \xi_{co}, \\ 2 \sin^2 \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L}{U_0} - \sqrt{2\alpha_m} \beta(1 - \xi) \right\}, & \xi \geq \xi_{co} \end{cases} \dots\dots$$

..... (2-68)

とかくことができる。次に(2-62)式を用いて同様の操作を行なえば、実際に流出の行なわれている区間長 $(L - x_{co})$ の間の平均流出量に対する q_0 の比が

$$\frac{q_0(L - x_{co})}{Q_0 - Q_L} = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta_{co}}{1 - U_L/U_0} \sin \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L}{U_0} - \sqrt{2\alpha_m} \beta(1 - \xi) \right\}, \quad \xi \geq \xi_{co}$$

となり、(2-61)式で定義した r_0 は上式を $(1 - \xi_{co})$ で割り(2-65)式を考慮することによつて、

$$r_0 = \begin{cases} 0, & \xi \leq \xi_{co}, \\ \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1 - U_L/U_0} \sin \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L}{U_0} - \sqrt{2\alpha_m} \beta(1 - \xi) \right\}, & \xi \geq \xi_{co} \end{cases} \dots\dots$$

..... (2-69)

とあらわされる。全く同様にして、 Q/Q_0 も

$$Q/Q_0 = \begin{cases} 1, & \xi \leq \xi_{co}, \\ \cos \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L}{U_0} - \sqrt{2\alpha_m} \beta(1 - \xi) \right\}, & \xi \geq \xi_{co} \end{cases} \dots\dots (2-70)$$

となり、結局 $\xi_{co} > 0$ の場合に対しても、 $\xi \geq \xi_{co}$ の範囲に限つて(2-59)式の形式で表示した Y , r_0 , Q の各式は $K_0 = 0$ とおくだけで成立することがわかる。

特に $U_L/U_0 = 0$ すなわち管路の終端が閉塞されているときは、以上の各式は簡単に

なり、しかも $U_L/U_0=0$ の場合を解いておけば、その原点からの管長の1部に注目することによつて任意の U_L/U_0 に対する水流分布を求めることができる。すなわち $U_L/U_0=0$ とすると、(2-58)式から

$$K_0 = \frac{2 \cos^2 (\sqrt{2\alpha_m} \beta)}{\sin^2 (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-71)$$

従つて(2-56)あるいは(2-59),(2-62),(2-63)の各式は次のごとくなる。

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \frac{2 \cos^2 \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}}{\sin^2 (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-72)$$

$$r_0 = \frac{q_0 L}{Q_0} = \sqrt{2\alpha_m} \beta \frac{\cos \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}}{\sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-73)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\sin \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}}{\sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-74)$$

いま $0 \sim L$ 間の任意の x のうち x_q に注目し、その点における Q, U を Q_q, U_q とすると、(2-74)式は

$$\frac{Q_q}{Q_0} = \frac{U_q}{U_0} = \frac{\sin \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta_q (1/\xi_q - 1) \}}{\sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta_q / \xi_q)} \dots\dots\dots (2-75)$$

と変形される。ここに $\xi_q = x_q / L$ であり、また $\beta_q = \beta \xi_q$ で $0 \sim x_q$ 間の流出口の有効開口比を示す。 $x=0 \sim x_q$ の間における q_0 の分布値とその平均値 $(Q_0 - Q_q) / x_q$ との比を r_{0q} とかけば、(2-73)式を用いて、

$$\left. \begin{aligned} r_{0q} &= \frac{q_0 x_q}{Q_0 - Q_q} = \frac{q_0 L}{Q_0} \cdot \frac{Q_0 x_q}{(Q_0 - Q_q) L} = r_0 \frac{Q_0}{Q_0 - Q_q} \cdot \xi_q \\ &= \sqrt{2\alpha_m} \beta \frac{\cos \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}}{\sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \cdot \frac{\xi_q}{1 - U_q / U_0} \\ &= \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta_q}{1 - U_q / U_0} \cdot \frac{\cos \{ \sqrt{2\alpha_m} (\beta_q / \xi_q) (1-\xi) \}}{\sin (\sqrt{2\alpha_m} \beta_q / \xi_q)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2-76)$$

となる。従つて、ある管長 x_q の部分の有効開口比が β_q で、その末端の流量 Q_q の Q_0 に対する比 $Q_q/Q_0 = U_q/U_0$ が与えられたときには、 $U_L/U_0 = 0$ で、管長が L 、有効開口比 $\beta = \beta_q/\xi_q$ の管路の上流側の 1 部をとつた場合に相当する、(2-76) 式の r_{oq} によつて流出量分布を計算することができる。この場合あらかじめ (2-75) 式によつて β_q と ξ_q と U_q/U_0 の関係を求めておけばよい。

しかしながら前同様に $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ において $r_o = 0$ となるような場合に対して修正を施しておく必要がある。すなわち ξ_{co} を新たな原点と考えると、(2-65) (2-66) 式の関係はそのまま成立するので、(2-67) 式から $U_L/U_0 = 0$ として、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{co} &= \pi/2 \sqrt{2\alpha_m} , \\ \therefore \quad \xi_{co} &= 1 - \pi/2 \sqrt{2\alpha_m} \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-77)$$

が得られ、もし $\xi_{co} > 0$ あるいは $\beta > \beta_{co}$ となれば、 $\xi \geq \xi_{co}$ に対して (2-72)、(2-73) および (2-74) 式の代りに

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2/2g} = 2 \cos^2 \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}, \dots\dots\dots (2-72)'$$

$$r_o = \sqrt{2\alpha_m} \beta \cos \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \}, \dots\dots\dots (2-73)'$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \sin \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} \dots\dots\dots (2-74)'$$

を用いなければならない。ただし $\xi > 0$ では $Y/(\alpha_m U_0^2/2g) = r_o = 0$ 、 $Q/Q_0 = 1$ である。この結果 (2-75)、(2-76) 式に対しても

$$\beta = \frac{\beta_q}{\xi_q} \leq \beta_{co} \text{ あるいは } \xi_q \geq \frac{\beta_q}{\beta_{co}} = \frac{2\sqrt{2\alpha_m} \beta_q}{\pi} \dots\dots (2-78)$$

という制限を設けるべきである。(2-78) 式が満されない場合には (2-74)'、(2-73)' 式から

$$\frac{\beta_q}{\beta_q + \beta_{co}} \leq \xi_q \leq \frac{\beta_q}{\beta_{co}} \quad \text{に対して,}$$

$$\frac{U_q}{U_0} = \sin \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta_q \left(\frac{1}{\xi_q} - 1 \right) \right\}, \dots\dots\dots (2-75)'$$

$$r_{oq} = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta_q}{1 - U_q/U_0} \cos \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \frac{\beta_q}{\xi_q} (1 - \xi_q) \right\} \dots\dots\dots (2-76)'$$

となり。また $\xi_q \leq \frac{\beta_q}{\beta_q + \beta_{co}}$ の場合には $U_q/U_0 = 1$ となり流出しない。

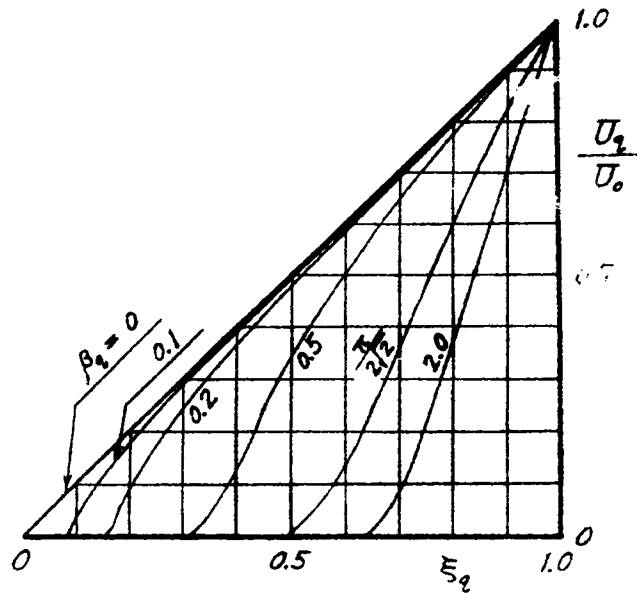


図-2-11

図-2-11は(2-75)および(2-75)'式によつて描いたもので、長さ1の管の ξ_q の部分の有効開口比が β_q のとき、 U_q/U_0 と ξ_q の関係を示すものである。任意の β_q と U_q/U_0 を与えられたときこの図から ξ_q を知れば、 $\beta = \beta_q/\xi_q$ でありかつ長さ1の管の流出量分布比は、(2-76)あるいは(2-76)'式によつて $\xi = 0 \sim \xi_q$ の範囲について計算すればよい。この場合あらためて、 r_{oq} を r_0 に β_q を β に、 U_q を

U_L に、 $x/x_q = \xi/\xi_q$ を ξ とよみかえることにすると、(2-76) および (2-76)' 式はそれぞれ、

$$\xi_{co} = 1 - \frac{\cos^{-1}(U_L/U_0)}{\sqrt{2\alpha_m} \beta} \leq 0 \text{ のとき,}$$

$$r_o = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1 - U_L/U_0} \frac{\cos\left\{\sqrt{2\alpha_m} \frac{\beta}{\xi_q} (1 - \xi_q \xi)\right\}}{\sin(\sqrt{2\alpha_m} \beta/\xi_q)}, \dots (2-79)$$

$\xi_{co} \geq 0$ のとき

$$r_o = \begin{cases} 0, & \xi \leq \xi_{co}, \\ \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1 - U_L/U_0} \cos\left\{\sqrt{2\alpha_m} \frac{\beta}{\xi_q} (1 - \xi_q \xi)\right\}, & \xi \geq \xi_{co} \end{cases} (2-79)'$$

が得られる。ここでは簡便な計算法として(2-75)あるいは(2-75)'式を図-2-11を用いて解くことを説明したが、(2-75) および (2-75)'式から ξ_q を解いてそれぞれ(2-79) および (2-79)'式に代入することにより、 U_L/U_0 が一般の値をとるときに対して導いた厳密式(2-62) および (2-69)式と同一の結果が得られる。また以上の方法は $Y/(\alpha_m U_0^2/2g)$ および Q/Q_0 についても全く同様に取り扱うことができる。

EngerおよびLevy⁵²⁾はManifold Pipe内の圧力分布を求めるための基礎的考察として、ここで取り扱ったと同様に摩擦を省略した管路の狭いスリットから流出する場合に対し運動量の関係を用いて論じた。その結果終端が閉塞されたすなわち $U_L/U_0=0$ の管内水頭 Y をあらわす式として

$$\frac{Y}{Y_L} = \frac{1}{2} \text{ vers } \left\{ \pi - \frac{2cs}{A}(L-x) \right\} \dots \dots \dots (2-80)$$

を得た。Enger および Levy は(2-80)式から、 $2csL/A$ が π より大きくなればこの式を適用できないことも指摘したが、それ以上の考察は行なっていない。また(2-80)式を実際に用いるとしても Y_L の値は実測値から与えることにしている。(2-80)式は当然(2-72)式と同等になるべきものであるが、(2-72)式

から Y/Y_L を求めると、(2-80) 式中の $2cs/A$ は $2\sqrt{2}cs/A$ となる。これは、Enger および Levy の運動量方程式の取り扱い方に誤りがあり、著者が導いた (2-50) 式に相当する式として

$$Y = Y_L - \frac{U_L^2}{2g} \dots\dots\dots (2-81)$$

を解いたからに他ならない。この原因はおそらく Bernoulli の定理に拘泥したからではないかと思われる。(2-80) 式に対する実験はスリット管ではなく Manifold System について行なわれているので、たとえ実験結果が計算とよく一致しても (2-81) あるいは (2-80) 式の妥当性は証明できないはずである。

図-2-12 は (2-58) 式を用い $\alpha_m = 1$ として計算した比損失水頭 K_0 と $\beta, U_L/U_0$ の関係を示し、 $\beta, U_L/U_0$ がとも小さいほど K_0 が大きくなることわかる。

図-2-12 には現われていないが、 $U_L/$

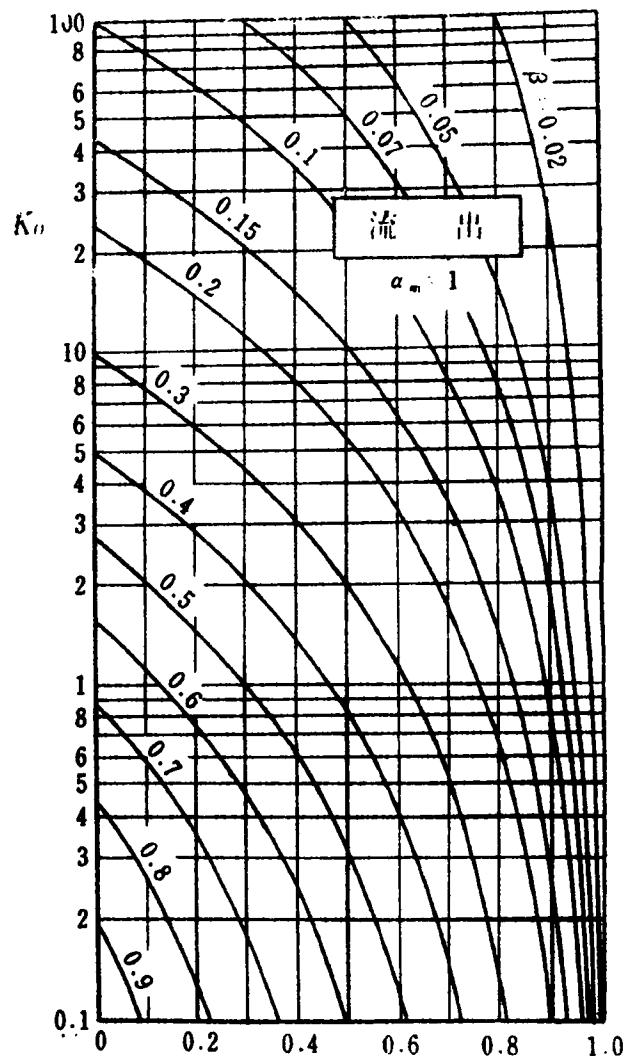


図-2-12 摩擦のない管路から流出する場合の比損失水頭

$U_0 = 0$ の場合には $\beta \geq \beta_c = \pi/2 \sqrt{2\alpha_m}$ のとき $K_0 = 0$ となり、 U_L/U_0 が増すと β_c は小さくなり、すなわち小さな開口比であっても上流部で流出が起らないようになる。

図-2-13 は同じく $\alpha_m = 1$ としたときの種々の β , U_L/U_0 に対する r_0 分布を (2-62) および (2-69) 式によつて計算したもので、 β および U_L/U_0 が大きくなるほどすなわち K_0 が小さくなるほど流出量の分布は不均等となり、いずれの場合も管路の終端に近づく方が流出量が多い。これは、運動方程式 (2-37) 式のみかけの抵抗項が摩擦がない場合には常に負となるためである。 U_L/U_0 が 1 に近づくとき、管内

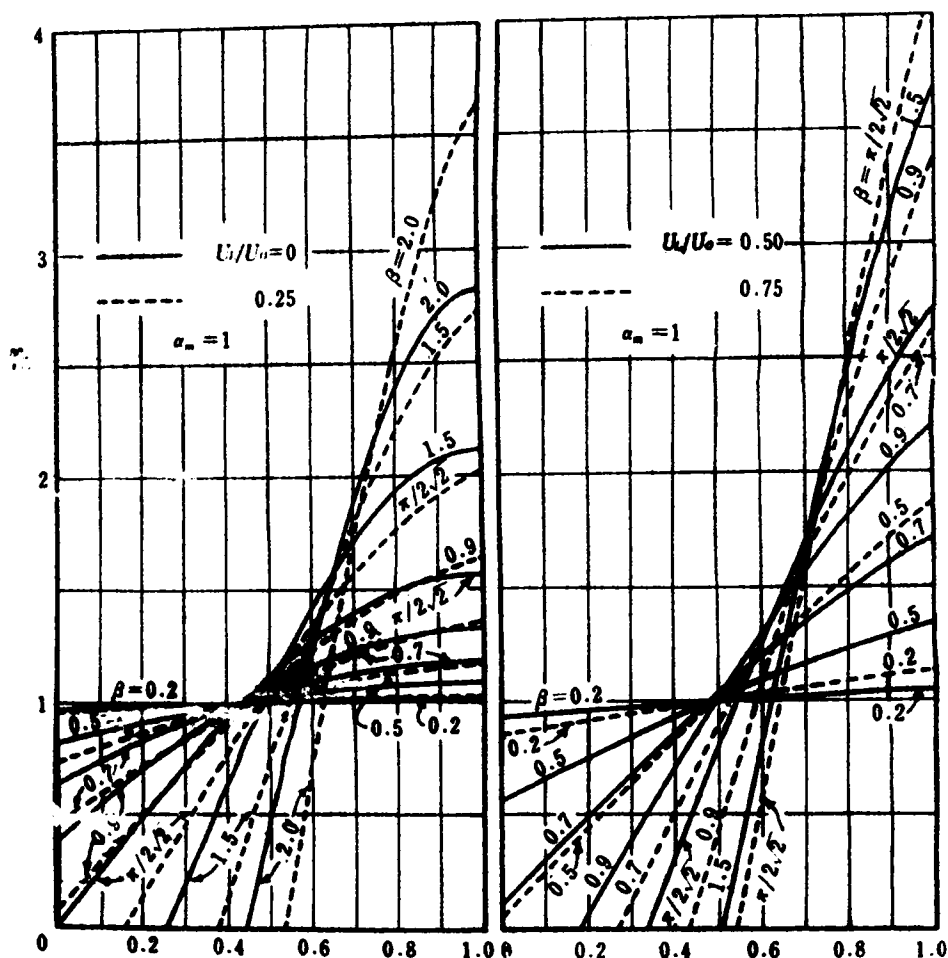


図-2-13 摩擦のない管路から流出する場合の流出量分布

の速度水頭はあまり変化しないので、流出のない通常の管路と同様に考えると、管内水頭の変化が小さいものとして、一見 q_0 の分布は均等に近いように思われるが、事實は逆であり注意を要する点である。ただし、 U_L/U_0 が大きいほど流出量分布は直線変化に近くなる。同様に (2-63) および (2-70) 式によつて Q/Q_0 の分布を求めたものが図-2-14 であり、 $\beta, U_L/U_0$ が大きいほど管路終端で流量が急激に減少する模様がよくわかる。

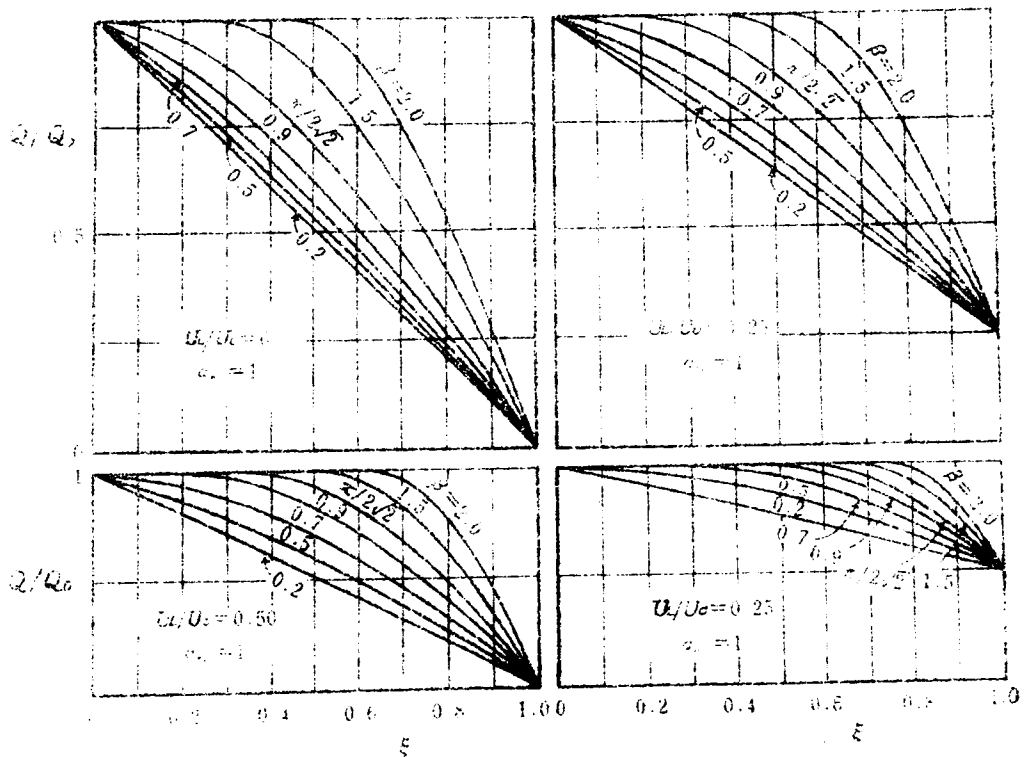


図-2-14 摩擦のない管路から流出する場合の流量分布

3.3.2 横から流入のある場合

流出の場合と同様に、流入口外の動水頭を $p^L/\rho g + z^L = \text{const.}$ と考え、(2-49) 式をそのまま用いると、流入の場合に対しても (2-41) 式から得られた (2-50) 式が成立するが、ここでも計算の便宜上 (2-47) 式において $\tau_0/\rho g R = 0$ とおき、

かつ(2-49)式を考慮することによつて得られる

$$Y=Y_L+\alpha_m U_L^2/g-\alpha_m U^2/g \cdots \cdots (2-32)$$

を用いることにする。ただし境界条件としては流出の場合と同じく(2-39)および(2-39)'または(2-57)式を用いる。また流入量を求める(2-48)式は、(2-49)式を用いて

$$q_i=c \frac{a}{S} \sqrt{-2gY} \cdots \cdots (2-43)$$

となる。この場合必ず $Y \leq 0$ である。

(2-82)式から dU/dx を計算すると、

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{\sqrt{g}}{2\sqrt{\alpha_m} \sqrt{Y_L+\alpha_m U_L^2/g-Y}} \frac{dY}{dx} \cdots \cdots (2-83)$$

となり、 $dU/dx \geq 0$ であるから $dY/dx \leq 0$ である。(2-83)式と(2-84)式を(2-43)式に代入すると、次の微分方程式が得られる。

$$\sqrt{2\alpha_m} \beta d\xi = \frac{-d\left(\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/g}\right)}{2\sqrt{\frac{-Y}{\alpha_m U_L^2/g} \left(\frac{K_L}{2}+1-\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/g}\right)}} \cdots \cdots (2-85)$$

ただし、 ξ および β は(2-54)式において定義したとおりであり、また K_L は(2-55)式で示した K_0 と同様に

$$\frac{Y_L}{\alpha_m U_L^2/2g} = K_L \cdots \cdots (2-86)$$

で表わされる無次元数で、常に $K_L \leq 0$ である。

上の微分方程式(2-85)の解は、 K_L の大小によつて次の3つの場合がある。

(i) $K_L/2 < -1$ のとき

$$\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g} = 2\left(\frac{K_L}{2}+1\right) \cosh^2(\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi + C_1),$$

(ii) $K_L/2 > -1$ のとき

$$\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g} = -2 \left(\frac{K_L}{2} + 1 \right) \sinh^2 (\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi + C_2),$$

(iii) $K_L/2 = -1$ のとき

$$\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g} = -C_3 \exp (2\sqrt{2\alpha_m} \beta \xi).$$

ただし C_1, C_2, C_3 は積分常数である。上の各式に $\xi = 1, Y = Y_L$ を代入して積分常数を決定すると、(i), (ii), (iii) の場合を通じて、

$$\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g} = -2 \left\{ \sqrt{-\frac{K_L}{2}} \cosh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} - \sinh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} \right\}^2 \dots\dots\dots (2-87)$$

とすることができ、特に(ii) の場合は、

$$\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g} = -2 \exp \{ -2\sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} \dots\dots\dots (2-87)'$$

と簡単になる。

(2-82) 式から、

$$Y_0 = Y_L + \alpha_m \frac{U_L^2}{g} - \alpha_m \frac{U_0^2}{g}$$

となるので、この関係と $\xi = 0$ を (2-87) 式に代入することによつて

(i) の場合

$$\frac{U_0/U_L}{\sqrt{-(K_L/2+1)}} = \sinh \left(\cosh^{-1} \sqrt{\frac{K_L/2}{K_L/2+1}} - \sqrt{2\alpha_m} \beta \right),$$

(ii) の場合

$$\frac{U_0/U_L}{\sqrt{K_L/2+1}} = \cosh \left(\sinh^{-1} \sqrt{\frac{-K_L/2}{K_L/2+1}} - \sqrt{2\alpha_m} \beta \right)$$

... (2-88)

の関係が得られ、これから K_L の(i), (ii) の場合に対する共通形として、

$$K_L = - \frac{2 \{ \cosh(\sqrt{2\alpha_m} \beta) - U_0/U_L \}^2}{\sinh^2(\sqrt{2\alpha_m} \beta)} \dots\dots\dots (2-89)$$

が求められる。また $\xi=0$ と $Y=Y_0$ を (2-87)' 式に代入すると、

$$\frac{Q}{U_L} = \exp(-\sqrt{2\alpha_m} \beta) \dots\dots\dots (2-89)'$$

を得るが、これは (2-89) 式において $K_L/2 = -1$ となる場合の根である。従つて (2-89) 式によつて K_L を求めれば、(2-87) 式によつて圧力分布を計算することができ、流出の場合と同様に、 α_m を既知として $\beta, U_0/U_L, K_L$ のうち2つだけを与えれば流れの状態が決定することになる。

流出の場合における U_L/U_0 の分母分子を逆にした $U_0/U_L = Q_0/Q_L$ は、流入では $0 \leq U_0/U_L \leq 1$ であり、これを流入管路の上下流端流量比となづける。 $-Y_L$ は流入口外の水頭から管路の終端 $x=L$ の点までの総損失水頭であるから、 K_L は横から流入する管路の比損失水頭を示し、上下流端流量比の与えられた流入管路の終端以降の水利条件を決定すべき重要な要素であることは流出する場合の K_0 と同様である。

(2-87) 式を (2-83) 式に代入すると q_i の計算式が次のように得られる。

$$q_i = \sqrt{2\alpha_m} \beta \frac{Q_L}{L} \left[\sqrt{-\frac{K_L}{2}} \cosh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} - \sinh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} \right] \dots\dots\dots (2-90)$$

また流入量分布比を

$$\frac{q_i L}{Q_L - Q_0} = r_i \dots\dots\dots (2-91)$$

と定義すると、(2-90) 式から

$$r_i = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1 - U_0/U_L} \left[\sqrt{-\frac{K_L}{2}} \cosh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} - \sinh \{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \} \right] \dots\dots\dots (2-92)$$

が得られる。さらに管内流量分布比 Q/Q_L は、

$$\frac{Q}{Q_L} = 1 - \int_{\xi}^1 \frac{q_i L}{Q_L} d\xi$$

$$= \cosh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} - \sqrt{-\frac{K_L}{2}} \sinh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} \dots (2-93)$$

となる。

なお (2-88) 式を用いれば, (2-87), (2-92), (2-93) 式をかきかえることができ, たとえば

(i) の場合

$$r_i = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1-U_0/U_L} \sqrt{-\left(\frac{K_L}{2}+1\right)} \cosh \left\{ \sinh^{-1} \frac{U_0/U_L}{\sqrt{-(K_L/2+1)}} + \sqrt{2\alpha_m} \beta \xi \right\},$$

(ii) の場合

$$r_i = \frac{\sqrt{2\alpha_m} \beta}{1-U_0/U_L} \sqrt{\frac{K_L}{2}+1} \sinh \left\{ \cosh^{-1} \frac{U_0/U_L}{\sqrt{K_L/2+1}} + \sqrt{2\alpha_m} \beta \xi \right\}$$

..... (2-94)

が得られる。

(2-87) あるいは (2-92) 式を検討すると, $\cosh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} > \sinh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\}$ であるから, (i) の場合すなわち $\sqrt{-K_L/2} > 1$ のときには, 管路のいかなる部分においても常に $Y < 0$, $q_i, r_i > 0$ となる。しかしながら

(ii) の場合には, もし

$$\sqrt{-\frac{K_L}{2}} \cosh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} - \sinh \left\{ \sqrt{2\alpha_m} \beta (1-\xi) \right\} = 0 \dots (2-95)$$

を満足するような $\xi = \xi_{ci}$ があれば, (2-94) 式からわかるように $\xi < \xi_{ci}$ において $q_i, r_i < 0$ すなわち流出することになるにも拘わらず $Y < 0$ であり, 明らかに矛盾を生ずる。この場合も, 横から流出する場合に論じたのと同様に, $\xi = 0 \sim \xi_{ci}$ の間では流入口の有無には無関係に流入も流出も起らず, $Q/Q_L = U_0/U_L$ および $Y = 0$ を持続することになる。(2-65) および (2-66) 式は x_{co} を x_{ci} , ξ_{co} を ξ_{ci} , β_{co} を β_{ci} と読みかえてもそのまま成立するので, これらの β_{ci} および ξ' を β および ξ の代りに用いて, $\xi' = 0$ のとき Y または $r_i = 0$ とおけば,

$$\beta_{ci} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha_m}} \cosh^{-1} \frac{1}{U_0/U_L},$$

$$\therefore \xi_{ci} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\alpha_m} \beta} \cosh^{-1} \frac{1}{U_0/U_L} \cdot \left. \vphantom{\frac{1}{\sqrt{2\alpha_m} \beta}} \right\} \dots\dots\dots (2-96)$$

従つて(III)の場合すなわち $K_L/2 > -1$ であり、しかも (2-96) 式で計算される β_{ci} が $\beta_{ci} < \beta$ 、あるいは $\xi_{ci} > 0$ であれば、 K_L を (2-89) 式の代りに

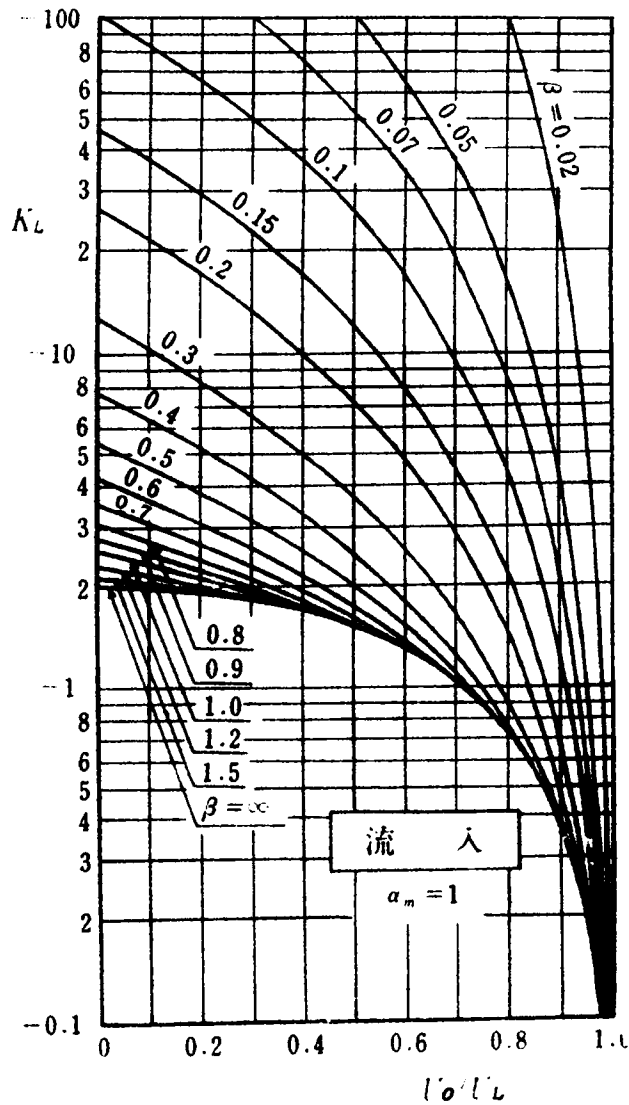


図-2-15 摩擦のない管路へ流入する場合の比損失水頭

$$K_L = - \frac{2 \{ \cosh(\sqrt{2\alpha_m} \beta_{ci}) - U_0/U_L \}^2}{\sinh^2(\sqrt{2\alpha_m} \beta_{ci})}$$

$$= -2 \left\{ 1 - \left(\frac{U_0}{U_L} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (2-97)$$

によつて計算する必要がある、この K_L を用いれば(2-87)、(2-90)、(2-92)、(2-93)の各式をそのままの式形で適用することができる。ただし適用限界は $\xi \geq \xi_{ci}$ である。

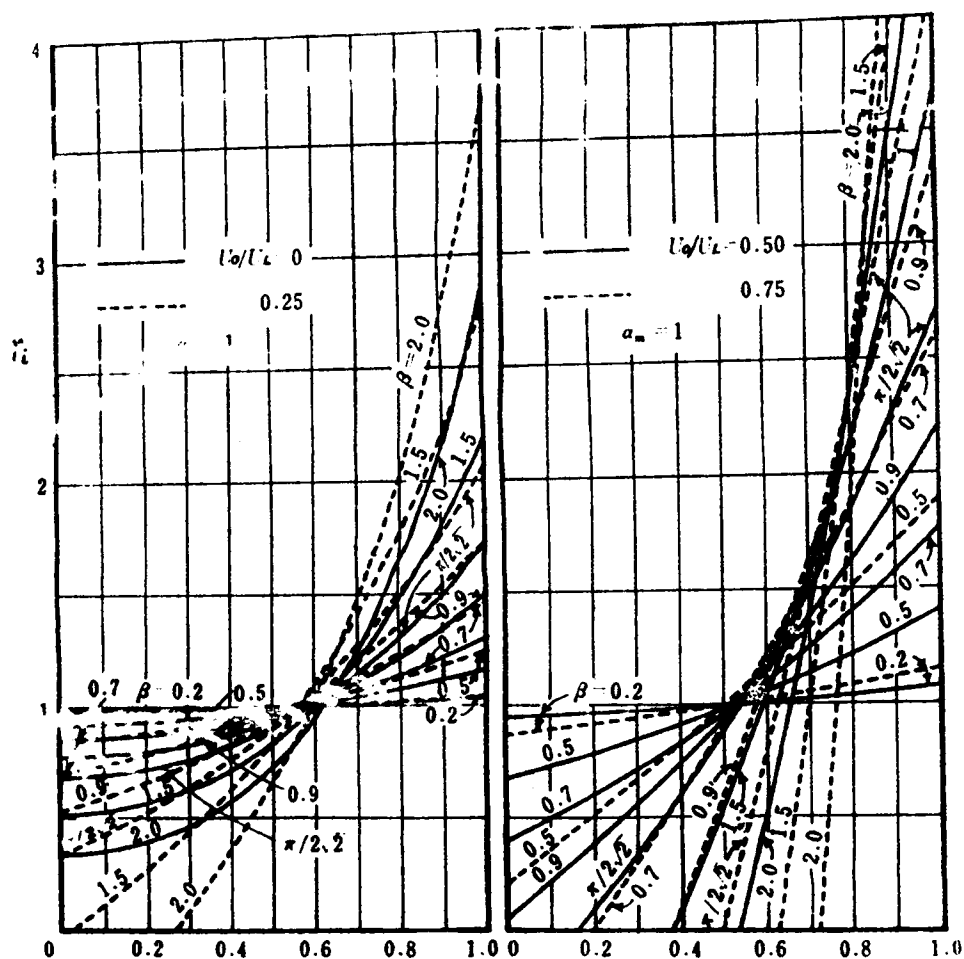


図-2-16 摩擦のない管路へ流入する場合の流入量分布

図-2-15は(2-89)および(2-97)式によつて計算した比損失水頭 K_L と $\beta, U_0/U_L$ の関係であつて、その一般的傾向は図-2-12の K_0 と同様であるが $\beta=\infty$ の線は常に(2-97)式によつて表わされ、 $|K_L|$ はこの線の示す値より決して小さくならないことに注意を要する。特に $U_0/U_L=0$ の場合には $K_L/2 \leq -1$ であり $\xi_{ci} > 0$ となることは絶対にない。

図-2-16は(2-92)式によつて描いた r_i 分布で、 β および U_0/U_L の増大に伴ない r_i 分布が急激に不均等になり、常に管路の下流側の方が流入量の多いことは、図-2-13の r_0 と似ているが、同じ上下流端流量比と有効開口比の場合、流出あるいは流入がない部分すなわち ξ_c の大きさは流入管路の方が小さいことと、上流から下流方向への r_0 の増加率が漸次減少しているに対し、 r_i はそれが増している点が異なっている。図-2-17は同様に(2-93)式を用いて管内の流量分布比を描いたもので、管路の上流端からの流入量に比較して、 U_0/U_L の値が1に近く、その区間から取り入れようとする総

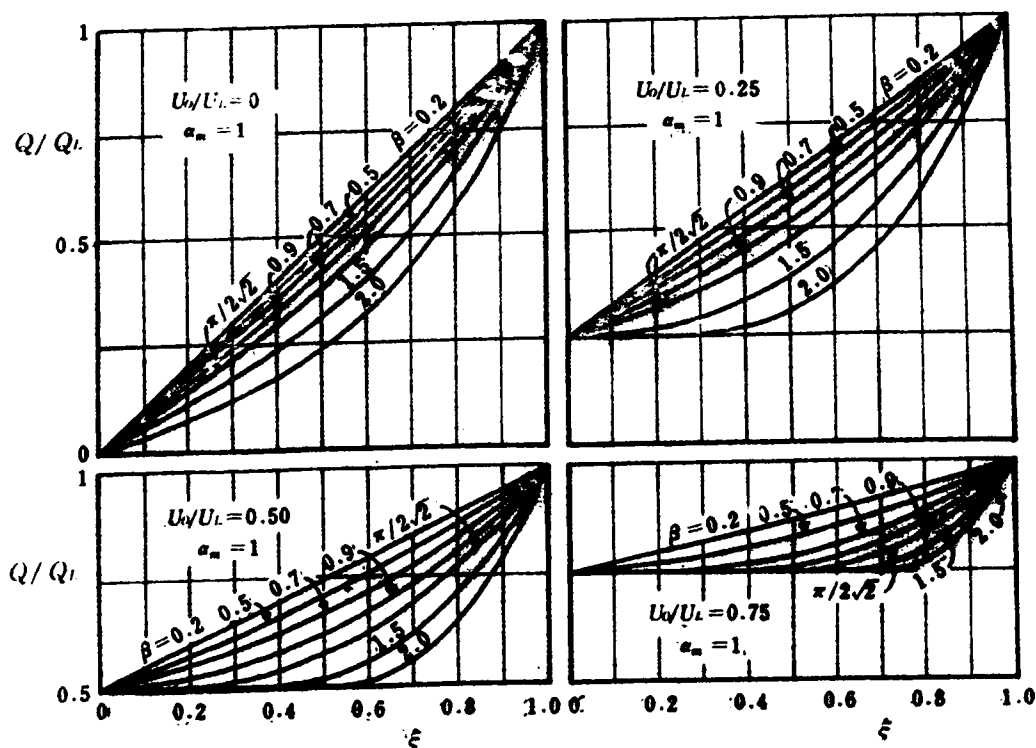


図-2-17 摩擦のない管路へ流入する場合の流量分布

流量が少ないと、大きな開口比とするほど上流部の孔口が十分役に立っていないことがよくわかる。

3.4 摩擦抵抗を考慮する場合の近似解法と流入特性⁵³⁾

摩擦抵抗を考慮して、連続方程式(2-31)、運動方程式(2-33)および流出量方程式(2-42)'または(2-48)'を厳密に解くことは、試算法を用いた数値計算⁵⁴⁾による以外不可能である。数値計算法はたとえば流出がある場合でかつ $Q_L/Q_0 = 0$ とすると、 $x=L$ における $Y=Y_L$ を与え、基礎式を階差表示したものを用いて $x=L$ から順次 $x=0$ に向かつて U, Y, q_0 を求めてゆき最後に U_0, Q_0 を計算する。この場合 $\tau_0/\rho g R \propto U^2$ と表わしておけば、 $Y/(\alpha_m U^2/2g), Q/Q_0, q_0 L/Q_0 = r_0$ は Y_L を変えても一定の分布を示すから、任意の Q_0 に対する Y, q_0, Q をただちに計算することができる。しかし $Q_L/Q_0 \neq 0$ のときには任意の Y_L, Q_L を与えて $x=0$ において所定の Q_0 にするためには、計算をかなり繰り返して行なう必要がある。流入のある場合も全く同様である。従つて管路の設計を行なうため β を求めようとするときには、種種の β を仮定してその都度反復計算をしなければならないので、設計目的に応じた適当な近似式を誘導することが望ましい。

3.4.1 横から流出のある場合

一樣管によつて横から流出させようとする場合、下水管きよに設ける横越流堰などを除いては、 q_0 をできるだけ一樣に分布させることを集配水上の主要目的とする場合が多い。しかし孔口、管路とも一樣なものを用いると、すべての点で流出流量が均等すなわち $r_0 = 1$ とすることは本質的に不可能である。ところが3.2.1において述べたように運動方程式の附加項 $\alpha_m U q/gA$ を $\tau_0/\rho g R$ と総合して広義の抵抗項と考えると、流出する場合にはこの2項が相殺し、必ずしも下流に向つて水頭を回復するとは限らない。すなわち適当に摩擦抵抗を加えることにより、全般的にはかえつて均一な r_0 の分布を得られるはずである。

(1) q_0 分布が一樣に近い場合に対する解析的方法

そこでまず流出量分布がかなり均等に近い場合を考える。連続方程式、運動方程式として(2-40)、(2-41)式を用い、前同様 $p'/\rho g + z' = \text{const.}$ として流出量方程式は(2-51)式を使用する。(2-49)式の表示によつてこれらの各式を組みあわせると次式を得る。

$$\frac{q_0^2 S^2}{2 g c^2 a^2} = Y_0 + \alpha_m \frac{U_0^2}{g} - \alpha_m \frac{\left\{ U_0 - \int_0^x (q_0/A) dx \right\}^2}{\xi} - \int_0^x \frac{\tau_0}{\rho g R} dx \dots\dots\dots (2-98)$$

摩擦勾配については、近似的に等流の場合の式が適用できるものと仮定し、 λ を抵抗係数として

$$\frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{\lambda U^2}{2 g R} \dots\dots\dots (2-99)$$

とあらわし、かつ(2-99)式中の U を、(2-40)式において q_0 を一定値に近いものと仮定し、

$$U = (U_0 - U_L) \frac{x}{L} \dots\dots\dots (2-100)$$

と近似すると、(2-98)式は

$$\begin{aligned} \frac{r_0^2}{\beta^2} \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right)^2 &= \alpha_m K_0 + 2 \alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \left\{ 2 \int_0^\xi r_0 d\xi - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \left(\int_0^\xi r_0 d\xi \right)^2 \right\} \\ &- \frac{\lambda L}{R} \left\{ \xi - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \xi^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right)^2 \xi^3 \right\} \dots\dots\dots (2-101) \end{aligned}$$

と変形される。 ξ, β, K_0, r_0 はそれぞれ(2-54),(2-55),(2-61)の各式で定義したものである。ここで

$$r_0 = 1 + \Delta r_0 \dots\dots\dots (2-102)$$

とおけば、 Δr_0 の比較的小さい場合を考えていることになるから、 $(\Delta r_0)^2$ の項を省略すると、(2-101)式から

$$\begin{aligned} \frac{d \Delta r_0}{d \eta} + \Delta r_0 \left\{ \frac{1}{1-\eta} - 2 k_1 (1-\eta) \right\} &= k_1 (1-\eta) - 2 k_2 (1-\eta)^2 + \frac{k_1 + k_2 - k_3}{1-\eta}, \dots \\ &\dots\dots\dots (2-103) \end{aligned}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\alpha_m \beta^2}{(1 - U_L/U_0)^2} \\ 2 k_2 &= \frac{\alpha_m \beta^2 K_0}{(1 - U_L/U_0)^2} - 1 = k_1 K_0 - 1, \\ k_3 &= \frac{\lambda L}{2R} \cdot \frac{\beta^2}{3 (1 - U_L/U_0)^3}, \\ \eta &= \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-104)$$

を得る。

(2-103) 式の一般解は

$$\begin{aligned} \Delta r_0 &= (k_1 + k_2 - k_3) + \frac{k_3}{k_1} (1-\eta) - \left(\frac{1}{2} + k_1 + k_2 - k_3\right) F\{2 k_1 (1-\eta)^2\} \\ &+ C_4 \exp\{-k_1 (1-\eta)^2\} \cdot (1-\eta) \dots\dots\dots (2-105) \end{aligned}$$

となるが、積分常数の C_4 は $\int_0^1 r_0 d\xi = 1$ であるから $\int_0^1 \Delta r_0 d\xi = 0$ から決定され、
結局

$$\begin{aligned} r_0 &= (1 + k_1 + k_2 - k_3) + \frac{k_3}{k_1} (1-\eta) - \left(\frac{1}{2} + k_1 + k_2 - k_3\right) F\{2 k_1 (1-\eta)^2\} \\ &+ \left\{ k_3 \left(1 - \frac{U_L^2}{U_0^2}\right) + 2 k_1 (k_1 + k_2 - k_3) \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \right. \\ &- 2 k_1 \left(\frac{1}{2} + k_1 + k_2 - k_3\right) \left\{ F_1(2 k_1) - \frac{U_L}{U_0} F_1\left(2 k_1 \frac{U_L^2}{U_0^2}\right) \right\} \\ &\times \frac{\exp\left[k_1 \{1 - (1-\eta)^2\}\right] \cdot (1-\eta)}{1 - \exp\left[k_1 \{1 - (U_L/U_0)^2\}\right]} \dots\dots\dots (2-106) \end{aligned}$$

が流出量分布比の計算式として得られる。ここに函数 F, F_1 は

$$F(\zeta) = \zeta - \frac{1}{3} \zeta^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \zeta^3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \zeta^4 + \dots, \quad \left\{ \right.$$

$$F_1(\zeta) = 1 - \frac{F(\zeta)}{\zeta} \quad \left. \vphantom{F_1(\zeta)} \right\} \dots\dots\dots (2-107)$$

として与えられ、(2-106)式では ζ に相当する値が比較的小さいから、(2-107)の収斂はかなり早い。あらかじめ種々の ζ に対する F, F_1 の値を計算して、図-2-18のごとくあらわしておくといよい。

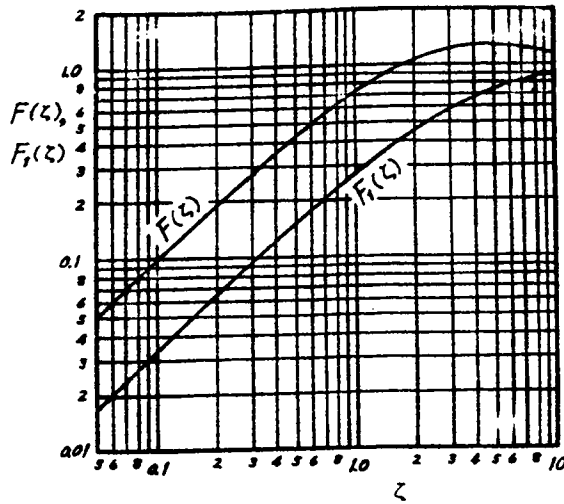


図-2-18 $F(\zeta)$ および $F_1(\zeta)$

一方(2-51)式において $Y=Y_0$ 、 $q_0=(q_0)_{\eta=0}$ を代入して変形すると、

$$(r_0)_{\xi=0}^2 = \frac{\alpha_m \beta^2 K_0}{(1-U_L/U_0)^2} = 1+2k_2 \quad \dots\dots\dots (2-108)$$

の関係が得られるから、 $r_0^2 \cong 1+2\Delta r_0$ とすると、 $(\Delta r_0)_{\xi=0} = k_2$ となるから、(2-102)式を(2-106)式に代入し $\eta=0$ とくと、

$$\begin{aligned} & k_2 \left[F(2k_1) - \frac{2k_1 \{ (1-U_L/U_0) - F_1(2k_1) + (U_L/U_0) F_1(2k_1 U_L^2/U_0^2) \}}{1 - \exp \{ k_1 (1-U_L^2/U_0^2) \}} \right] \\ &= (k_1 - k_2 + \frac{k_2}{k_1}) - \left(\frac{1}{2} + k_1 - k_2 \right) F(2k_1) + \frac{k_2 (1 - \frac{U_L^2}{U_0^2}) + 2k_1 (k_1 - k_2) (1 - \frac{U_L}{U_0})}{1 - \exp \{ k_1 (1-U_L^2/U_0^2) \}} \end{aligned}$$

$$+ \frac{-2k_1(1/2+k_1-k_3) - \{F_1(2k_1) - (U_L/U_0)F_1(2k_1U_L^2/U_0^2)\}}{1 - \exp\{k_1(1-U_L^2/U_0^2)\}} \dots (2-109)$$

によつて k_2 を計算することができる。

従つて管および孔口の寸法，配置，粗度および上下流端流量比が与えられると，(2-104) 式によつて k_1 ， k_3 が定まり，(2-109) 式によつて k_2 を計算すれば，(2-104) 式を逆に使つて比損失水頭 K_0 が，

$$K_0 = (1+2k_2) \frac{(1-U_L/U_0)^2}{\alpha_m \beta^2} = \frac{1+2k_2}{k_1} \dots \dots \dots (2-110)$$

として定まる。すなわち α_m を既知とすれば， β ， U_L/U_0 ， $\lambda L/2R$ ， K_0 のうち3つの値を与えれば残り1つと流れの状態が確定することになる。

特に $U_L/U_0 = 0$ の場合は (2-106) および (2-109) 式は次のように簡単になる。

$$\begin{aligned} r_0 = & (1+k_1+k_2-k_3) + \frac{k_3}{k_1}(1-\xi) - \left(\frac{1}{2} + k_1+k_2-k_3\right) F\{2k_1(1-\xi)^2\} \\ & + \left[k_3+2k_1(k_1+k_2-k_3) - \left(\frac{1}{2} + k_1+k_2-k_3\right)\{2k_1-F(2k_1)\}\right] \\ & \times \frac{\exp\{k_1\{1-(1-\xi)^2\}\} \cdot (1-\xi)}{1 - \exp(k_1)}, \dots \dots \dots (2-106)' \\ & \frac{(k_3/k_1)\{\exp(k_1)-1\} - k_3 + (k_1-k_3)\{\exp(k_1)-1-2k_1\}}{F(2k_1)\exp(k_1)} \\ & - \frac{(1/2+k_1-k_3)\{F(2k_1)\exp(k_1)-2k_1\}}{F(2k_1)\exp(k_1)}, \dots \dots \dots (2-109)' \end{aligned}$$

ただし，

$$k_1 = \alpha_m \beta^2, \quad k_3 = \frac{\lambda L}{2R} \cdot \frac{\beta^2}{5} \dots \dots \dots (2-104)'$$

である。

図-2-19は(2-106)'式を用いて求めた r_0 分布の1例で， $\lambda L/2R$ が小さい間は流出量の分布は図-2-13とほとんど同様の傾向をもっているが， $\lambda L/2R$ の

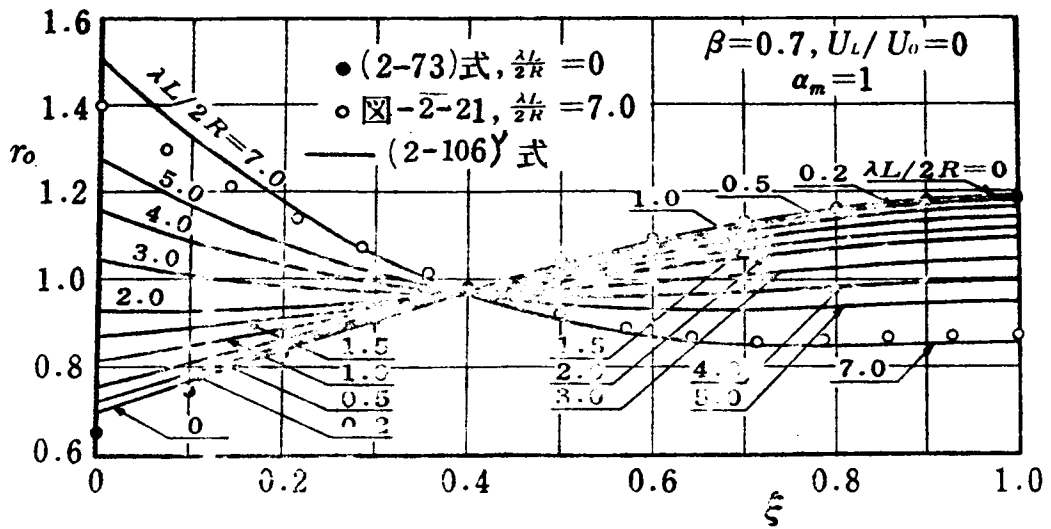


図-2-19 流出量分布に対する摩擦の影響

増大とともに漸次上流端からの流出が増し、下流端からの流出が減少してゆく。さらに $\lambda L/2R$ が増すと逆に上流部分の方が下流部よりも多くの流出を認めるようになる。特に $k_1 = k_2$ すなわち

$$\frac{\lambda L}{2R} = 3\alpha_m \quad \dots\dots\dots (2-111)$$

のときには $(r_0)_{\xi=0} = (r_0)_{\xi=1}$ となり、管路全般を通じて最も均等な流出量分布が得られることがわかる。 $\lambda L/2R$ を増すには、たとえ λ が小さい管路でも L を増すとか R を小さくすればよい。ただし L/R を大きくすれば β も大きくなるから流出口総面積を若干小さくするとよい。また $\lambda L/2R$ が大になると比損失水頭も当然大きくなる。なお図-2-19において $\lambda L/2R = 0$ の場合、(2-106)'式で求めた r_0 は(2-73)の厳密式で求めたものと比較して $\xi = 0$ 付近を除いてかなり近い値を得ている。従つて $|\Delta r_0| < 0.2$ 程度の範囲ではこの近似法で十分であるといえよう。また β が大きくて K_0 が0に近いときとか、 $\lambda L/2R$ がきわめて大きい場合には、この近似法をそのまま用いることはできないが、後述するような管路を分割する方法を併用すれば、いかなる場合にも適用できるようになるはずである。

(2) $\beta_{\max}/\beta_{\min}$ 法

あらかじめ q_0 あるいは r_0 の分布を仮定して、そのような流出量を与えるような β の分布を求めることはきわめて簡単である。 ξ の函数として与えられた流出量分布比を r_0' とすると、そのときの流出量の分布 q_0' は (2-61) 式から

$$q_0' = \frac{Q_0 - Q_L}{L} r_0'$$

であるから、これを (2-40) 式に代入して得られる

$$U = U_0 - \int_0^x \frac{Q_0 - Q_L}{AL} r_0' dx = U_0 - (U_0 - U_L) \int_0^{\xi} r_0' d\xi$$

を運動方程式 (2-41) 式に代入すると、(2-49) 式の表示に従うものとして種々の Y_0 の値 Y_0' に対して Y の分布 Y' を計算することができる。これらの q_0' および Y' を流出量方程式 (2-51) に代入することによつて、この場合に必要な β の分布 β' は

$$\beta' = \frac{r_0' (1 - U_L/U_0)}{Y' / (U_0^2/2g)} \dots\dots\dots (2-112)$$

によつて計算することができる。 Y_0' を与える代りに、 $x=0$ における β' の値 β_0' を先に定めておいて、(2-112) 式から逆に Y_0' を決定してもよい。

こうして求めた β' の分布がかなり均等である場合には、 β の値が β' の平均値に等しいような一様管路を考えると、その Y の分布は (2-112) 式中における Y' に近似的に等しいものとしてできよう。従つてこれに対する r_0 の値は $Y=Y'$ として (2-112) 式を逆算することにより、

$$\begin{aligned} r_0 &= \frac{\beta}{U_0 - U_L} \sqrt{2gY'} = \frac{U_0}{U_0 - U_L} \beta \frac{r_0' (1 - U_L/U_0)}{\beta'} \\ &= r_0' \frac{\beta}{\beta'} \end{aligned}$$

すなわち

$$\frac{r_0}{r_0'} = \frac{\beta}{\beta'} \dots\dots\dots (2-113)$$

従つて、いま管路の設計目的としては q_0 の均等化を対象としており、しかも q_0 の分布均等度の概略の値を知ればよいという場合には、上述の各式で $r_0'=1$ とすればよいわけで、次のような概算法を導くことができる。

$q_0' = (Q_0 - Q_L)/A$ であるから、 $U = U_0 - (U_0 - U_L)\xi$ となり、これを (2-41) 式

に代入すると，

$$\begin{aligned}\frac{Y'}{U_0^2/2g} &= \frac{Y'_0}{U_0^2/2g} + 2\alpha_m - 2\alpha_m \left\{ 1 - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \xi \right\}^2 - \int_0^\xi \frac{\lambda L}{R} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \xi \right\}^2 d\xi \\ &= \alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{ 2 \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \xi - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right)^2 \xi^2 \right\} \\ &\quad - \frac{\lambda L}{R} \left\{ \xi - \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \xi^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right)^2 \xi^3 \right\},\end{aligned}$$

$r'_0 = 1$ とすると (2-112) 式から $Y'/(U_0^2/2g) = (1 - U_L/U_0)^2/\beta'^2$ であるから，上式は

$$\begin{aligned}\frac{1}{\beta'^2} &= \frac{\alpha_m K_0}{(1 - U_L/U_0)^2} + \frac{2\alpha_m \eta}{(1 - U_L/U_0)^2} (2 - \eta) \\ &\quad - \frac{\lambda L/R}{3(1 - U_L/U_0)^3} (3 - 3\eta + \eta^2) \eta \dots\dots\dots (2-114)\end{aligned}$$

を得る。ここに η は (2-104) 式に示した $(1 - U_L/U_0)\xi$ である。

K_0 ， U_L/U_0 ， λ などを与えれば (2-114) 式によつて β' の分布を求めることができるが，いま K_0 を一定として β' の分布の模様を調べるため (2-114) 式から $d\beta'/d\eta$ を求めてこれを 0 とおけば，

$$\left. \begin{aligned}\xi = \frac{1}{1 - U_L/U_0} \text{ において } \frac{d^2\beta'}{d\xi^2} &= 2\alpha_m \beta'^3 > 0, \beta' \text{ が極小,} \\ \xi = \frac{1}{1 - U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \text{ において } \frac{d^2\beta'}{d\xi^2} &= -2\alpha_m \beta'^3 < 0, \beta' \text{ が極大}\end{aligned} \right\}$$

..... (2-115)

を得る。しかし $\xi \leq 1$ であるから β' の極小は $U_L/U_0 = 0$ のとき $\xi = 1$ において生じあられもない。(2-115) 式における β' の極大が生ずる ξ の位置によつて β' の最大および最小値 β'_{max} および β'_{min} は次のようになる。

$$(i) \quad \frac{1}{1 - U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \leq 0 \text{ すなわち } \frac{\lambda L}{2R} \leq 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right) \text{ のとき}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \xi=0, \eta=0 \text{ において } \beta'_{max} &= \sqrt{\frac{1-U_L/U_0}{\alpha_m K_0}}, \\
 \xi=1, \eta=1-\frac{U_L}{U_0} \text{ において} \\
 \beta'_{min} &= \frac{1-U_L/U_0}{\sqrt{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \{1-(U_L/U_0)^2\} - (\lambda L/3R) \{1+U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2\}}} \cdot
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-116)$$

一方、(2-114) 式から

$$\frac{\lambda L}{2R} = \frac{3\alpha_m \{1-(U_L/U_0)^2\}}{1+U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2} \text{ において } (\beta')_{\xi=0} = (\beta')_{\xi=1} \dots\dots (2-117)$$

となることがわかるが、(2-116) 式の β'_{max} が $\xi=0$ においてちょうど極大となるのは、 $\lambda L/2R = 2\alpha_m(1-U_L/U_0)$ となるときである、 $U_L/U_0 < 1$ とすれば常に

$$\frac{3\alpha_m \{1-(U_L/U_0)^2\}}{1+U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2} > 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)$$

が成立するので、

$$\text{(ii) } 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \leq \frac{\lambda L}{2R} \leq \frac{3\alpha_m \{1-(U_L/U_0)^2\}}{1+U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2} \text{ のとき,}$$

$$\xi = \frac{1}{1-U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R}, \eta = 1 - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \text{ において}$$

$$\beta'_{max} = \frac{1-U_L/U_0}{\sqrt{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{1 - \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right\} - \frac{\lambda L}{3R} \left[1 + \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) + \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right] \left(\frac{1}{1-U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R}\right)}}}$$

$$\xi=1, \eta=1-\frac{U_L}{U_0} \text{ における } \beta'_{min} \text{ は (2-116) 式と同じ。}$$

$\dots\dots\dots (2-116)'$

$$\text{(iii) } \frac{\lambda L}{2R} \geq \frac{3\alpha_m \{1-(U_L/U_0)^2\}}{1+U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2} \text{ のとき,}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{1-U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R}, \quad \eta = 1 - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \text{における} \\ \beta'_{max} &\text{は (2-116)' 式と同じ,} \\ \xi=0, \eta=0 \text{において } \beta'_{min} &= \frac{1-U_L/U_0}{\sqrt{\alpha_m K_0}} \end{aligned} \right\} (2-116)''$$

となる。

β' の平均値としてたとえばごく簡単に

$$\beta = \sqrt{\beta'_{max} \cdot \beta'_{min}} \quad \dots\dots\dots (2-118)$$

とした一様管路を考えると、(2-113) 式によつて r_0 は β' に逆比例するから、

$$\left. \begin{aligned} r_{0,max} &= \frac{\beta}{\beta'_{min}}, \quad r_{0,min} = \frac{\beta}{\beta'_{max}}, \\ \frac{r_{0,max}}{r_{0,min}} &= \frac{\beta'_{max}}{\beta'_{min}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-119)$$

(2-118) 式に (2-116), (2-116)' および (2-116)'' 式を代入すると β , U_L/U_0 , λ と K_0 の関係が定まる。従つて一般的には, $\beta, U_L/U_0, \lambda L/2R$ が与えられると K_0 を決定することができ, これらのうち $U_L/U_0, \lambda L/2R, K_0$ と (2-114) 式を用いて β' 分布を, あるいは (2-116), (2-116)', (2-116)'' 式を用いて β'_{max} および β'_{min} を求めることができる。ただ (2-118) 式による β の値は分布した β' の真の平均値ではないから, (2-113) 式のように, $r_0 = \beta/\beta' = \sqrt{\beta'_{max} \cdot \beta'_{min}}/\beta'$ として r_0 分布の近似値を計算すると, 必らずしも $\int_0^1 r_0 d\xi = 1$ とはならないことが予想されるので, この関係が満されるように, (2-118) 式の β を修正するとか, r_0 分布の平均値に対する各 r_0 の比をあらためて r_0 とするなどの考慮がなされれば都合がよい。しかし, この方法は (2-119) 式によつて r_0 の最大最小比すなわち全般的な均等度だけを推定する際にはきわめて便利である。

(2-116), (2-116)', (2-116)'' 式および (2-119) 式によつて $r_{0,max}/r_{0,min}$ および β' 分布の概形を一括表示すれば表-2-1 のようである。表の

$r_{0,max}/r_{0,min}$ を示す式からわかるように、一般に $\lambda L/2R$ が0から大きくなるに従って $r_{0,max}/r_{0,min}$ は漸次小さくなり1に近づいてゆき、 $\lambda L/2R=3\alpha_m\{1-(U_L/U_0)^2\}/\{1+U_L/U_0+(U_L/U_0)^2\}$ のとき最も1に近づくが、さらに $\lambda L/2R$ を増せば逆に $r_{0,max}/r_{0,min}$ は大きくなり、均等度がわるくなつてゆく。この $r_{0,max}/r_{0,min}$ が最小になる $\lambda L/2R$ の値は、 $U_L/U_0=0$ のとき図-2-19について示した(2-111)式に相当する。また K_0 を大きくするほど全般を通じて均等性のよくなることも明らかである。なお図-2-20は以上の方法で求めた r_0 分布の1例で、図-2-19と同様の傾向を示していることがわかる。

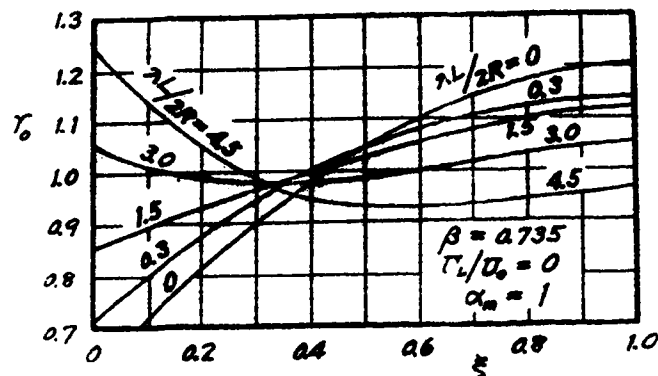


図-2-20 β_{max}/β_{min} 法による r_0 分布

(3) 比損失水頭 K_0 による図式解法

次に、さらに一般的な場合に対する近似解法として摩擦のない場合の結果を応用した方法について述べよう。

運動方程式の摩擦項を(2-99)式によつて表わせば、(2-37)式は次のようにかきかえられる。

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{U q_0}{gA} \left(\frac{\lambda U A}{2R q_0} - \alpha_m \right) = 0 \dots\dots\dots (2-120)$$

さらに連続方程式(2-36)、および流出口外の水頭を一定として(2-49)式を代入すると、

表-2-1 流出量分布の最大最小比と β' 分布 ($K_0, U_L/U_0$: 一定)

$\frac{\lambda L}{2R}$	β' 分布 0 \longrightarrow ξ 1	$\frac{f_{0,max}}{f_{0,min}}$
$< 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)$		$\sqrt{\frac{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\} - \frac{\lambda L}{3R} \left\{1 + \frac{U_L}{U_0} + \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}}{\alpha_m K_0}}$
$= 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)$		$\sqrt{\frac{\alpha_m K_0 + \frac{1}{3} \frac{\lambda L}{2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) \left(1 + 2 \frac{U_L}{U_0}\right)}{\alpha_m K_0}}$
$> 2\alpha_m \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)$		$\sqrt{\frac{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\} - \frac{\lambda L}{3R} \left\{1 + \frac{U_L}{U_0} + \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}}{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{1 - \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right\} - \frac{\lambda L}{3R} \left\{1 + \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) + \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right\} \left(\frac{1}{1 - U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R}\right)}}$
$\frac{3\alpha_m \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}}{1 + \frac{U_L}{U_0} + \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2}$		$\sqrt{\frac{\alpha_m K_0}{\alpha_m K_0 + 2\alpha_m \left\{1 - \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right\} - \frac{\lambda L}{3R} \left\{1 + \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right) + \left\{\frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0}\right)\right\}^2\right\} \left(\frac{1}{1 - U_L/U_0} - \frac{2\alpha_m}{\lambda L/2R}\right)}}$
$= \frac{3\alpha_m \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}}{1 + \frac{U_L}{U_0} + \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2}$		同上
$> \frac{3\alpha_m \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}}{1 + \frac{U_L}{U_0} + \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2}$		同上

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + Y \right) + \frac{U}{g} \frac{dU}{dx} \left(-\frac{\lambda}{2R} \frac{Q}{q_0} + \alpha_m \right) = 0,$$

$$\therefore \left(\alpha_m - \frac{\lambda}{4R} \frac{Q}{q_0} \right) \frac{d}{dx} \frac{U^2}{g} + \frac{dY}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots (2-121)$$

が得られる。いま Q/q_0 を一定として (2-121) 式を 0 から x まで積分すると、

$$Y = Y_0 + \left(\alpha_m - \frac{\lambda}{4R} \cdot \frac{Q}{q_0} \right) \left(\frac{U_0^2}{g} - \frac{U^2}{g} \right) \quad \dots\dots\dots (2-122)$$

となり、摩擦のない管路から流出するときの基礎式 (2-50) と同形の式が得られる。 Q/q_0 を一定と考えたが、普通この値は管路にそつて変化するので、管路を適当に分割して β , $\lambda L/2R$ をともに小さくし、 Q および q_0 としてその小区間における平均値を用いるものとし、

$$\frac{Q}{q_0} \simeq \frac{Q_0 + Q_L}{2(Q_0 - Q_L)/L} = \frac{1 + U_L/U_0}{1 - U_L/U_0} \cdot \frac{L}{2} \quad \dots\dots\dots (2-123)$$

と近似する。ただしここでは L を分割した小区間の長さとする。同様に以下においては、その他の記号もすべて分割小区間に対するものを指すことにする。そこで、(2-123) 式を用いて

$$\alpha_{m0} = \alpha_m - \frac{\lambda}{4R} \cdot \frac{Q}{q_0} \simeq \alpha_m - \frac{\lambda L}{8R} \frac{1 + U_L/U_0}{1 - U_L/U_0} \quad \dots\dots\dots (2-124)$$

とおけば、 $\alpha_{m0} > 0$ の場合には (2-56), (2-58), (2-59), (2-60), (2-62) および (2-63) の各式は、 α_m を α_{m0} , K_0 を $(\alpha_m/\alpha_{m0})K_0$ とそれぞれかきかえるだけでそのまま用いることができる。すなわち

$$K_0 = \frac{2 \{ \cos(\sqrt{2\alpha_{m0}} \beta) - U_L/U_0 \}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_{m0}} \beta)} \cdot \frac{\alpha_{m0}}{\alpha_m}, \quad \dots\dots\dots (2-125)$$

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2/2g} = 2 \frac{\alpha_{m0}}{\alpha_m} \left\{ \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \cos(\sqrt{2\alpha_{m0}} \beta \xi) + \sin(\sqrt{2\alpha_{m0}} \beta \xi) \right\}^2, \quad \dots\dots\dots (2-126)$$

$$r_0 = \frac{\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta}{1-U_L/U_0} \left\{ \frac{\alpha_m}{\alpha_{m0}} \frac{K_0}{2} \cos(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta\xi) + \sin(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta\xi) \right\}, \dots (2-127)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \cos(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta\xi) - \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \sin(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta\xi) \dots (2-128)$$

しかしこれらの計算式は分割された小区間に対するものであるから全体の管路については次のように考えるとよい。すなわち(2-126)式において $\xi=1$ とおくと $Y_L/(\alpha_m U_0^2/2g)$ が計算でき、これを $(U_L/U_0)^2$ で割ると $Y_L/(\alpha_m U_L^2/2g)$ が求められる。流入のある場合の比損失水頭と区別するため、これを K'_L と定義すると結局

$$\begin{aligned} K'_L &= \frac{Y_L}{\alpha_m U_L^2/2g} \\ &= \frac{2\{1-(U_L/U_0)\cos(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta)\}^2}{(U_L/U_0)^2 \sin^2(\sqrt{2\alpha_{m0}}\beta)} \cdot \frac{\alpha_{m0}}{\alpha_m} \\ &= \frac{K_0 + 2(\alpha_{m0}/\alpha_m)\{1-(U_L/U_0)^2\}}{(U_L/U_0)^2} \dots (2-129) \end{aligned}$$

となる。この K'_L は当然いま考えている区間の下流側に接続する小区間の上流端の K_0 に等しいから、(2-124)および(2-125)式を用い、 K_0 を与えて次の区間の α_{m0} および U_L/U_0 を決定することができる。あるいは逆に、いま考えている区間の K_0 はその上流側に接する区間の K'_L に等しいことから、(2-124)、(2-129)式によつて上流側の次の区間の α_{m0} 、 U_L/U_0 を決定することもできる。

いま与えられた一様管路を適当に n 個の区間に分割し、各区間の U_L/U_0 が上述のようににして定められたものとする。上流側から数えて第 j 番目の区間では長さが L_j 、 $U_L/U_0 = (U_L/U_0)_j$ 、また(2-126)、(2-127)、(2-128)式で計算される値をそれぞれ、 $(Y/(\alpha_m U_0^2/2g))_j$ 、 $(r_0)_j$ 、 $(Q/Q_0)_j$ としておく。管路全体についての Y 、 r_0 、 Q の分布の第 j 区間における局所的な値を $[Y/(\alpha_m U_0^2/2g)]_j$ 、 $[r_0]_j$ 、 $[Q/Q_0]_j$ とかくと、これらはそれぞれ次のようにあらわされる。

$$\left[\frac{Y}{\alpha_m U_0^2/2g} \right]_j = \left(\frac{U_L}{U_0} \right)_1^2 \cdot \left(\frac{U_L}{U_0} \right)_2^2 \cdot \dots \cdot \left(\frac{U_L}{U_0} \right)_{j-1}^2 \cdot \left(\frac{Y}{\alpha_m U_0^2/2g} \right)_j,$$

$$\left. \begin{aligned} (r_0)_j &= \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_1 \cdot \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_2 \cdots \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_{j-1} \cdot \left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_j\right\} \cdot \frac{\sum_{j=1}^n L_j}{L_j} \cdot \frac{(r_0)_j}{1 - (U_L/U_0)_j} \cdot \\ \left(\frac{Q}{Q_0}\right)_j &= \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_1 \cdot \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_2 \cdots \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_{j-1} \cdot \left(\frac{Q}{Q_0}\right)_j \cdot \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-130)$$

ただし (U_L/U_0) は管路全体を考えると時の上下流端流量比で、

$$\left(\frac{U_L}{U_0}\right) = \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_1 \cdot \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_2 \cdots \left(\frac{U_L}{U_0}\right)_n \dots\dots\dots (2-131)$$

であらわされる。普通の場合には、管路全長に対する (U_L/U_0) の値がまず与えられ、ついで管路を n 分割したとき、そのうちの適当な区間の $(U_L/U_0)_j$ を仮定して、各区間の K_0, K'_L を媒介にしつつ、他のすべての (U_L/U_0) を求めたとき、これらが (2-131) 式を満たす必要がある。 $(U_L/U_0) = 0$ の場合には、 $(U_L/U_0)_n = 0$ であるから下流端から計算をはじめると仮定を繰り返す必要はないが、いずれにしても (2-125) あるいは (2-129) 式からいちいち U_L/U_0 を計算するのは面倒であるので、種々の $\beta, \lambda L/2R$ の値に対する K_0, K'_L と U_L/U_0 の関係を図に描いておけば非常に便利である。ただし β の値は比較的小さい場合に対してだけでよく、大きな β をとれば (2-123) 式の近似度が悪くなるおそれがある。 β を小さくおけば、 U_L/U_0 の増加に伴って α_{m0} も小さくなり (2-67) 式に示されるような ϵ_{c0} すなわち (2-125) 式において $K_0 = 0$ となるような場合は考慮する必要がない。

しかしながら、 U_L/U_0 がさらに 1 に近づけば、 $\alpha_{m0} < 0$ となる場合が考えられる。この場合 (2-122) 式を (2-36), (2-51) 式とともに改めて解かねばならないが、摩擦のない場合と全く同様の手順によつて次のような結果を得る。

$$K_0 = \frac{2\{\cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sinh^2(\sqrt{-2\alpha_{m0}}\beta)} \cdot \frac{-\alpha_{m0}}{\alpha_m} \dots\dots\dots (2-132)$$

$$K'_L = \frac{2\{1 - (U_L/U_0)\cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}}\beta)\}^2}{(U_L/U_0)^2 \sinh^2(\sqrt{-2\alpha_{m0}}\beta)} \cdot \frac{-\alpha_{m0}}{\alpha_m}$$

$$= \frac{K_0 + 2(\alpha_{m0}/\alpha_m)\{1 - (U_L/U_0)^2\}}{(U_L/U_0)^2} \dots\dots\dots (2-133)$$

すなわち K_0 が与えられると、 K_L' を求める式は (2-129) 式と同形になり、 $\alpha_{m0} < 0$ となるだけである。

同様にして、

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = 2 \frac{-\alpha_{m0}}{\alpha_m} \left\{ \sqrt{\frac{\alpha_m}{-\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) - \sinh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) \right\}^2, \quad \dots\dots\dots (2-134)$$

$$r_0 = \frac{\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta}{1 - U_L/U_0} \left\{ \sqrt{\frac{\alpha_m}{-\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) - \sinh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) \right\}, \quad \dots\dots\dots (2-135)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) - \sqrt{\frac{\alpha_m}{-\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \sinh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) \dots\dots\dots (2-136)$$

が得られる。

特に $(-\alpha_m/\alpha_{m0}) K_0/2 = 1$ である場合には $K_0 = K_L' = -2\alpha_{m0}/\alpha_m$ となり、また (2-134), (2-135), (2-136) 式は

$$\frac{Y}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = 2 \frac{-\alpha_{m0}}{\alpha_m} \exp(-2\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi), \quad \dots\dots\dots (2-134)'$$

$$r_0 = \frac{\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta}{1 - U_L/U_0} \exp(-\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi), \quad \dots\dots\dots (2-135)'$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \exp(-\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) \quad \dots\dots\dots (2-136)'$$

と簡単になり、しかも $Q/q = L/\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta = \text{const.}$ 、すなわち (2-122) 式が完全に成立していることになる。

なお、(2-132) 式で求められる K_0 が、 $(-\alpha_m/\alpha_{m0}) K_0/2 < 1$ となり、かつ

$$\sqrt{\frac{\alpha_m}{-\alpha_{m0}}} \frac{K_0}{2} \cosh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) - \sinh(\sqrt{-2\alpha_{m0}} \beta \xi) = 0$$

を満たす $\xi = \xi_{c0}$ があれば、この場合には摩擦のない管路とは逆に $\xi > \xi_{c0}$ において $r_0 < 0$ となる。管路には摩擦があるから $\xi = \xi_{c0} \sim 1$ の間で $Y=0$ を持続することは

できず、当然 $\xi > \xi_{co}$ では流入をはじめるから (2-132) ~ (2-136) 式を用いることはできない。そこで前と同じ考え方で $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ に対する $\beta_{co} = \beta \xi_{co}$, $\xi = \xi / \xi_{co} = (\beta / \beta_{co}) \xi$ を上の各式の β, ξ の代りに用い、 $\xi' = 1$ において $Y, r_0 = 1$, すなわち $K_L' = 0$ とおけば、

$$\xi_{co} = \frac{\cosh^{-1} \{1 / (U_L / U_0)\}}{\sqrt{-2\alpha_{mo}} \beta} \dots\dots\dots (2-137)$$

が得られる。 $\xi_{co} < 1$ の場合には (2-132) 式の代りに

$$K_0 = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 \right\} \frac{-\alpha_{mo}}{\alpha_m} \dots\dots\dots (2-138)$$

によつて K_0 を求めれば、(2-134), (2-135), (2-136) 式をそのまま適用することができるはずである。適用限界は $\xi \leq \xi_{co}$ で、 $\xi > \xi_{co}$ に対しては後述する流入のある場合の関係式を使用しなければならない。しかし実際には $0 \sim \xi_{co}$ の間だけを考えることにより $\lambda L / 2R$ も小さくなり $\lambda L \xi_{co} / 2R$ をとるべきであるので、 α_{mo} も変化することになり、厳密には $\xi_{co} = 1$ のみの場合に (2-138) 式が成立することになる。ただ (2-138) 式は β を含まないので、(2-138) 式をもつて種々の β に対する (2-132) ~ (2-136) 式に対する適用限界と考えることができる。 $\xi_{co} < 1$ の場合には $\xi = 0 \sim \xi_{co}$ の区間をさらに小さく区分する方が便利である。最後に、 $\alpha_{mo} = 0$ となるのは、(2-124) 式から

$$\frac{U_L}{U_0} = \frac{\alpha_m - \lambda L / 8R}{\alpha_m + \lambda L / 8R}$$

となるときであるが、この場合には $Y = \text{const.}$ で $r_0 = 1$, $Y / (\alpha_m U_0^2 / 2g) = K_0$ であり、 K_0, K_L' は

$$K_0 = \frac{(1 - U_L / U_0)^2}{\alpha_m \beta^2}, \dots\dots\dots (2-139)$$

$$K_L' = \frac{(1 - U_L / U_0)^2}{\alpha_m \beta^2 (U_L / U_0)^2} \dots\dots\dots (2-140)$$

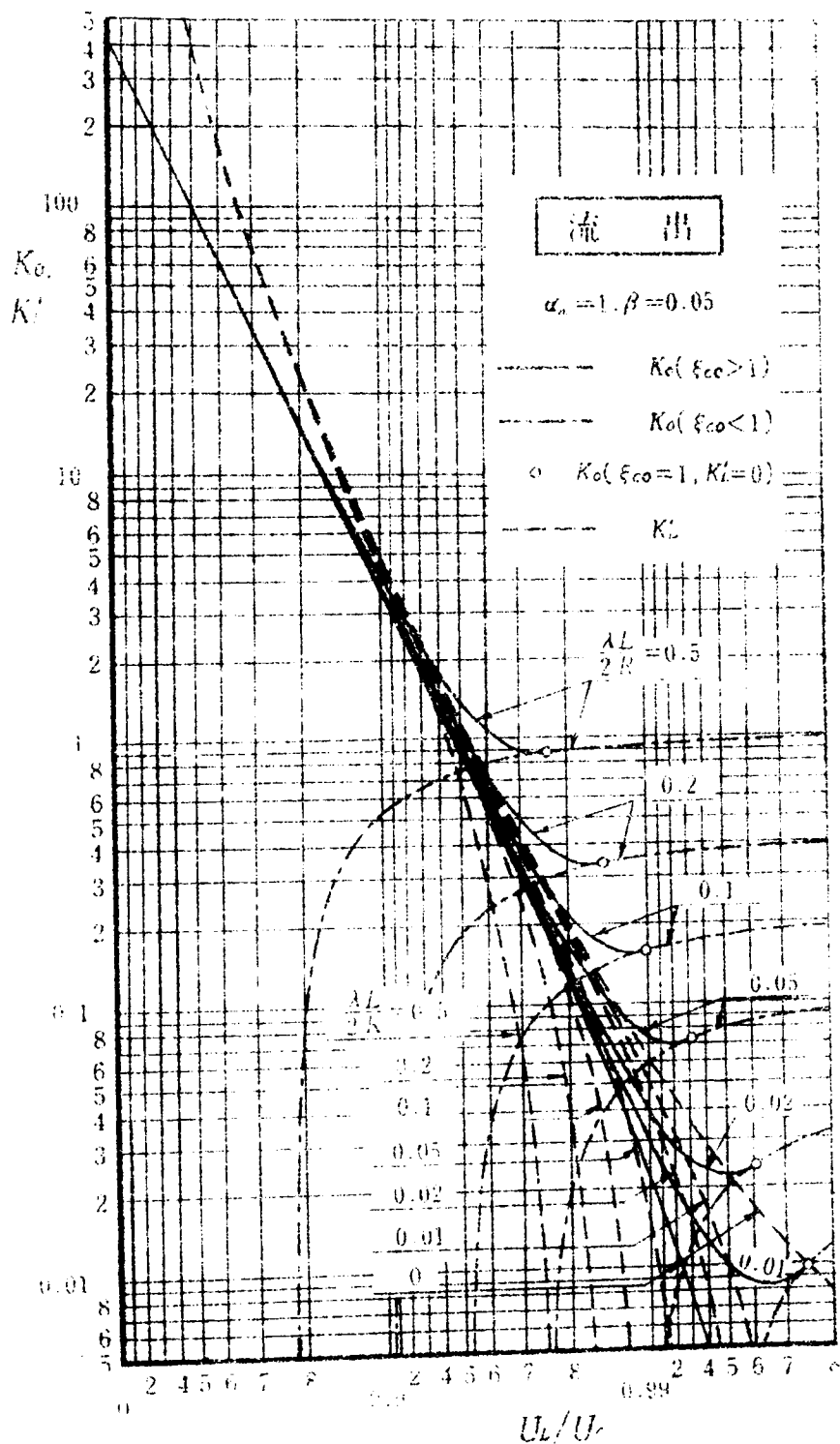


図-2-21 摩擦のある管路から流出する場合の比損失水頭

によつて計算すればよい。

図-2-21は以上の関係式を用いて描いた種々の $\lambda L/2R$ に対する U_L/U_0 と K_0 、 K'_L の関係を示す1例である。 図中 K_0 を示す実線は(2-125)および(2-132)式によつて求めたもので、同様に K'_L を示す破線は(2-129)および(2-133)式から求められる。 また鎖線は K_0 線の適用限界を示し(2-138)式によつて計算される。 図でわかるように、摩擦のない場合には K_0 および K'_L 線は決して交わらず、従つて分割管路の最下流区間の K_0 を与えたとき、区間数が多ければ上流の方で必ず $K_0=0$ となるところがある。

しかし摩擦があれば両線は必ず交わり、この交点の値は $K_0=K'_L=-2\alpha_{m0}/\alpha_m$ (ただし $\alpha_{m0}<0$)である。 分割管路の最下流区間の K_0 をこの交点の値より大きくとも小さくとも、管路全長が長いほど上流部の K_0 はこの交点に近づき決して0とならない。 いいかえれば、少しでも摩擦があれば管路の上流部で流出がなくなるようなことは絶対に起り得ない。 しかしながら逆に、管路上流端の K_0 にこの交点の値より小さな値を与えると管路下流部で $K'_L=0$ となり、流入を起す場合があることになる。 なお、図-2-21の U_L/U_0 の値が大きい部分において、 K_0 線が $\xi_{c0}=1$ となる限界の近くで極小点を示しているが、これは(2-124)式の α_{m0} が負で絶対値のかなり大きな値となり、 Q/q_0 を一定とみなすことが困難となつているために生じた誤差であり、上述したようにこの附近ではさらに管路を小分割して β をもつと小さくしなければならない。

$\beta=0.7$ 、 $U_L/U_0=0$ 、 $\lambda L/2R=7.0$ の管路を表-2-2に示すような区間に分割し、図-2-21によつて各区間の K_0 、 U_L/U_0 を求め、ついで(2-130)式によつて管路全体を考えた $[r_0]$ 分布を計算した結果を表-2-2に示した。 分割管路接続点における $[r_0]$ の値が、上流側区間の $(r_0)_{\xi=1}$ から求めたものと、下流側区間の $(r_0)_{\xi=0}$ から求めたものとが若干異なるのは、分割の程度に伴う近似法の誤差であり、これらの平均をとれば十分である。 この結果を図-2-19にも示しておいたが、これによつて $\lambda L/2R$ の値が大きい場合の(2-106)'式の精度を大体評価することができる。

図-2-22は同じく図-2-21を用いて Q/Q_0 の分布に対する摩擦の影響を求めたもので、 $\beta=1.5$ 、 $U_L/U_0=0$ に対し、摩擦がなければ管路の上流部約1/4の部分からは流出がないが、摩擦の影響によつて上流端からただちに流出が起り、図-2-19の場合と同様に $\lambda L/2R=3.0$ の場合流出量分布は最も均等となつて Q/Q_0 はほとんど直線

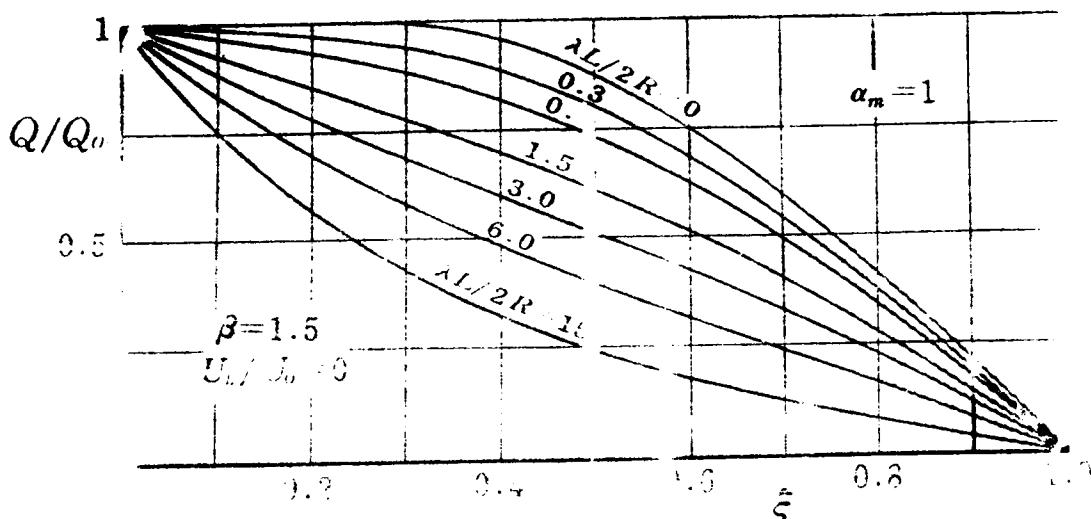


図-2-22 流出のある場合の流量分布に対する摩擦の影響

的に変化する。 $U_L/U_0=0$ の場合には $\lambda L/2R$ がいくら大きくなっても下流部分の流出がなくなることもない。 図-2-21 によつて $\{Q/Q_0\}$ だけを求める場合、管路をある程度細かく分割してあれば、各分割管路の中間における $(Q/Q_0)_j$ を求める必要はなく、(2-130) 式からわかるように、分割管路接続点における $\{Q/Q_0\}$ を $(U_L/U_0)_j$ によつて求めれば十分である。

3.4.2 横から流入のある場合

横から流入のある管路についても、 q_i を一様に分布させることが必要な場合がしばしばあるが、流出の場合と同様に、一様管を用いれば摩擦がなくても $\beta \rightarrow 0$ としなければ $r_i = 1$ とすることができない。 しかも流入の場合には流出の場合と反対に、運動方程式の附加項は摩擦項と相殺することなく、必らず総合抵抗を増加することになり、流入量が多くなるほど管内水頭が低下して流入しやすくなる傾向がますます顕著となる。 これを逆にいえば、管路の上流部ほど流入しにくくなることである。

管壁のスリットを通して流入する場合については、第2章2.3において荒木博士^{46), 47)}の研究の概要を述べておいたが、その取り扱いが必らずしも一般的な場合に対するものでなく、また(2-30)の計算式がやや複雑であるうえ、対象としている λ が小さい場合にはむしろ3.3.2において述べた摩擦のない場合の厳密解で十分であるのに対し、摩擦項が大きくなれば(2-30)式では不十分となることを指摘した。

表-2-2 流出管路計算の比損失水頭法

$$\beta=0.7, \frac{U_L}{U_0}=0, \frac{\lambda L}{2R}=7.0, \alpha_m=1$$

ξ		0	0.07143	0.14286	0.21429	0.28571	0.35714	0.42857	0.50000	0.57143	0.64286	0.71429	0.78571	0.85714	0.9286	1.0000	ξ												
j		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11				j													
①	$(\beta)_j$	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.200				$(\beta)_j$													
	$(\lambda L/2R)_j$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	2.00				$(\lambda L/2R)_j$													
②	$(U_L/U_0)_j$	0.9038	0.9008	0.896	0.891	0.884	0.876	0.866	0.852	0.831	0.801	0				$(U_L/U_0)_j$													
③	$(K_0)_j$	3.98	4.20	4.51	4.93	5.50	6.29	7.38	9.00	11.50	15.90	24.336***				$(K_0)_j$													
	$(K'_0)_j$	4.20	4.51	4.93	5.50	6.29	7.38	9.00	11.50	15.90	24.34	-				$(K'_0)_j$													
④	$(Q/Q_0)_{\xi_j=0}$	1.0000	0.9038	0.8141	0.7295	0.6500	0.5746	0.5033	0.4359	0.3714	0.3086	0.2472				$(Q/Q_0)_{\xi_j=0}$													
⑤	$\Sigma L_j/L_j$	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	3.5				$\Sigma L_j/L_j$													
⑥	α_{m0}	-1.4738	-1.3952	-1.2788	-1.1686	-1.0302	-0.8911	-0.7406	-0.5642	-0.3543	-0.1313	0.5000				α_{m0}													
⑦	$\sqrt{-2 \times ⑥} \times ①$	0.08584	0.08352	0.07996	0.07644	0.07177	0.06675	0.06085	0.05311	0.04209	0.02562	0.2000				$\sqrt{2 \times ⑥} \times ①$													
⑧	$\sqrt{-①/2 \times ⑥} - 1$	0.5919	0.7108	0.8737	1.0532	1.2922	1.5903	1.9956	2.6412	3.9025	7.7174	5.0335				$\sqrt{①/2 \times ⑥} + 1$													
⑨	$②/①$	1.5269	1.2673	1.0255	0.8460	0.6841	0.5508	0.4340	0.3226	0.2122	0.1038	0				$②/①$													
⑩	$\sinh^{-1} ①$	1.2096	1.0584	0.8993	0.7682	0.6396	0.5261	0.4214	0.3173	0.2113	0.1036	1.5706				$\cos^{-1} ①$													
⑪	$\cosh \{ ③ + ⑦(1-\xi_j) \} / \xi_j=0 \text{ or } 1$	19631	18257	17260	16144	15190	14324	13783	13099	12639	12116	11810	11416	11185	10911	10694	10508	10323	10224	10084	10054	09800	09887	09950	09987	09987	10000	$\sin \{ ③ - ⑦(1-\xi_j) \} / \xi_j=0 \sim 1$	
* r_0	①×⑤× ⑦×⑩×⑪	理論値	13964	12983	12965	12127	12095	11405	11334	10770	10667	10225	10085	09749	09571	09336	09154	08995	08817	08732	08614	08588	08536	08612	08666	08699	08710	$r_0=① \times ⑤ \times ⑦ \times ⑩ \times ⑪$	
	平均値	-	-	1.2974	1.2111	1.1370	1.0719	1.0155	0.9660	0.9245	0.8906	0.8673	0.8562	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$⑦ \times ⑩ \times ⑪$	

注) * $(r_0)_j$ としては (2-135) 式をかきかえた $r_0 = \frac{\sqrt{-2\alpha_{m0}\beta}}{1-U_L/U_0} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_m K_0}{-\alpha_{m0}2}} - 1 \cdot \cosh \left\{ \sinh^{-1} \frac{U_L/U_0}{\sqrt{(\alpha_m/(-\alpha_{m0})K_0/2-1)}} + \sqrt{-2\alpha_{m0}\beta}(1-\xi) \right\}$ を用いている。

** $(r_0)_j$ としては (2-127) 式をかきかえた $r_0 = \frac{\sqrt{2\alpha_{m0}\beta}}{1-U_L/U_0} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_m K_0}{\alpha_{m0}2}} + 1 \cdot \sin \left\{ \cos^{-1} \frac{U_L/U_0}{\sqrt{(\alpha_m/\alpha_{m0})K_0/2+1}} - \sqrt{2\alpha_{m0}\beta}(1-\xi) \right\}$ を用いている。

*** 図-2-21によらず, (2-125) 式を用いて計算した。

ここでは、流出の場合と同様に摩擦のない管路の厳密解を利用する方法を述べる。
前と全く同様にして運動方程式 (2-44) 式をかきかえると、

$$\left(\alpha_m + \frac{\lambda}{4R} \frac{Q}{q_i}\right) \frac{d}{dx} \frac{U^2}{g} + \frac{dY}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots (2-141)$$

が得られる。 Q/q_i を一定として (2-141) 式を x から L まで積分すると、

$$Y = Y_L + \left(\alpha_m + \frac{\lambda}{4R} \frac{Q}{q_i}\right) \left(\frac{U_L^2}{g} - \frac{U^2}{g}\right), \quad \dots\dots\dots (2-142)$$

すなわち摩擦のない管路に流入がある場合の基礎式 (2-82) と同形の式が得られる。
 L を管路の小区間長と考え、近似的に

$$\frac{Q}{q_i} \cong \frac{Q_0 + Q_L}{2(Q_L - Q_0)/L} = \frac{1+U_0/U_L}{1-U_0/U_L} \cdot \frac{L}{2} \quad \dots\dots\dots (2-143)$$

とし、(2-124) 式に対応して

$$\alpha_{mi} = \alpha_m + \frac{\lambda}{4R} \frac{Q}{q_i} \cong \alpha_m + \frac{\lambda L}{8R} \frac{1+U_0/U_L}{1-U_0/U_L} \quad \dots\dots\dots (2-144)$$

とおけば、常に $\alpha_{mi} \geq \alpha_m$ となるから、3.3.2 で示した各式をそのまま用いることができる。 それらをまとめると次のようになる。

$$K_L = - \frac{2 \{ \cosh(\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta) - U_0/U_L \}^2}{\sinh^2(\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta)} \cdot \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m}, \quad \dots\dots\dots (2-145)$$

$$\begin{aligned} \frac{Y}{\alpha_m U_L^2 / 2g} = & -2 \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m} \left\{ \sqrt{-\frac{\alpha_m}{\alpha_{mi}} \frac{K_L}{2}} \right. \\ & \times \cosh\{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi)\} - \sinh\{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi)\} \Big\}^2, \quad \dots (2-146) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_i = & \frac{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta}{1-U_0/U_L} \left\{ \sqrt{-\frac{\alpha_m}{\alpha_{mi}} \frac{K_L}{2}} \right. \\ & \times \cosh\{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi)\} - \sinh\{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi)\} \Big\}, \quad \dots (2-147) \end{aligned}$$

$$\frac{Q}{Q_L} = \cosh \{ \sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi) \} - \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_{mi}} \frac{K_L}{2}} \sinh \{ \sqrt{2\alpha_{mi}} \beta (1-\xi) \}, \dots$$

..... (2-148)

$$K_0' = \frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / 2g}$$

$$= - \frac{2 \{ 1 - (U_0/U_L) \cosh(\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta) \}^2}{(U_0/U_L)^2 \sinh^2(\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta)} \cdot \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m}$$

$$= \frac{K_L + 2(\alpha_{mi}/\alpha_m) \{ 1 - (U_0/U_L)^2 \}}{(U_0/U_L)^2} \dots \dots \dots (2-149)$$

$(\alpha_m/\alpha_{mi}) K_L/2 = -1$ のときは, $K_L = K_0' = -2(\alpha_{mi}/\alpha_m)$ であり, (2-146), (2-147), (2-148) 式はいずれも簡単になる。また, $(\alpha_m/\alpha_{mi}) K_L/2 > -1$ かつ

$$\xi_{ci} = 1 - \frac{\cosh^{-1} \{ 1/(U_0/U_L) \}}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta} \geq 0 \dots \dots \dots (2-150)$$

のときは, K_L には (2-145) 式の代りに次式を用いなければならない。

$$K_L = -2 \left\{ 1 - \left(\frac{U_0}{U_L} \right)^2 \right\} \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m} \dots \dots \dots (2-151)$$

$\xi_{ci} = 0$ のとき $K_0' = 0$ となるが, $\xi_{ci} > 0$ となれば, $\xi = 0 \sim \xi_{ci}$ 間では流出を起すから以上の各式を用いることはできず, 流出のある場合で (2-137) 式の $\xi_{co} < 1$ の場合の関係が成立することになる。従つて (2-151) 式を任意の β に対する (2-145) 式の適用限界と考えればよい。

図-2-23は, 流入のある場合の K_L , K_0' と U_0/U_L , $\lambda L/2R$ の関係を示す1例で, 流出の場合と同様, 管路を適当に分割した各小区間の U_0/U_L および K_L を求めるために使用するから, β の比較的小きな値についてだけ描いておけばよい。 K_L を示す実線および K_0' を示す破線はそれぞれ (2-145) および (2-149) 式により, また鎖線は (2-151) 式によつて求めたものである。図からわかるように, K_L および K_0' 線はいかなる場合にも交点をもち, 分割管路の最上流区間で流れの条件が与え

られれば、管路下流端の K_L は常にこの交点の値に近づいてゆく。逆に管路下流端において K_L を定めたときは、 $|K_L|$ がこの交点の値より小さい場合に限って管路上流部で流出することが可能である。

管路全体に対する上下流端流量比 $[U_0/U_L]$ が与えられた場合には、管路を適当に n 個の小区間に分割し、各区間の β , $\lambda L/2R$ を求めておく。上流側から数えて第 j 番目の区間での U_0/U_L を $(U_0/U_L)_j$ とすると、任意の区間の $(U_0/U_L)_j$ を仮定して図-2-23から $(K_L)_j$, $(K_0')_j$ を求める。 $(K_L)_j = (K_0')_{j+1}$, $(K_0')_j = (K_L)_{j-1}$ であるから、同じく図-2-23から第 $j+1$, $j-1$ 区間のそれぞれ $(U_0/U_L)_{j+1}$, $(U_0/U_L)_{j-1}$ を読みとることができ、以下同様にして全区間の (U_0/U_L) を求めたとき、

$$\left(\frac{U_0}{U_L}\right) = \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_1 \cdot \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_2 \cdots \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_n \cdots \cdots (2-152)$$

を満たすようにすればよい。 $[U_0/U_L] = 0$ の場合には、 $(U_0/U_L)_1 = 0$ であるから各区間の U_0/U_L を求めることはきわめて容易である。ついで(2-144)式から $(\alpha_{mi})_j$ を計算すれば、 $(K_L)_j$ は図-2-23からすでに求められているから、(2-146), (2-147), (2-148) 式によりただちに $(Y/(\alpha_m U_L^2/2g))_j$, $(r_i)_j$, $(Q/Q_L)_j$ を計算することができ、管路全体を考えたときの $[Y/(\alpha_m U_L^2/2g)]$, $[r_i]$, $[Q/Q_L]$ の第 j 区間における値は、

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g}\right]_j &= \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+1}^2 \cdot \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+2}^2 \cdots \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_n^2 \cdot \left(\frac{Y}{\alpha_m U_L^2/2g}\right)_j, \\ [r_i]_j &= \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+1} \cdot \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+2} \cdots \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_n \cdot \left\{1 - \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_j\right\} \cdot \frac{\frac{n}{2} L_j}{L_j} \cdot \frac{(r_i)_j}{1 - [U_0/U_L]}, \\ \left[\frac{Q}{Q_L}\right]_j &= \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+1} \cdot \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_{j+2} \cdots \left(\frac{U_0}{U_L}\right)_n \cdot \left(\frac{Q}{Q_L}\right)_j \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (2-153)$$

によつて計算すればよい。

以上述べた近似解法は、(2-141)式において $Q/q_i = \text{const.}$ と考えるために、管路を小区間ごとに分割して α_{mi} を求めたのであるが、(2-147), (2-148)

式によつて実際に Q/q_i を計算してみると，(2-94) 式と同様の表示を用いて，

(i) $(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2 < -1$ のとき

$$\frac{Q}{q_i} = \frac{L}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta} \tanh$$

$$\left\{ \sinh^{-1} \frac{U_0/U_L}{\sqrt{-(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2-1}} + \sqrt{2\alpha_{mi}} \beta \xi \right\},$$

(ii) $(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2 > -1$ のとき

$$\frac{Q}{q_i} = \frac{L}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta} \coth$$

$$\left\{ \cosh^{-1} \frac{U_0/U_L}{\sqrt{(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2+1}} + \sqrt{2\alpha_{mi}} \beta \xi \right\},$$

(iii) $(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2 = -1$ のとき

$$\frac{Q}{q_i} = \frac{L}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta}$$

..... (2-154)

となる。(i)の場合で U_0/U_L が0に近いとき，および(ii)の場合で U_0/U_L が1に近いときとともに管路の上流部を除けば，それぞれ \tanh , \coth の値は1に近く，結局これらの場合も

$$\frac{Q}{q_i} \cong \frac{L}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta} \dots\dots\dots (2-154)'$$

と考えられよう。これを(2-144)式に代入すると，

$$\alpha_{mi} = \alpha_m + \frac{1}{\sqrt{2\alpha_{mi}} \beta} \cdot \frac{\lambda L}{4R} \dots\dots\dots (2-155)$$

となり， β および $\lambda L/2R$ を与えれば(2-155)式から α_{mi} を決定することができる。この α_{mi} を用いれば(2-145)～(2-148)式によつてただちに Y , r_i , Q の分布を計算することができ，管路を分割して考えなくてもよい場合が多い。このことは，図

-2-23において K_L および K_0 線がほとんど同じ位置で鋭角的に交わっており、各分割区間の K_L のほとんどがこの交点近くにくることからも瞭解できる。

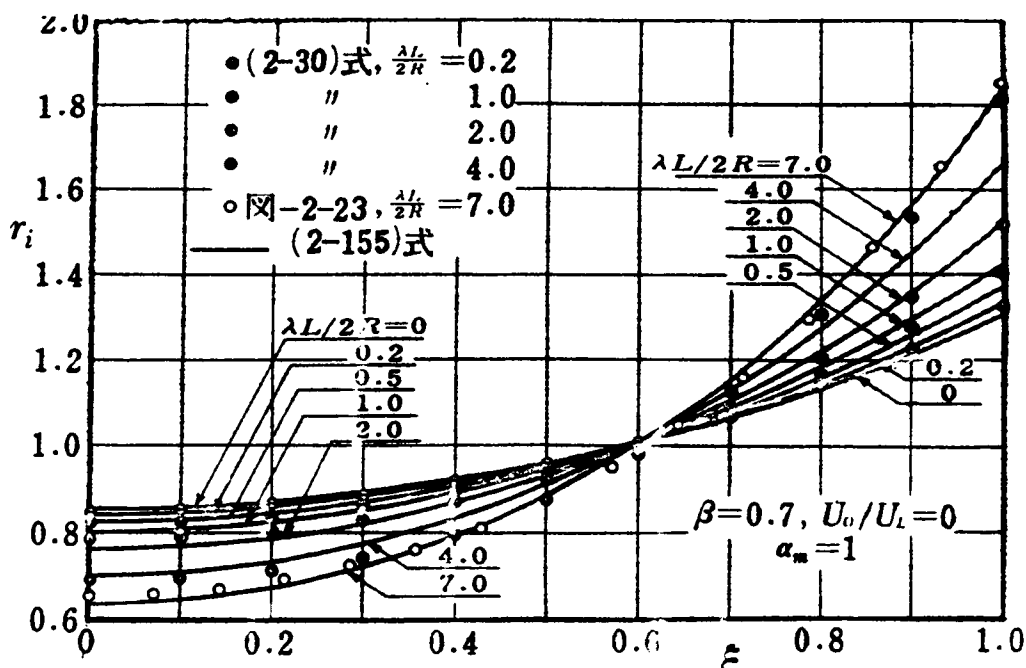


図-2-24 流入量分布に対する摩擦の影響

図-2-24は、上に述べた比損失水頭 K_L による図式解法、(2-154)'、(2-155)式によつて全管路を同時に考慮する直接法および第2章で述べた(2-30)式の各方法によつて求めた r_i 分布の1例で、摩擦抵抗が増加するほど流入量の分布はますます不均等になることがわかる。流入口の総面積が同じであつても、管路延長を長くするだけで流入量分布の均等性を低下させるから注意を要する。ただし、 $U_0/U_L=0$ の場合には $\lambda L/2R$ がいくら大きくても、管路上流部で完全に流入がなくなることはない。

図-2-24で、(2-155)式から α_{mi} を求める方法によるものは、 $U_0/U_L=0$ であるにも拘わらず管路全体にわたつて(2-154)'式を適用したので、 ε の小さい部分において摩擦の影響が若干過大に現われている。このことから逆に(2-30)式の適用限界を判断することができ、図-2-24の場合、 $\lambda L/2R>2.0$ となれば(2-30)式による結果は不十分であるといえよう。

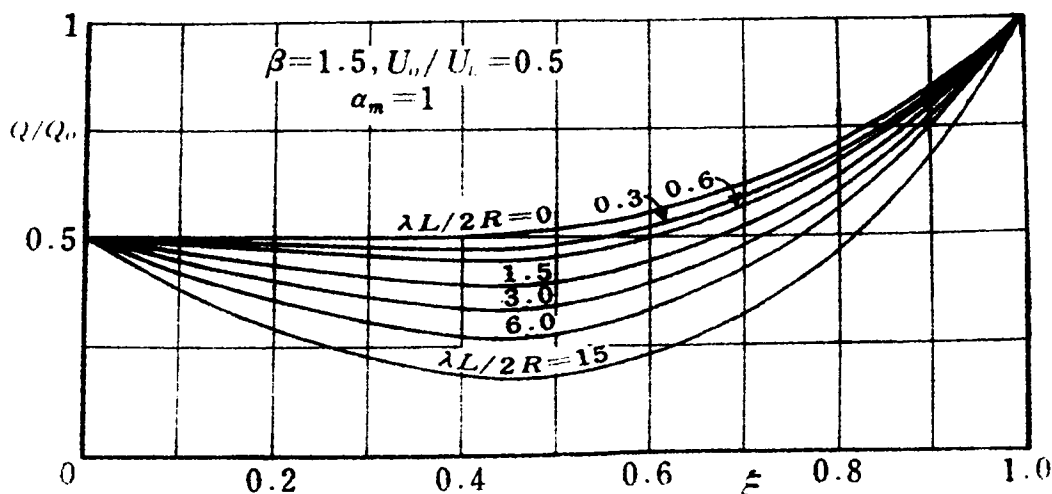


図-2-25 流入のある場合の流量分布に対する摩擦の影響

図-2-25は図-2-21および図-2-23を併用して Q/Q_L の分布に対する摩擦の影響を求めたもので、流出する場合の比損失水頭と同様に、各分割管路の $(U_0/U_L)_j$ を用いてその接続点のみの $[Q/Q_L]$ を求めてゆけば十分である。なお(2-152)式の計算を行なう場合上流側の流出区間では、図-2-21で求められる $(U_L/U_0)_j$ の逆数をもって $(U_0/U_L)_j$ とするから、 $(U_0/U_L)_j > 1$ となる。図-2-25からわかるように摩擦がなければほぼ $z=0 \sim 0.4$ の間で $Q/Q_L = U_0/U_L$ となり流入も流出も起らないが、摩擦の影響によつて流出を惹起し、一たん $Q/Q_L < U_0/U_L$ となる。摩擦抵抗が大きくなれば、流出区間が少しずつ長くなるとともに流出量も多くなり、その結果管路下流部の流入量がますます多くなる。

以上、横から流入のある管路において摩擦抵抗のある場合の流入特性について述べたが、 $U_0/U_L \neq 0$ の場合、摩擦の影響が大きくなれば管路の上流部において流出を生ずことは、これまで明らかにされていなかった事実であり、実際問題の水利設計に際し注意すべき点である。このように横から流入のある一様管路においては全般的に $r_i = 1$ とすることは不可能なので、流出のある場合について述べたように $r_0 \approx 1$ と仮定して導いた解析的方法とかあるいは β_{max}/β_{min} による概略法をとることはできない。しかし、(2-142)式に基礎をおいた比損失水頭法を適用した結果明らかになったように、横から流入のある場合には、ほとんどの場合(2-142)式は管路全長にわたつて成立するものとみてよく、(2-154)'および(2-155)式によつてただちに全長を対象

にできる点、流出の場合よりむしろ計算法は簡易化されるといえよう。いずれにしても流出、流入の場合に対して共通した考え方をを用いることができる比損失水頭法は、簡易かつ目的に応じて精度を任意に選ぶことができ、しかも本章において一貫した仮定としている $P'/\rho g + z' = \text{const.}$ すなわち流出入口外水頭が一定という条件が成立しない場合でも、分割区間接統点における比損失水頭 K_0 あるいは K_L の連続条件を修正しさえすれば同様に利用可能であるので、きわめて有用な水理計算法としてここに提案した次第である。

3.5 実 験

これまで述べてきた横から流出入のある一様管路の流れに対する考察とそれに伴う流出入特性について理論的に得られた結果を検討し、また理論に不十分な点があればそれを是正する目的で実験を行なった。

3.3 および 3.4 で述べた理論的研究はいずれも、管路に設けられた流出入口は比較的小さく、しかもそれがかなり密に配置されておるものと考え、厳密な意味では、比較的狭いスリットをもった管路に対してのみ成立する基礎方程式 (2-36), (2-37) あるいは (2-43), (2-44) 式をいわゆる多孔管に対して拡張適用してきたわけである。その結果一様管路における流出入特性を支配する基礎的な要素が、 $\alpha_m, \beta, U_L/U_0$ あるいは U_0/U_L , および $\lambda L/2R$ の4つの無次元数であることが明らかとなった。このうち管路固有のものは β および $\lambda L/2R$, 流れに固有なものが α_m および上下流端流量比である。これらのうちでも最も重要なものは (2-54) 式で定義した流出入口の有効開口比 β である。従つて、もし大きな流出入口をやや粗に配置したとき、かりに β の値は不変であつても基礎方程式の適用に際し何らかの考慮を払うべきではないかと考えた。しかも β は c, a, S, L, A の5つの量から成っており、

$$\beta = c \cdot \frac{a}{A} \cdot \frac{L}{S} = c \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot \frac{L}{S} = c \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{d}{S} \cdot \frac{L}{D} = c \cdot \frac{d^2}{SD} \cdot \frac{S}{D} \cdot \frac{L}{S}$$

などとかくことができ、種々の無次元比によつて構成されていることがわかる。ここに D, d はともに管路断面、流出入口を円としたときの直径である。

本実験の計画にあつては、この点を当初の着眼点として、ほぼ同じ β の値に対して $S/D, a/A = (d/D)^2, d/S, d^2/SD$ などの値を種々に変えた場合について行なうことにした。しかしこれらの値の組みあわせは無限にあるので、本管直径 D を一定の

表-2-3 液出入管路実験条件一覧表 (数値はいずれも公称を示す)

D = 50 mm

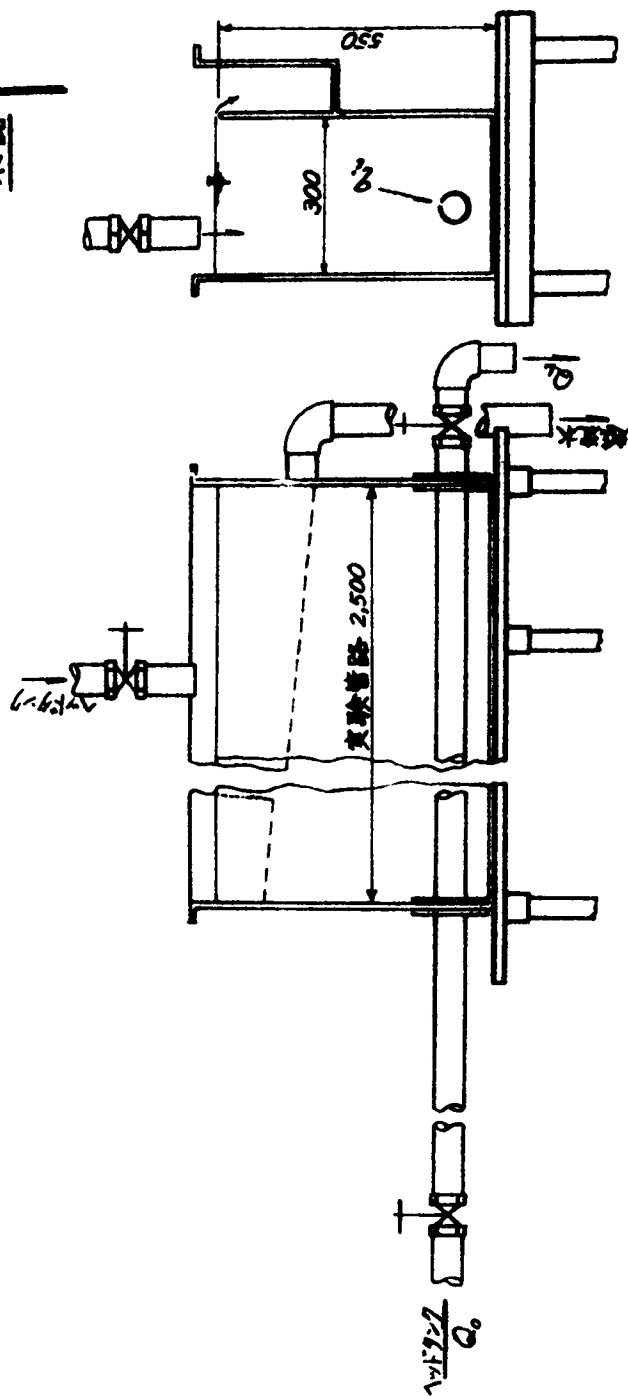
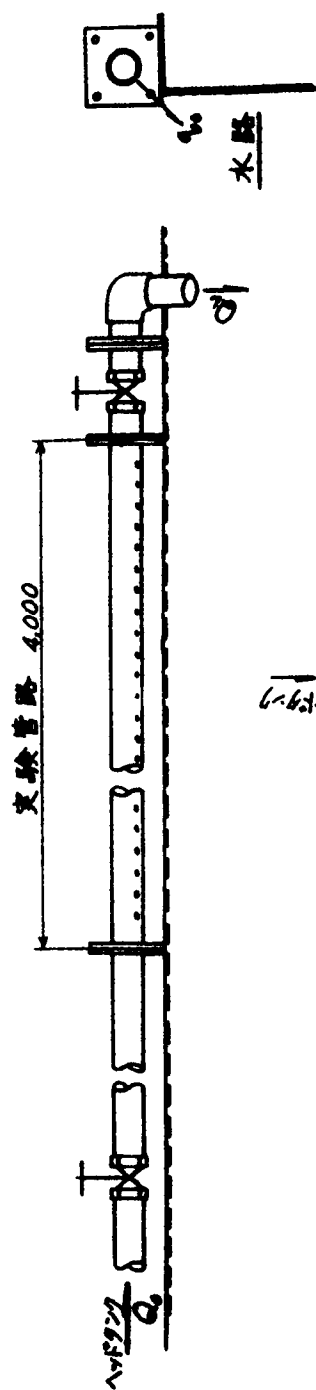
No.	d (mm)	$\frac{a}{A}$	液 出 管 路								液 入 管 路							
			S (mm)	S/D	d/S	a/S πD (%)	L (cm)	L/D	総孔数	β/c	S (mm)	S/D	d/S	a/S πD (%)	L (cm)	L/D	総孔数	β/c
1	3.0	0.0036									3.125	0.0625	0.96	1.44	60	12	192	0.68
2	"	"									3.125	0.0625	0.96	1.44	120	24	384	1.36
3	"	"	10	0.2	0.5	0.45	200	40	200	0.72	625	0.125	0.48	0.72	120	24	192	0.68
4	"	"	10	0.2	0.5	0.45	400	80	400	1.44	625	0.125	0.48	0.72	240	48	384	1.36
5	"	"	20	0.4	0.15	0.225	400	80	200	0.72	125	0.25	0.24	0.36	240	48	192	0.68
6	42	0.0071	10	0.2	0.42	0.88	100	20	100	0.72	625	0.125	0.672	1.41	60	12	96	0.68
7	"	"	10	0.2	0.42	0.88	200	40	200	1.44	625	0.125	0.672	1.41	120	24	192	1.36
8	"	"	20	0.4	0.21	0.44	200	40	100	0.72	125	0.25	0.336	0.705	120	24	96	0.68
9	"	"	20	0.4	0.21	0.44	400	80	200	1.44	125	0.25	0.336	0.705	240	48	192	1.36
10	"	"	40	0.8	0.105	0.22	400	80	100	0.72	25	0.5	0.168	0.353	240	48	96	0.68
11	60	0.0144									625	0.125	0.96	2.88	30	6	48	0.68
12	"	"									625	0.125	0.96	2.88	60	12	96	1.36
13	"	"	20	0.4	0.5	0.90	100	20	50	0.72	125	0.25	0.48	1.44	60	12	48	0.68
14	"	"	20	0.4	0.5	0.90	200	40	100	1.44	125	0.25	0.48	1.44	120	24	96	1.36
15	"	"	40	0.8	0.15	0.45	200	40	50	0.72	25	0.5	0.24	0.72	120	24	48	0.68
16	"	"	40	0.8	0.15	0.45	400	80	100	1.44	25	0.5	0.24	0.72	240	48	96	1.36
17	"	"	80	1.6	0.075	0.225	400	80	50	0.72	50	1.0	0.12	0.36	240	48	48	0.68
18	85	0.0289	20	0.4	0.425	1.80	50	10	25	0.72	125	0.25	0.68	2.89	30	6	24	0.68
19	"	"	20	0.4	0.425	1.80	100	20	50	1.44	125	0.25	0.68	2.89	60	12	48	1.36
20	"	"	40	0.8	0.213	0.90	100	20	25	0.72	125	0.25	0.68	2.89	120	24	96	2.72
21	"	"	40	0.8	0.213	0.90	200	40	50	1.44	125	0.25	0.68	2.89	240	48	192	5.48
22	"	"	80	1.6	0.106	0.45	200	40	25	0.72	25	0.5	0.34	1.44	240	48	96	2.72
23	"	"	80	1.6	0.106	0.45	400	80	50	1.44	50	1.0	0.17	0.72	240	48	48	1.36
24	"	"	160	3.2	0.053	0.225	400	80	25	0.72	100	2.0	0.085	0.36	240	48	24	0.68
25	"	"									200	4.0	0.043	0.18	240	48	12	0.34
26	120	0.0576	20	0.4	0.6	3.6	25	5	13	0.72	125	0.25	0.96	5.76	15	3	12	0.68
27	"	"	20	0.4	0.6	3.6	50	10	25	1.44	125	0.25	0.96	5.76	30	6	24	1.36
28	"	"	40	0.8	0.3	1.8	50	10	13	0.72	25	0.5	0.48	2.88	30	6	12	0.68
29	"	"	40	0.8	0.3	1.8	100	20	25	1.44	25	0.5	0.48	2.88	60	12	24	1.36
30	"	"	80	1.6	0.15	0.9	100	20	13	0.72	50	1.0	0.24	1.44	60	12	12	0.68
31	"	"	80	1.6	0.15	0.9	200	40	25	1.44	50	1.0	0.24	1.44	120	24	24	1.36
32	"	"	160	3.2	0.075	0.45	200	40	13	0.72	100	2.0	0.12	0.72	120	24	12	0.68
33	"	"	160	3.2	0.075	0.45	400	80	25	1.44	100	2.0	0.12	0.72	240	48	24	1.36
34	"	"	320	6.4	0.0375	0.225	400	80	13	0.72	200	4.0	0.06	0.36	240	48	12	0.68

50 mm とし、 d 、 S だけを種々に変化させたが、総開口比 β/c とし、は2通りを選び、それらの値から逆に管路長 L を決定した。表-2-3は行なつた実験の上述のような条件の組みあわせを示すものである。実験管路としては内径50 mm ϕ の透明および不透明塩化ビニール管を用い、流出入口の穿孔は、すべて若者をはじめ実験従事者によつて行なつた。穿孔の都合上、各孔径ごとにまず最初に最大管長、最大孔口間隔の管路を製作し、以下交互に、孔間隔の半減と管長の半減を行なつていつたので、実際条件は表-2-3の値よりも若干異なっている。

図-2-26および図-2-27はそれぞれ流出管路および流入管路の実験設備の略図である。いずれの場合にも理論計算において仮定をした $P'/\rho g + z' = \text{const.}$ なる条件を満たすべく、流出管路は水平に設置して、流出口は斜45°下向き一列として一定の高さに設け、流出水は空气中に放出させ、また流入管路は水面を一定に保ち得る水槽内に沈設し、流入口は管のほぼ頂上に設けた。

流出管路の実験に際しては、流出入特性を最も端的にあらわす流出量の分布を直接測定できるが、穿孔の誤差をある程度消去するため大体管長16 cm分の孔口からの流出量をまとめて測定した。さらに管路にそつた管内水頭を管長に応じて最大25断面、最小8断面うち適当な場所では上下左右の4点について、多管型鉛直あるいは傾斜マンノメーターによつて測定した。表-2-3に示した一種類の管路条件ごとに上下流端流量比 U_L/U_0 を0を含めて最低3つの値について実験を行ない、 $U_L/U_0=0$ のほか、大体0.2~0.3、0.4~0.6を目標とした。このため管路の上流および下流側の制水弁によつて流量を調節し、孔口流出総流量と実測下流端流量によつて上下流端流量比を決定した。なお流量測定は正確を期するためすべて流量ますとストップウォッチによつた。また動粘性係数 ν を知るため水温も測定した。この流出管路においては圧力測定用タップの管壁への挿入方法がかなり不良であり、圧力測定に信頼をおけなかつた。流入管路ではこの点に改良を加えたので、図-2-27の設備を用い、流出管路の圧力測定を表-2-3のすべての場合について再度実験をくり返した。

次に流入管路に対しては、孔口が水中に没しているため流入量分布を測定することは一般にきわめて困難で、間接的には管内流量を各点で実測することもできるが、表-2-3の場合についてすべて実施するには非常に長時日を要すると思われたので、今回の実験においては割愛し、その代り管内水頭の測定点を増し、水槽内水位のほかほとんどの場合25断面、うち5断面については上下左右の4ヶ所について流出の場合と同様な方法で測定



した。また流出の場合と同じく、各場合について $U_0/U_L = 0, \cong 0.25, \cong 0.50$ またはより大きな値を目標とし、横からの流入停止時（下流端制水弁閉止）水槽供給総流量、流入開始後の下流端流量および水槽越流量を測定して、総流入流量、上流端流量を決定した。

実験結果の整理方法としては、まず流出管路については、流出量分布を直接測定してあるので、次式によつて計算される流出量分布比を、流出量がまとめて測定された孔口に関する中央位置の r_0 の値とした。

$$r_0 = \frac{q_0 S}{(Q_0 - Q_L) S / L} = \frac{\left\{ \frac{\text{測定流出流量}}{\text{総流出流量}} \right\} / \left\{ \frac{\text{孔数}}{\text{総孔数}} \right\}}{\quad}.$$

そして、実験結果を計算値と比較するにあたり簡単のためこの r_0 のみによることにした。次に流入の場合には管内水頭分布しか測定していないので、(2-49)式によつて各測定点について Y を算出し、別に下流端流量 Q_L から U_L を求め、 $Y/(\alpha_m U_L^2 / 2g)$ の分布を計算値と比較することにした。ここで、 α_m の値としては便宜的に通常の等流に対し用いられる 1.03 をとつた。

なお実験条件と同じ場合について理論計算を行なう場合、摩擦抵抗係数 λ の値が必要となるので、あらかじめ流出入口を有しない 50 mm ϕ 塩化ビニール管を用いて予備実験を行なつて図-2-28 を用意した。

以上のごとき多孔管に重点をおいた実験以外に、これまで述べてきた理論の適用限界とか、あるいはさらに Manifold System に対する理論計算法の普遍的な修正法を得

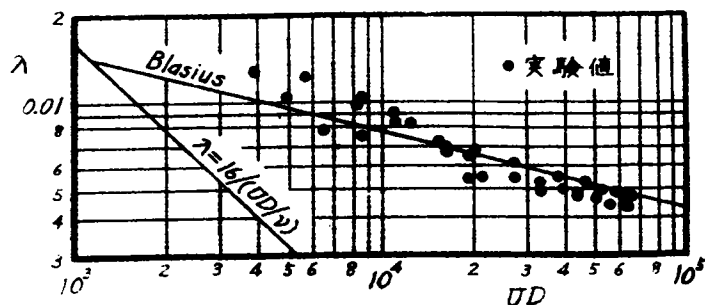


図-2-28 実験管路の摩擦抵抗係数

る基礎を得たいものと考えて、表-2-3に示した条件をさらに極端に変化せしめるとともに、実験管路を逐次Manifold化することを試みた。そのため全長250 cmで $D=50$ mmの本管に対し、 $d=25$ および50 mm、 $S=80\sim500$ mmで分岐管の長さが10および15 cmであるような管路を製作し、 β の値を $d=25$ mmについては5通り、 $d=50$ mmについては3通りにつきそれぞれ同様な実験を行なったのであるが、分岐管取付け部のかなりの不整のため満足すべき成果が得られなかった。

3.6 実験結果と理論計算法の修正

3.6.1 管路断面内圧力分布

管路にそつた圧力あるいは水頭分布を整理するにあたり、多くの断面では横断面内の一点における値（以下 Y_l と称するもの）だけしか測定していないので、まずこの値が断面内の代表値となつているかどうかを検討した。流出の場合、流入の場合とも、図-2-27の定水位水槽中で行なつた圧力測定は1回の実験で5断面について、上下左右の4ヶ所に測定孔を設けたので、これに対する測定値から Y の値を算出し、上、下、左、右に対してそれぞれ Y_u, Y_d, Y_l, Y_r とした。この場合流出入口はほとんど管の頂上にある。これから $Y_u/Y_l, Y_r/Y_l, Y_d/Y_l$ を算出しプロットしたのが図-2-29および図-2-30である。これらの図の横軸は測定度数に比例した長さで表わしてあり、理論的には各 Y/Y_l の値はある一定値に集まるものと考えられるが、実際にはなお若干測定孔の不整があるようで、たとえば $|Y|$ の大きさ、すなわち管路ぞいの測定断面位置とは全く無関係な分布を示した。しかしながらそれら分布の平均値相互間には明らかに一定の傾向を示しているものといえ、図-2-29の流出の場合は $Y_d > Y_r > Y_u$ であり、図-2-30の流入の場合には $Y_d < Y_r < Y_u$ となつている。しかし流入の場合 $Y < 0$ であるから結局管内圧力は下の方ほど高いわけで、しかもその変化の度合が流出より流入、小孔径より大孔径の方が大きいことは、上部に流出入口のある場合の流出流入に伴つて生ずる鉛直方向流れの現象から当然諒承される。それに伴つて流出より流入、下部より上部の方が測定値のばらつきも多いようである。これらの結果から Y_l, Y_u, Y_r, Y_d の平均値 \bar{Y} と Y_l の比の平均的な値を求めると、すべての場合を通じて $\bar{Y}/Y_l = 0.996 \sim 1.021$ となつたので、以後すべて $Y=Y_l$ とすることにした。

3.6.2 孔径および孔間隔の影響

実験計画当初予期したことは、 β を構成する流出入口に関する種々の幾何学的比率によ

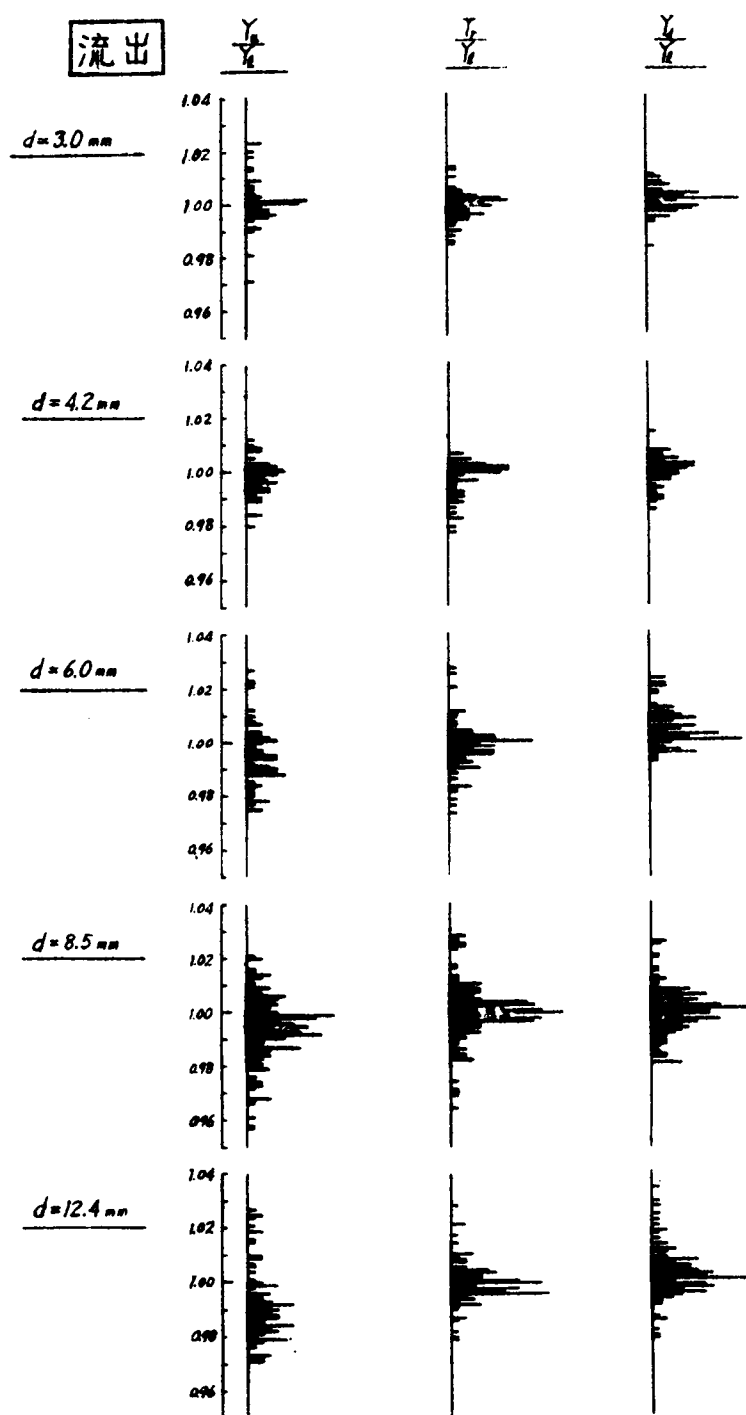


图-2-29 流出管路横断面内压力分布

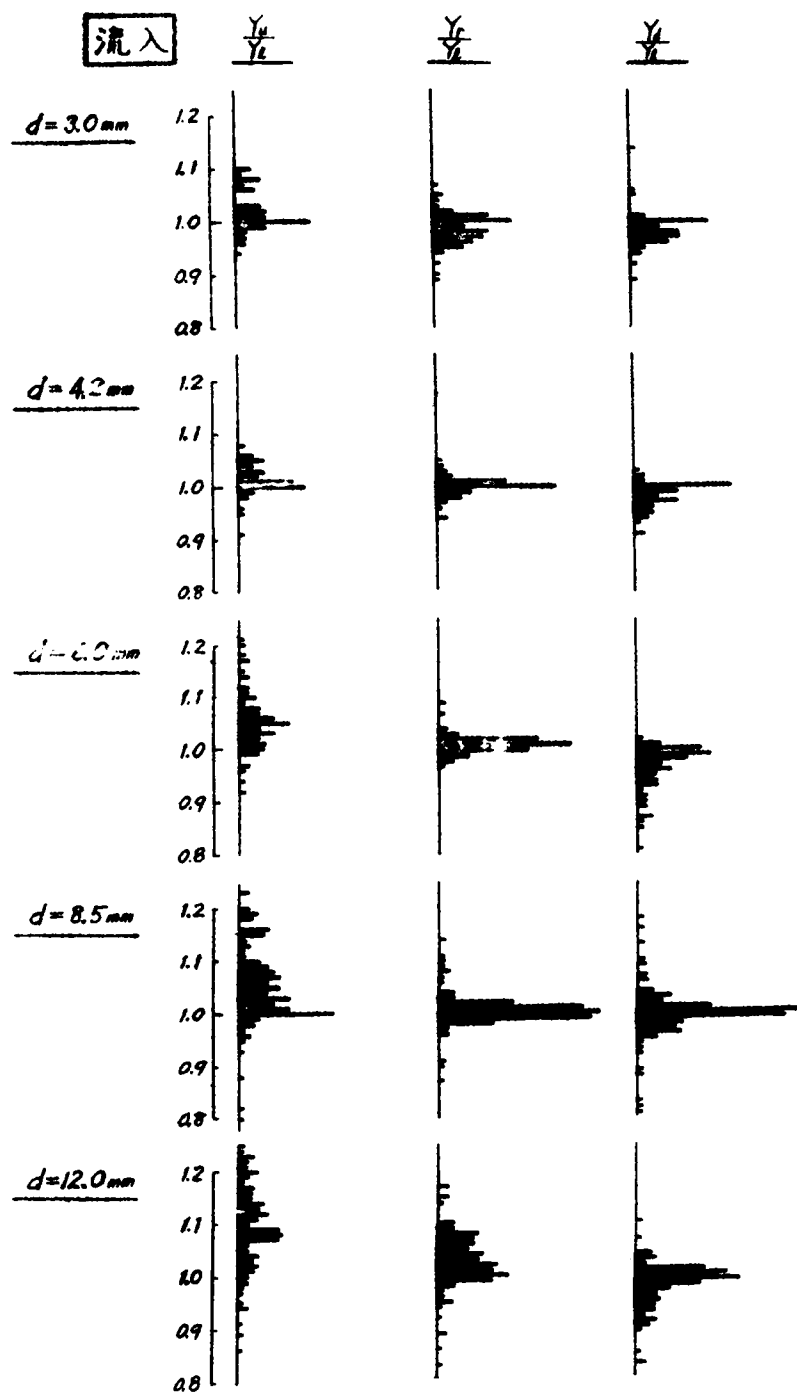


图-2-30 流入管路横断面内压力分布

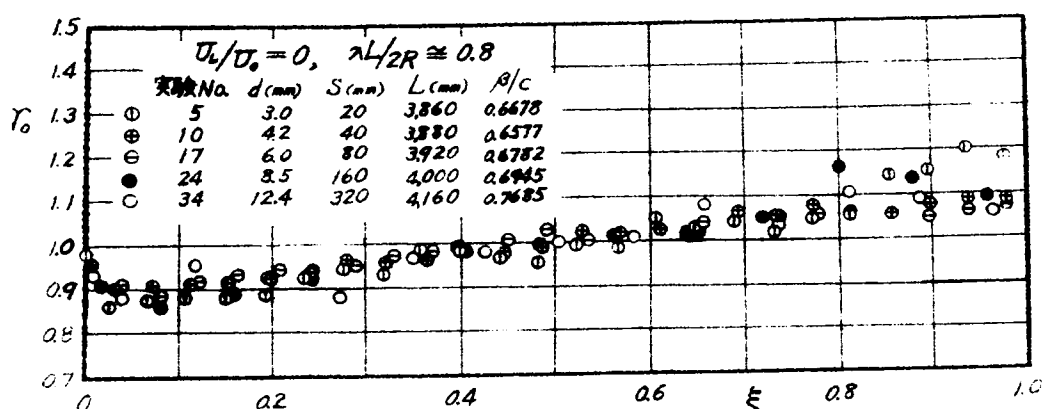


図-2-31 孔間隔の変化による流出量分布の比較

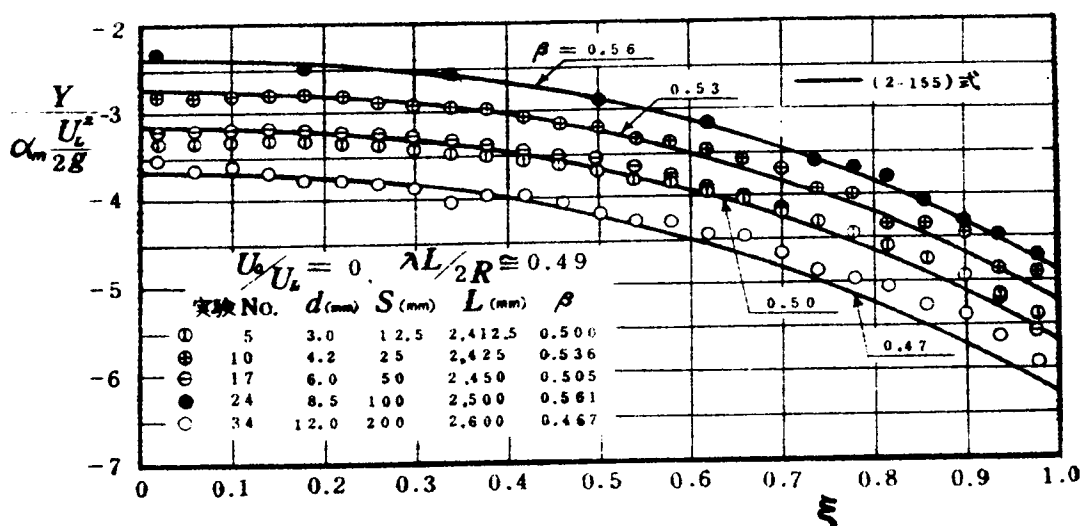


図-2-32 孔間隔の変化による流入管路圧力分布の比較

つて流出入特性が左右されるものと考えた。Manifold 型管路に対する実験結果が不十分であつたため確言はできないが、表-2-3の条件の範囲内ではこのような影響はほとんどみられないことが明らかとなつた。たとえば図-2-31に示したように、 d 、 S のみを変えて他はほぼ同じ条件のもとで得られた流出管路の r_0 分布の1例、あるいは同様に図-2-32に示した流入管路の $Y/(\alpha_m U_s^2 / 2g)$ 分布の例がこの事実をよくあらわしている。

Manifold Systemについて従前から行なわれてきた実験も、いま著者が企図しているような基礎的な考え方のもとには行なわれていないので、資料も不十分であり、この問題に関してはさらに詳細な研究、実験を必要とするけれども、ここでは次のような考察を行なうにとどめておこう。

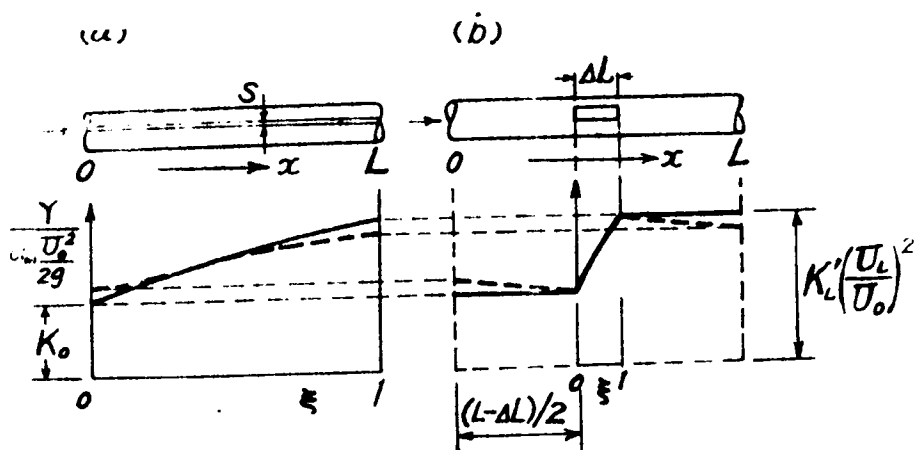


図-2-33

いま図-2-33のように、 D 、 L および U_L/U_0 の相等しい2つの管路(a)、(b)を考え、管路(a)には全長にわたって幅 s のスリットを設けてあるが、(b)にはその中心に面積 $a = c_s s L / c_p$ で長さが ΔL なる矩形の孔が1個だけあるものとする。 c_s 、 c_p はそれぞれスリット、孔の流量係数である。 管路(a)の全長 L に対する有効開口比 $\beta = c_s s L / A$ と管路(b)の β が等しいから、もし(a)、(b)に摩擦がなく、かつ(a)は $x=0 \sim L$ 、(b)は $x=(L-\Delta L)/2 \sim (L+\Delta L)/2$ を $\xi=0 \sim 1$ にとると、流出のある場合の(a)、(b)両管路の $Y/(\alpha_m U_0^2 / 2g)$ の分布は(2-56)式から計算することができ、図-2-33の実線のごとく全く相等しいものとなる。 従つて図からわかるように、管路長 L の中央に注目する限り、このような管路が何本連続しても結果には变りなく、管路全体についての r_0 分布も(a)、(b)両管路は等価であるといえる。 すなわち摩擦がない管路では孔径、孔間隔がどのように変化しても、これまで述べてきた理論を適用して差支えないことになる。

次にこれらの管路(a)、(b)に抵抗係数 λ が一樣であるような摩擦があるものとする。 管路(b)の孔の長さ ΔL はごく短小であるとしてこの部分の摩擦を無視すれば、 U_L/U_0 の値を前同様であるとして $x=(L-\Delta L)/2 \sim (L+\Delta L)/2$ における $Y/(\alpha_m U_0^2 / 2g)$ の

値は摩擦のない場合と同じとなる。すなわち $x=(L \mp \Delta L)/2$ における値のみをかくと、(2-58)あるいは(2-129)式を参考にして、一般に

$$\frac{Y_{x=(L-\Delta L)/2}}{\alpha_m U_0^2/2g} = \frac{2\{\cos(\sqrt{2\alpha_m}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m}\beta)},$$

$$\frac{Y_{x=(L+\Delta L)/2}}{\alpha_m U_0^2/2g} = \frac{2\{\cos(\sqrt{2\alpha_m}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m}\beta)} + 2\left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\}$$

となる。従つて $x=0$ の K_0 および $x=L$ における $Y_L/(\alpha_m U_0^2/2g)$ は図-2-33の管路(b)に対する破線のようになり、孔の前後における等流速 U_0 および U_L さらに $(L-\Delta L)/2 \cong L/2$ を考慮して、

$$\frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2/2g} = K_0 = \frac{2\{\cos(\sqrt{2\alpha_m}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m}\beta)} + \frac{\lambda L}{2\alpha_m R}, \dots\dots$$

..... (2-156)

$$\frac{Y_L}{\alpha_m U_0^2/2g} = \frac{2\{\cos(\sqrt{2\alpha_m}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m}\beta)} + 2\left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\} - \frac{\lambda L}{2\alpha_m R} \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2,$$

..... (2-157)

また $x=L$ における K'_L は (2-157) 式から

$$K'_L = \frac{Y_L}{\alpha_m U_L^2/2g} = \frac{1}{(U_L/U_0)^2} \left[\frac{2\{\cos(\sqrt{2\alpha_m}\beta) - U_L/U_0\}^2}{\sin^2(\sqrt{2\alpha_m}\beta)} + 2\left\{1 - \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2\right\} - \frac{\lambda L}{2\alpha_m R} \left(\frac{U_L}{U_0}\right)^2 \right], \dots\dots (2-158)$$

従つて管路(b)のごとく流出入孔が断続する場合には、多くの場合孔が丸いことや後述する流量係数の変化などを考慮外におけば、摩擦のある流出管路に対する比損失水頭法に用いる図-2-21を作製する場合(2-125)および(2-129)式を用いないで、

(2-156)および(2-158)式によつて K_0 , K'_L を求めるべきである。その場合は β は管路の同一断面にある孔のみについての値を用いるべきで、それが1個の場合は $\beta = c_p a/A$ となる。従つて D および d が変化すると図-2-21を作製する必要

があるうへ、管路は常に孔間隔 S に等しく細分しなければならないのではなはだ面倒である。

しかし (2-156) および (2-157) から $(Y_L - Y_0)/(\alpha_m U_0^2/2g)$ を求めてみると、

$$\frac{Y_L - Y_0}{\alpha_m U_0^2/2g} = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 \right\} - \frac{\lambda L}{2\alpha_m R} \left\{ 1 + \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 \right\} \dots (2-159)$$

となり、一方断続した小孔を管路(a)のごとく理想化して誘導した比損失水頭法の近似式 (2-125) および (2-129) 式からは、

$$\frac{Y_L - Y_0}{\alpha_m U_0^2/2g} = K_L' \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 - K_0 = 2 \frac{\alpha_{m0}}{\alpha_m} \left\{ 1 - \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 \right\}$$

となり、(2-124) 式を代入して

$$\frac{Y_L - Y_0}{\alpha_m U_0^2/2g} = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{U_L}{U_0} \right)^2 \right\} - \frac{\lambda L}{4\alpha_m R} \left(1 + \frac{U_L}{U_0} \right)^2 \dots (2-160)$$

が得られる。(2-160) 式を (2-159) 式と比較すると、 $x=0 \sim L$ 間の圧力変化比の誤差 $\Delta \left\{ (Y_L - Y_0)/(\alpha_m U_0^2/2g) \right\}$ は

$$\Delta \left(\frac{Y_L - Y_0}{\alpha_m U_0^2/2g} \right) = - \frac{\lambda L}{4\alpha_m R} \left(1 - \frac{U_L}{U_0} \right)^2 \dots (2-161)$$

であり、比損失水頭法による場合この誤差は常に累積するけれども管路がある程度小さく分割されると、 $[U_L/U_0] = 0$ の場合の下流端附近を除けば分割管路の U_L/U_0 はかなり 1 に近く、 $(1 - U_L/U_0)^2$ は加速度的に 0 に近づくから、(2-161) 式の誤差はほとんど問題になくてもよいといえる。すなわち管路(b)についても管路(a)に対する近似式を使用してもよく、また換言すれば管路(b)のスリットを管路(b)の 1 個の孔に集約しても、その孔の中心に注目する限り流出入特性は不変とみて差し支えないことである。ただ λ がきわめて大きい場合のほか、 S が極端に大きく流出入口が数個しかないような場合には流出入口の数以上に管路を分割することは無意味となり、必然的に管路(b)を数個だけ接続した形となるので (2-161) 式において $(1 - U_L/U_0)^2 \cong 0$ とみなし難くな

り、ここに上述の理論式の適用限界を生じてくるはずである。

流出のある場合の比損失水頭法の計算例表-2-2において、1つの ε に対して求められた r_0 は、上流側区間で $\varepsilon_j=1$ として得られたものが常に下流側区間で $\varepsilon_j=0$ として得られたものより大きいことは、(2-161)式右辺の負符号が本近似計算法が Y_L-Y_0 を代数的に少し大きく見積っていることを端的にあらわしている。しかし表-2-2の例で他より長くとられた下流端の U_L/U_0 の区間でさえ、問題にする程度の誤差は生じてないといつてよい。この場合、もし $D=50\text{ mm}$ 、 $\lambda=0.005$ とすれば $\Delta L=35\text{ m}$ となり、最下流区間10mに対して $d\cong 29\text{ mm}$ ($c\cong 0.6$ として)の孔が1個しかないと考えてもよいわけであり、(2-161)式の誤差-1がすべてこの区間の K_0 に集積したとしてもその割合は僅々 $1/24.336\cong 4\%$ であり、従つて r_0 に対しては2%程度に過ぎないことになる。

このような考察は流入管路に対しても全く同様に結論することができるが、 S がもつと小さくても1個の孔の β が大きければ K_0 が0に近づくから、常に上の例のようになるのではなく、いわゆるManifold Systemで $d=D$ となるようなときには、慎重に取り扱われなければならない。

以上の結果にもとづいて、現在上水道配水管網計算に際してとられている方法が是正されるべきことは明らかである。すなわち配水幹線網において、1つの分岐点でその両側管路にそつた小幹線あるいは支線への供給量を集約流出せしめる点はいとしても、かなり長大な区間が対象となつており、また計算は上述のように分岐点を中心とした両側管路を一体として注目すべきであるのに、管網に主体をおいてこれが切り離されていることである。これの是正に関する具体的な研究を本論文に包含することはできなかつたけれども、比損失水頭法の管網計算法への応用は目下研究中である。

3.6.3 流出入孔の流量係数変化による修正

一樣管路においては、流出入口の大きさ、配置のほか、その流量係数 c も一定と考えている。実験結果の整理にあたつても、このような意味でまず c を一定と考え、管路にそつた平均流出量あるいは平均流入量と、それぞれ $\sqrt{2gY}$ あるいは $\sqrt{-2gY}$ の平均値から流出あるいは流入孔の管路にそつた平均的な流量係数を算出し、表-2-3の β/c に乘じて β を求めた。 β が求まれば、 α_m および $\lambda L/2R$ は既知であるから実験条件の U_L/U_0 あるいは U_0/U_L に応じて $Y/(\alpha_m U_0^2/2g)$ 、 r_0 などの分布を計算することができる。流入管路の場合、 c の平均値 \bar{c} は流入口径の増大とともに減少の傾向があつた

が、圧力分布の実測値は図-2-32 および図-2-34に2, 3の例を示したように計算結果とよく一致した。これらの計算曲線はいずれも図-2-23を用いず、(2-155)式によつて全管長に対する α_{mi} を求める直接法によつている。図-2-34は計算によつて $\epsilon_{ci}=0.0199$ となつた例である。さらに U_0/U_L を増してゆくと図-2-35のように管路上流部で $Y>0$ となつて流出を起す事実も確認できた。

しかしながら流出管路においては、 r_0 分布に対する実験値と計算値が多くの場合よく

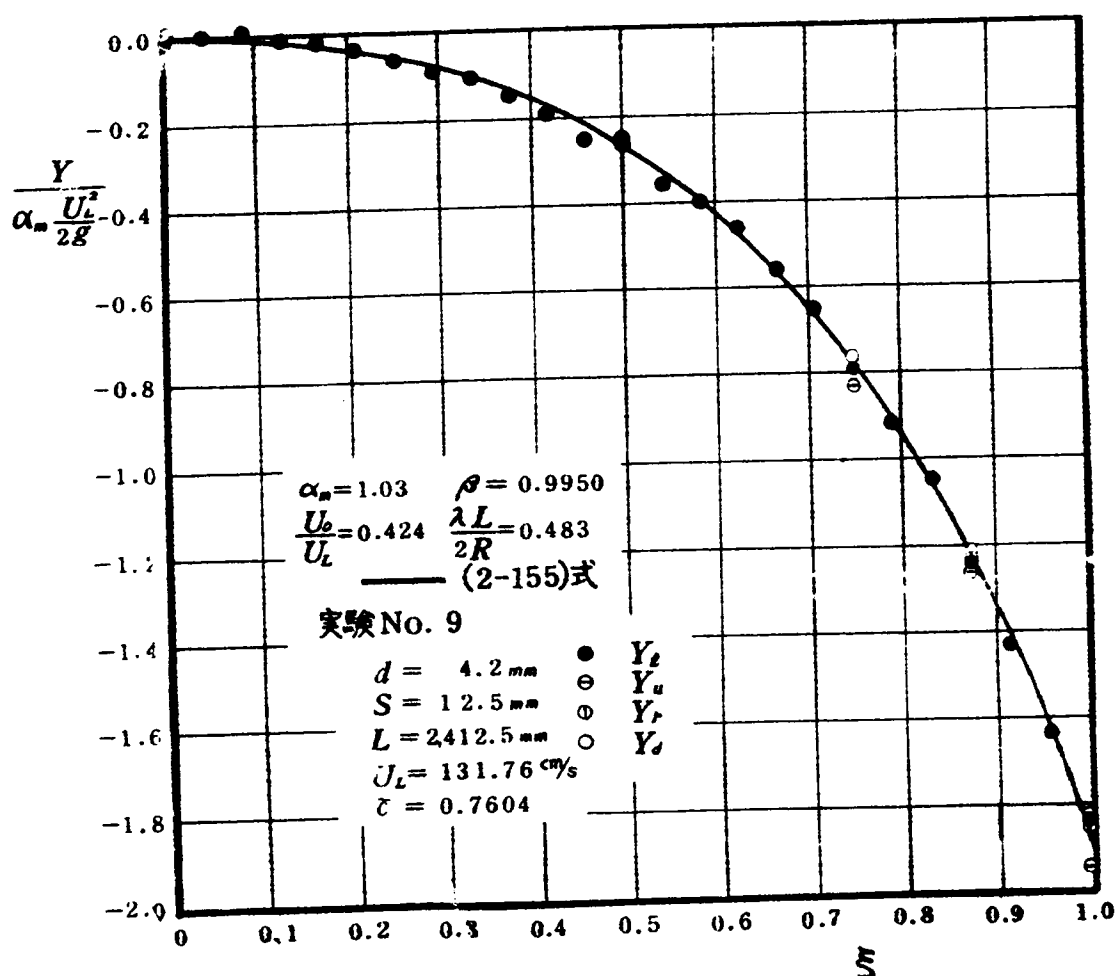


図-2-34 流入管路圧力分布計算値の実験値との比較

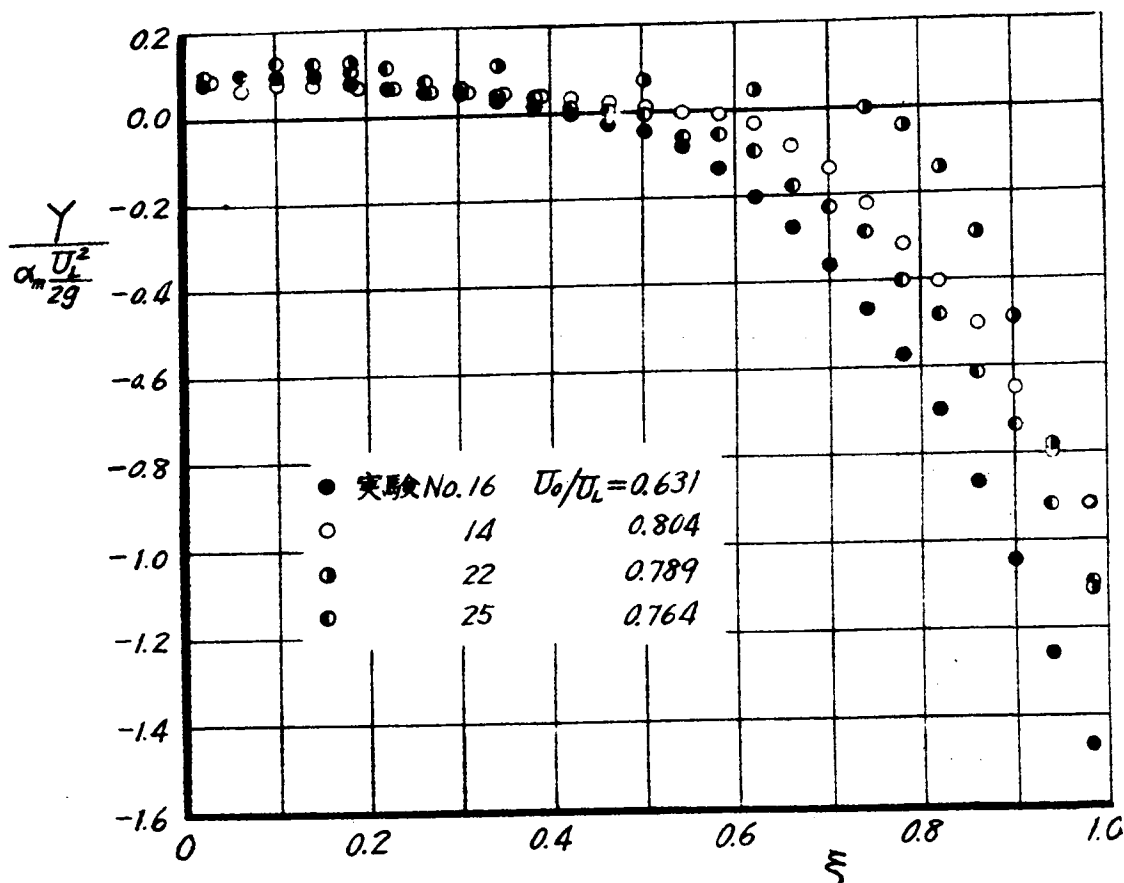


図-2-35 流入管路上流部に流出を伴った実験例

一致せず、常に管終端近くにおける実測 r_0 が計算値を上廻るという傾向を示した。そこでこの原因が流量係数の変化にあるものと考え、流出実験のすべてについて、数個ずつの流出孔群の平均流出量とそれら中央の Y の測定値から (2-51) 式を用いて c の値を算出検討した。その結果 c の値は図-2-36 に示すように管内流速と流出流速との比 δ_0 と密接な関係にあることが明らかとなった。 δ_0 は次式で示される。

$$\delta_0 = U_3 / U_1 \quad \dots \dots \dots (2-162)$$

ここに U_1 および U_3 は第2章2.3において用いたようにそれぞれ流出孔に接近する管内平均流速および流出水の流出孔全断面に対する平均流速である。図-2-36において

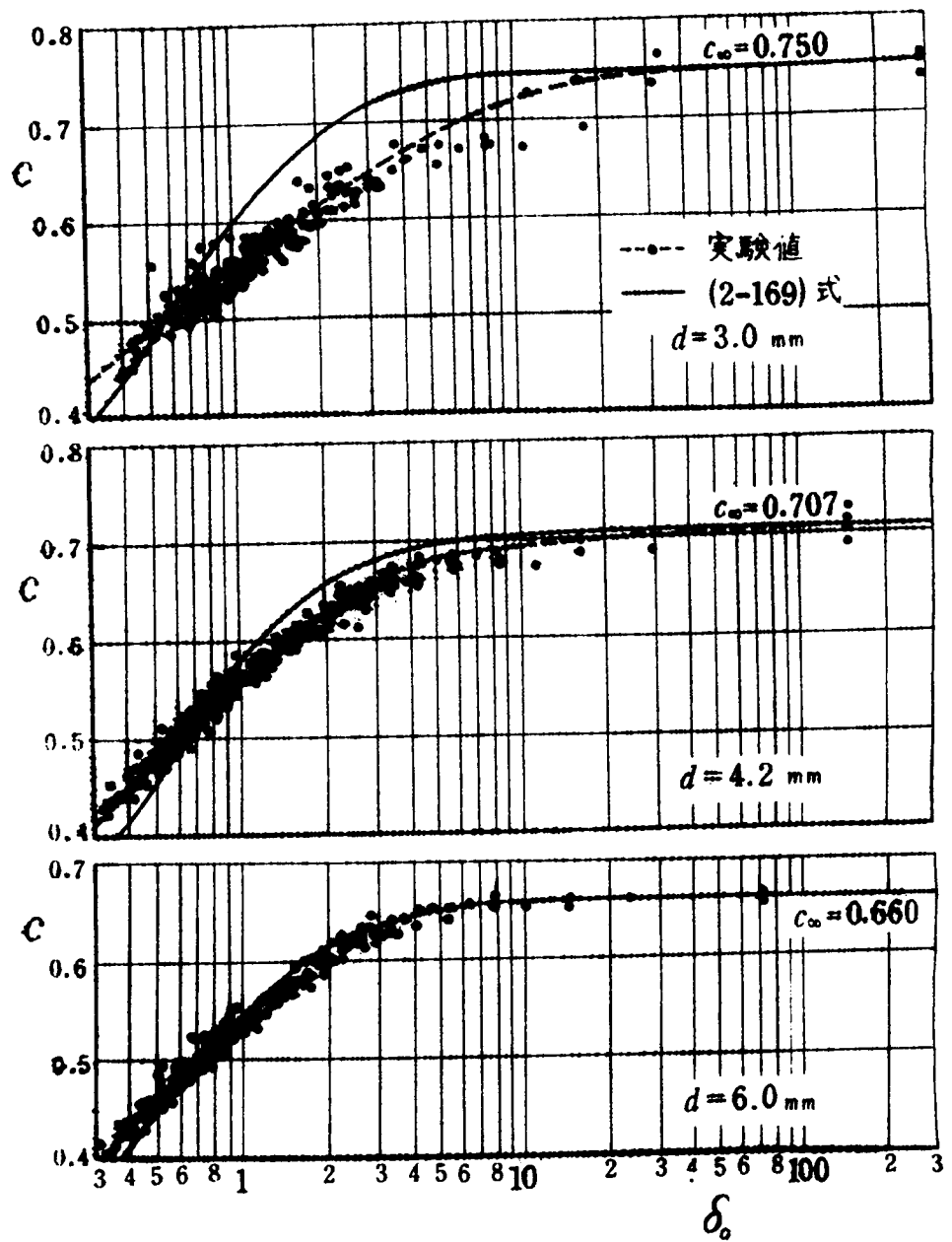
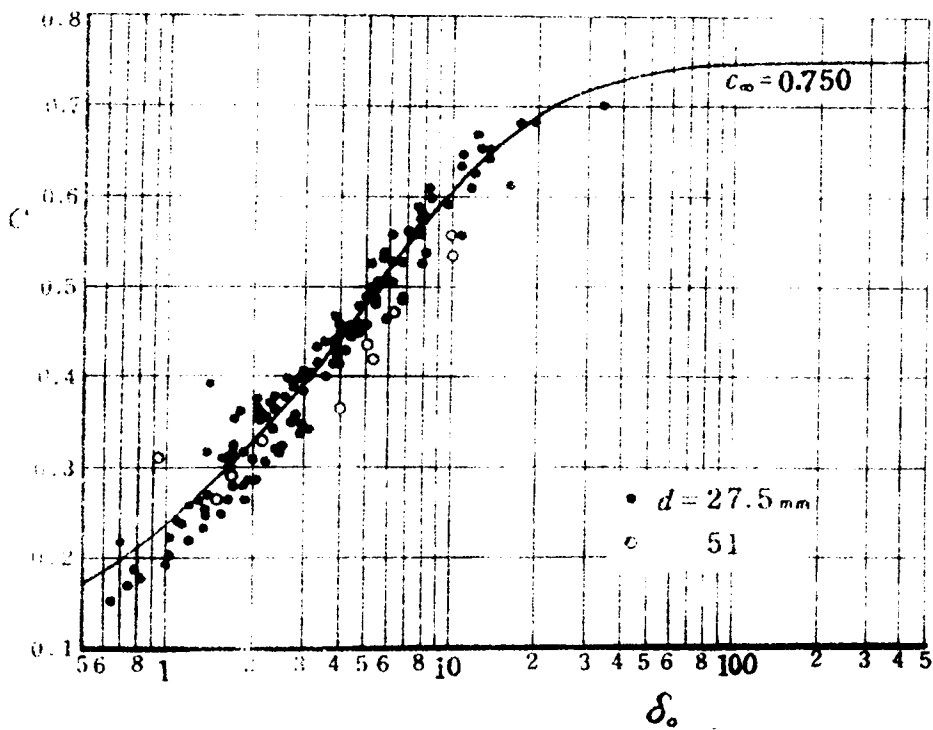
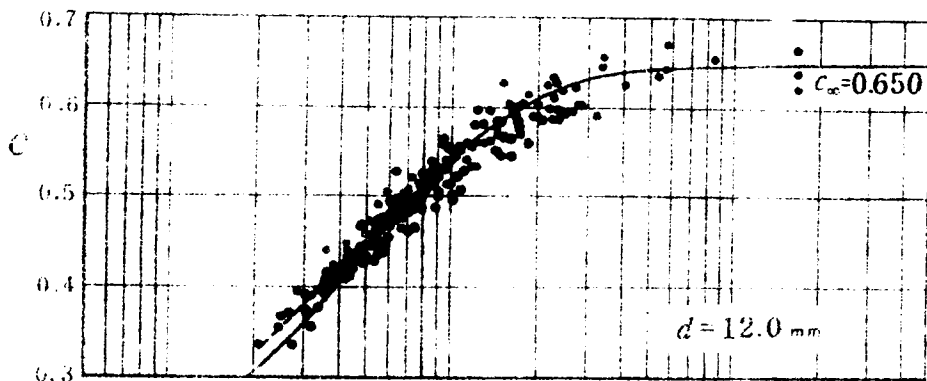
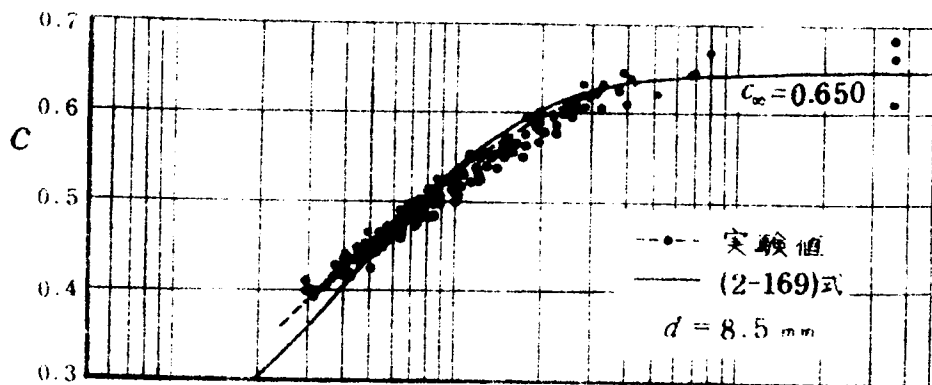


図-2-36 (b) 流出孔における流量係数の変化

同じ δ_0 の値に対する c の実測値がある幅に散らばっているが、これらは本実験の範囲内では孔間隔 S あるいは流出量の絶対値とは無関係で、ほとんど穿孔の誤差および流量、圧力の測定誤差によるものと思われる。



このように δ_0 がある値以下になると流出孔の流量係数が急激に減少することは孔に接近する流速が増大するに伴って、流出水の流出方向が管軸と直角方向から下流側に偏ることにあると考えられ、事実実験中においても流出管路の上流側では流出水が斜め前方に向っていることが観察された。

そこで流入管路についてもこのような現象の有無を確認しておく必要を生じたが、流入実験では管路が水中にあつて q_i の分布が測定されていないので、あらためて図-2-27の装置において1~数個の流入孔を密に配列し、流量係数 c と δ_i との関係を求めたものが図-2-37である。

$$\delta_i = U_3 / U_2 \quad \dots\dots\dots (2-163)$$

であり、この場合 U_3 は1つの流入孔断面に対する平均流入速度、 U_2 は流入孔下流側の本管内平均流速である。図-2-37からわかることは、流入孔の流量係数は各孔径 d ごとにほとんど一定であり、 δ_i の減少とともにむしろ増加する傾向にある。このような現象は、管断面方向の圧力分布について図-2-29および図-2-30を比較して論じた結果からも明らかなように、流入水は常に管壁に対してほとんど直角に流入孔を通過しており、 U_2 が大きく従つて δ_i の小さい部分で若干吸引作用をうけていることを示すもの

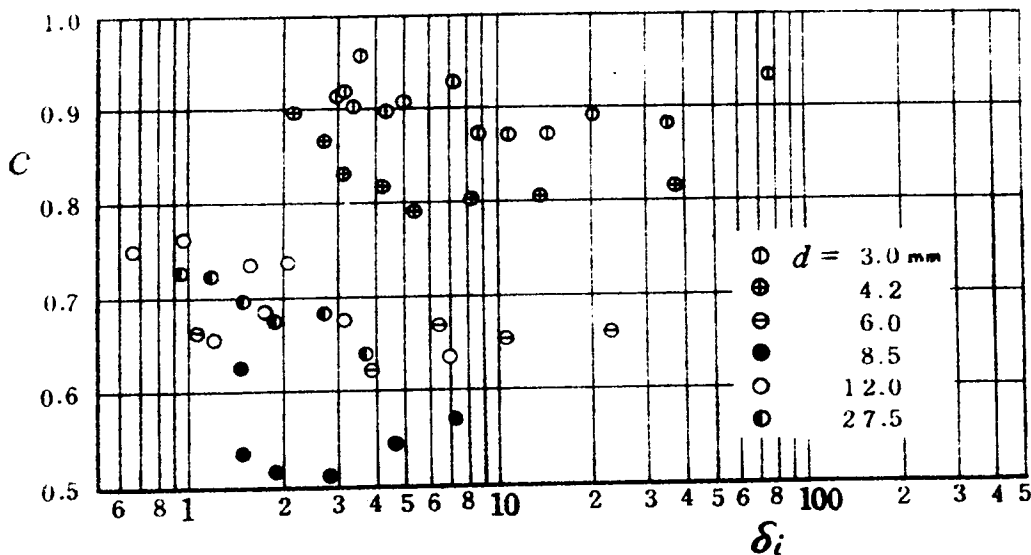


図-2-37 流入孔における流量係数の実験値

と考えられる。ある分割管路に対する δ_i の平均的な値は、

$$\begin{aligned}\delta_i &= \frac{q_i S}{a} \cdot \frac{2}{U_0 + U_L} = \frac{(Q_L - Q_0) S}{La} \cdot \frac{2}{U_0 + U_L} \\ &= \frac{2(1 - U_0/U_L)}{(1 + U_0/U_L) \beta/c} \dots\dots\dots (2-163)'\end{aligned}$$

と近似できる。 β/c はその分割管路に対する aL/SA であり、 c を含まない実開口比を意味する。(2-163)' 式は U_0/U_L の増加にともなつて δ_i が減少することを示すから、 U_0/U_L の分割値が大きくなる下流側で若干 c が増加する可能性がある。しかし比損失水頭法に対する図-2-23の説明に際しても述べたように、流入管路では U_0/U_L の分割値が管路にそつてあまり変化しないので δ_i の変化も少ないものと考えられ、管路全体について求めた $\bar{\delta}_0$ によつて実験結果を処理すれば、図-2-34のように十分であることが理解できよう。

流出管路は結果的に β の変化する非一様管となるけれども、図-2-36のごとく c と δ_0 との関係が得られていることを前提とすれば、図-2-21による比損失水頭法は次に示すように容易に修正することができる。すなわち(2-163)' 式と同様にして(2-162) 式はある分割管路の平均的な δ_0 を与える式として

$$\delta_0 = \frac{2(1 - U_L/U_0)}{(1 + U_L/U_0) \beta/c} \dots\dots\dots (2-162)'$$

とかきかえられる。まず図-2-21は有効開口比 β ではなく分割管路の実開口比 $\beta/c = aL/SA$ に対して用意されるものとし、 U_L/U_0 の値を種々に変え(2-125)、(2-132)あるいは(2-129)、(2-133) 式によつて K_0 あるいは K_L' を計算するとき、(2-162)' 式から δ_0 を算出して図-2-36から c を求めつつ、 $\beta = c \times \beta/c = c \cdot aL/SA$ として β の変化を U_L/U_0 の函数としてあらかじめ図-2-21の中へ含ませておくことにする。このようにして得られた1例を図-2-38に示した。 K_0 、 K_L' 線自身の示す傾向は図-2-21とはほぼ同様である。なお図-2-38は図-2-36における $d = 4.2 \sim 12 \text{ mm}$ の $c \sim \delta_0$ 関係を総合したものを用いている。全長に対して $[\beta]$ 、 $[U_L/U_0]$ の与えられた管路を適当に分割し、(2-131) 式によつて各区間の $(U_L/U_0)_j$ を決定する場合図-2-38を用いれば管路にそつて

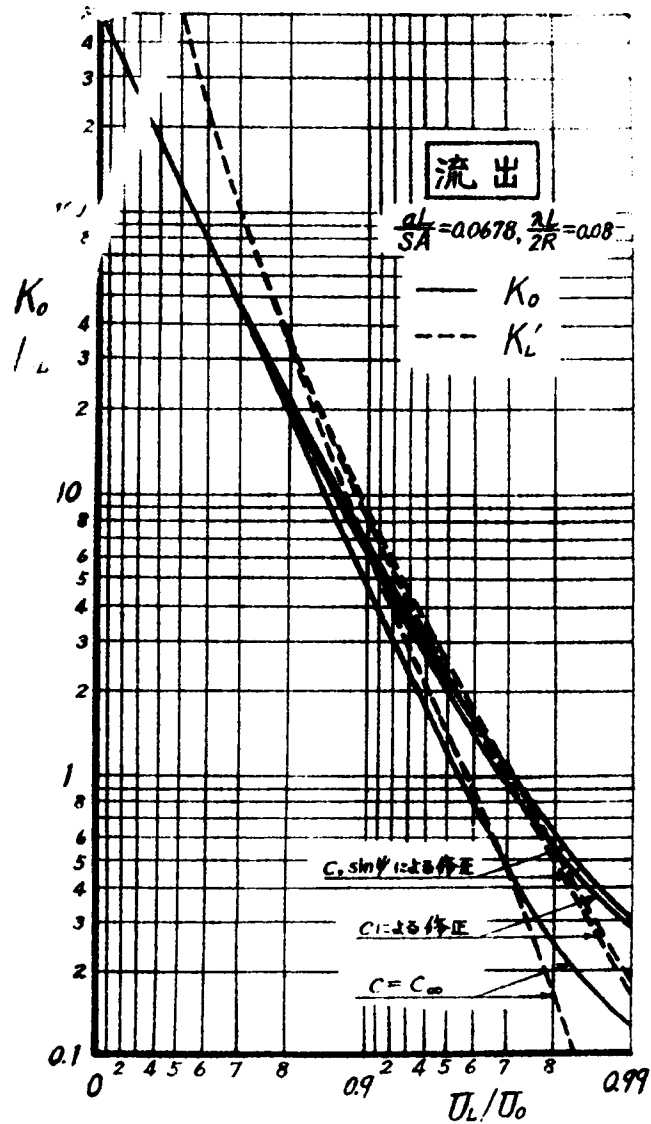


図-2-38 流出管路比損失水頭の修正

c の変化することは全然顧慮する必要はない。その後の計算も全く同様であるがただ (2-130) 式中の $(Y/(\alpha_m U_0^2/2g))_j$, $(r_0)_j$, $(Q/Q_0)_j$ などを求めるとき、 $(U_L/U_0)_j \rightarrow (\delta_0)_j \rightarrow (c)_j \rightarrow (\beta)_j$ の操作を挿入しさえすればよい。

以上のように流出孔においては管内流速 U_1 の影響をうけて穿孔の方向と傾斜して流出がおこっており、その結果流出孔の有効面積を減少させることが c の減少の最大因であるものと考えられる。

図-2-39のごとく、流出孔に
接近する管内平均流速を U_1 とし、
流出水の方角に直接影響を与えるも
のを rU_1 とする。 δ_0 を構成する
流速 U_3 は

$$U_3 = q_0 S / a \cdots (2-164)$$

であると考えているのであるが、実
際はこの U_3 は実現されず、仮に管
軸と直角に流出しても実際流出流速

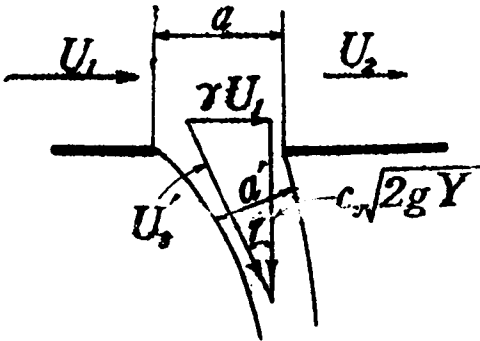


図-2-39 流出孔における流出水の偏向

は U_3/c となる。この流出水が管軸と直角方向から ψ だけ下流側へ傾いているものと
考え、そのときの実流速を U_3' 、その実断面積を a' とすると、縮流係数を c_a として

$$a' = c_a a \cos \psi. \cdots \cdots (2-165)$$

理論計算に用いている流出量方程式は(2-51)、(2-164)式から

$$q_0 S = U_3 a = c a \sqrt{2gY}$$

であるが、実際状態においては

$$q_0 S = U_3' a' = c_a c_v a \cos \psi \sqrt{2g \{ Y + (r r' U_1)^2 / 2g \}} \cdots \cdots (2-166)$$

となつてゐるはずである。ここに c_v は縮流以外の粘性による損失などに対応する係数
で、 r' は定数ないしはある函数とし rU_1 なる流速が流出水頭として作用する割合を示す
(2-165)、(2-166)式から

$$c_v^2 \left(\frac{2gY}{U_3'^2} + \frac{r^2 r'^2 U_1^2}{U_3'^2} \right) = 1$$

が得られ、 $U_3' a' = U_3 a$ から $U_3' = U_3 a / a'$ であり、(2-165)式から $U_3' = U_3 / c_a \cos \psi$ となるから、これを上式に代入すると、

$$c_v^2 \left\{ \frac{2gY c_a^2 \cos^2 \psi}{U_s^2} + r^2 r'^2 c_a^2 \cos^2 \psi \left(\frac{U_1}{U_s} \right)^2 \right\} = 1 \dots$$

結局 $2gY/U_s^2 = 1/c^2$ であるから上式は

$$\left\{ \frac{1}{c^2} + r^2 r'^2 \left(\frac{1}{\delta_0} \right)^2 \right\} c_a^2 c_v^2 \cos^2 \psi = 1 \dots (2-167)$$

いま接近流速が流速水頭に及ぼす影響が小さいものとして $r'=0$ とすれば (2-167) 式から

$$c = c_a c_v \cos \psi \dots (2-167)'$$

となる。従つて ψ のみを求めれば c を決定できることになる。そこで図-2-39 のように管が薄内であると考え、管軸方向の rU_1 と管軸に直角方向の流速成分 $c_v \sqrt{2gY}$ が合成されて U_s' があらわれるものとする。 $c_v \sqrt{2gY} = c_v U_s / c$ であるから図-2-39から

$$\begin{aligned} \cos^2 \psi &= \frac{(c_v U_s / c)^2}{(rU_1)^2 + (c_v U_s / c)^2} \\ &= \frac{c_v^2 \delta_0^2}{c^2 r^2 + c_v^2 \delta_0^2} \dots (2-168) \end{aligned}$$

を得る。すなわち $\delta_0 \rightarrow \infty$ で $\psi = 0$, $\delta_0 \rightarrow 0$ で $\psi = 90^\circ$ となる。(2-168) 式を (2-167)' 式に代入すると

$$c^2 = \frac{c_a^2 c_v^4 \delta_0^2}{c^2 r^2 + c_v^2 \delta_0^2}$$

となり、 $(c)_{\delta_0 \rightarrow \infty} = c_a c_v$ であるから $c_a c_v = c_\infty$ とかきかえる。すなわち上式から c を解くと、

$$c^2 = \frac{c_v \delta_0}{2r^2} (\sqrt{c_v^2 \delta_0^2 + 4r^2 c_\infty^2} - c_v \delta_0) \dots (2-169)$$

が得られる。図-2-36に描いた実線は、実測値から c_{00} を外挿し、 $\gamma=1.0, c_0=0.8$ として(2-169)式によつて求めた δ_0 と c の関係である。実際の管壁は薄肉ではなく厚さが約5mmあつたので、流出水角度が傾斜するとさらに α' を決める効果があり、 $d \leq 4.2\text{mm}$ に対する測定値は $\delta_0=1 \sim 10$ の範囲で(2-169)式の値をやや下廻っている。また全般を通じて δ_0 が小さくなると γ を若干小さくするか、(2-166)'式の γ' を考慮する必要があるようである。以上の結果から逆に ψ の値を求めると本実験の範囲では ψ が最大約 40° になつていたことになるが、実際には流出孔の側壁に相当する下流側の本管管壁の作用により、観測された角度は 15° 程度にとどまつた。

以上のように管路にそつて流量係数が変化するため3.3あるいは3.4において述べた流出管路の U_L/U_0 および β に関する特性は、分割管路の $\delta_0 > 10$ 程度あるいは $\delta_0 < 10$ でも各 $(U_L/U_0)_j$ に大差のない場合についてのみ成立することになる。すなわち $(\delta_0)_j$ の値が全管長についてどの範囲にあるかによつて流出特性はかなり影響をうけることが明らかで、また実開口比が同一でも有効開口比も変化するから流出管路の設計は特に慎重に行なわれる必要がある。

実際の流入・管路においては、 D 、 d 、管厚、 U の絶対値などによつても、流量係数の値およびその δ_0 、 δ_i に対する変化の様相も異なるものと思われる。従つて実験によつて、それらの特性を把握しておくことが必要であり、しかる後本項で述べたような計算法をとるべきである。ただ上下水道における集配水管路では、 q_0 あるいは q_i をなるべく一様とするため β の値を小さくする必要のあることが多く、 δ_0 、 δ_i ともかなり大きくなるので c も一定に近いものと考えられ、そのときには c の平均値のみを知れば十分であろう。

3.6.4 流出角度に伴う運動量の修正

以上のように流量係数の変化に対する計算法の補正ができたので、実験条件と同じ場合について r_0 を計算で求め実測値と比較した。その例は図-2-40のようであり、実測値と計算値がかなり一致したとみてよいが、一般に管終端側の実測 r_0 が計算値を下廻り逆に上流側では上廻つた。これは流量係数 c の変化が下流部の r_0 を大きくするという影響と逆の作用を示しており、管路全般について別の抵抗項が附加されたものと考えてよい。流出管路の基礎方程式(2-37)において総合抵抗項 $\tau_0/\rho g R - \alpha_m U q_0/gA$ の増加は $\tau_0/\rho g R$ の増加かあるいは $\alpha_m U q_0/gA$ の減少を意味し、この場合は後者に

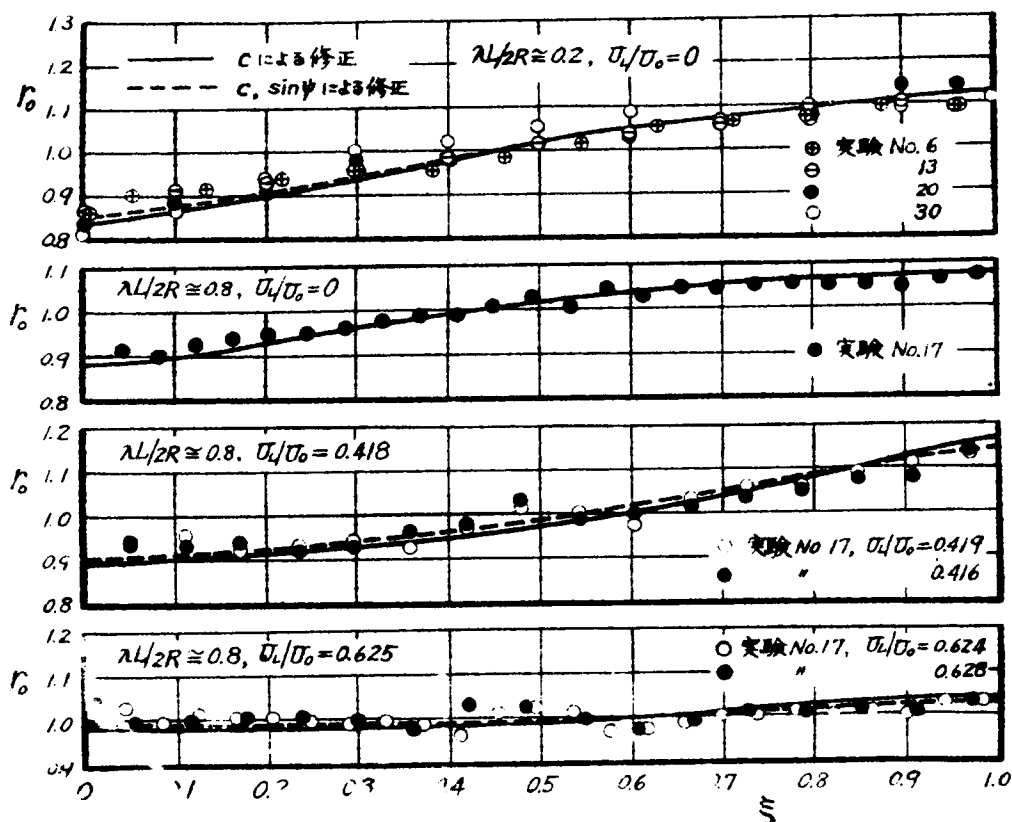


図-2-40 流出量分布計算値の実験値との比較

相当する。すなわち第2章2.1で示した(2-9)式のように単位長，単位時間あたりに流出する水が流出前 x 軸方向にもついていた運動量 $\rho r U_1 q_0$ のうち1部を流出し去つているものと考えられる。流入がほぼ直角に起る流入管路ではこのような影響がみられなかつたことから，その流出割合を $\sin \psi$ としても不合理ではない。 $U_1=U$ としてよいから流出管路の基礎方程式(2-37)は

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha_m \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\tau_0}{\rho g R} - \frac{\alpha_m U q_0}{g A} \left(1 - \frac{r}{\alpha_m} \sin \psi \right) = 0 \cdots (2-170)$$

となる。前項における考察に従つて $r/\alpha_m \cong 1$ と近似し， $\tau_0/\rho g R = 0$ の場合， Y を用

いさらに (2-36) 式を考慮することによつて (2-170) 式は次のようになる。

$$\frac{d}{dx} \left\{ \left(\alpha_m - \frac{1}{2} \sin \psi \right) \frac{U^2}{g} + Y \right\} = 0 \dots\dots\dots (2-171)$$

(2-168) 式から $\sin \psi$ は

$$\sin \psi = \frac{c}{\sqrt{c^2 + c_0^2 \delta_0^2}} \dots\dots\dots (2-168)'$$

と近似的に与えられるから、摩擦のない場合に対しても比損失水頭による管路分割法を用いる必要があり、結局一般には $\alpha L/SA = \beta/c$, U_L/U_0 , $\lambda L/2R$ と K_0 および K_L' の関係を求めるに際し、(2-124) 式の α_{m0} の代りに

$$\begin{aligned} \alpha_{m0}\psi &= \alpha_m - \frac{1}{2} \sin \psi - \frac{\lambda L}{8R} \frac{1+U_L/U_0}{1-U_L/U_0} \\ &= \alpha_m - \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{c^2 + c_0^2 \delta_0^2}} - \frac{\lambda L}{8R} \frac{1+U_L/U_0}{1-U_L/U_0} \dots\dots\dots (2-172) \end{aligned}$$

を用いる。 δ_0 は (2-162)' 式によつて U_L/U_0 および β/c から求められ、それから図-2-36あるいは (2-169) 式によつて c を求めれば $\alpha_{m0}\psi$ が定まる。同時に c に対する補正も行なつて、一樣 β の代りに変化 β を用いるとよい。

図-2-38には、このようにしてさらに修正した K_0 , $K_L' \sim U_L/U_0$ の関係も併せ示しておいたが、流量係数 c による補正に比較すると、その修正量は比較的少ないことがわかる。しかしその結果得られた計算による r_0 分布は、図-2-40に示したように、実験結果の示した r_0 分布の傾向によりよく近づいていることが明らかである。図-2-21あるいは図-2-38の描き方に伴う読みとりの精度に若干の問題が残されているが、上述の計算法および修正法の妥当性を裏付けることができた。

なお最後に、以上に行なつた考察をもとにして、Soucker および Zelnick あるいは McNown らが示した Q_3/Q_1 , Q_3/Q_2 と管内圧力変化との関係についても根拠ある解釈を下すことができる。

(2-171) 式は流入の場合に対しても全く同様に成立し、 Y が負になるだけである。そこで摩擦を無視した流出入孔の前後の区間に (2-171) 式を適用すると、流出入孔

上流側を基準にとつた水頭変化量を ΔY として

$$\frac{\Delta Y}{\alpha_m U_1^2 / 2g} = 2 \left(1 - \frac{1}{2\alpha_m} \sin \psi \right) \left\{ 1 - \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \right\} \dots \dots (2-173)$$

を得る。いま考えている区間を1つの分割管路と考えれば、 $U_2/U_1 = U_L/U_0$ であるから (2-173) 式は (2-159) あるいは (2-160) 式と全く同じ性質のものであることがわかる。流出の場合には $U_2/U_1 = 1 - U_3 a/U_1 A = 1 - Q_3/Q_1$ であるから (2-173) 式は (2-26) 式の表示に従つて

$$\frac{\Delta Y_0}{\alpha_m U_1^2 / 2g} = \left(1 - \frac{1}{2\alpha_m} \sin \psi \right) \left\{ 4 \frac{Q_3}{Q_1} - 2 \left(\frac{Q_3}{Q_1} \right)^2 \right\} \dots \dots (2-174)$$

となり、(2-26) 式は $k_0 = 1$ としたときに (2-174) 式の $\psi = 0$ としたものに原理的に一致する。(2-26) 式で $k_0 < 1$ というのは (2-174) 式では $\sin \psi > 0$ ということに相当するが、その場合式型は若干異なる。 ψ は $U_3/U_1 = \delta_0$ の函数であり、また

$$\delta_0 = \frac{U_3}{U_1} = \frac{Q_3}{Q_1} \cdot \frac{1}{a/A}$$

であるから、 ψ は Q_3/Q_1 および a/A すなわち流出孔1個の実開口比の函数でもある。一方流入の場合についても (2-27) 式に対応して

$$\frac{\Delta Y_i}{\alpha_m U_2^2 / 2g} = \left(1 - \frac{1}{2\alpha_m} \sin \psi \right) \left\{ 4 \frac{Q_3}{Q_2} - 2 \left(\frac{Q_3}{Q_2} \right)^2 \right\} \dots \dots (2-175)$$

が得られ、この場合 $\sin \psi \cong 0$ と考えれば、Soucker および Zelnick が (2-27) 式の k_i が 1 に近いことが多いことを実験的に見出したことと一致する。従つて McNown の $k_0 = 0.5(Q_3/Q_1)$ 、 $k_i = 0.5(Q_3/Q_2)$ となる場合が基準であるとする考え方は誤りであり、いずれの場合も $k_0 = k_i = 1$ を基準に考えねばならない。Manifold System のように a/A が 1 に近いときに対しては、たとえば (2-168)' 式中の c あるいは c_0 の δ_0 あるいは Q_3/Q_1 に関する挙動が未だ不十分なので、今後この種の問題の研究は上述のような方向から検討されるべきであろう。

3.7 総 括

本章においては、従来からもあまり成果の得られていなかった管壁から流出入を伴う定常管路の流れにおける基本的特性を総合的に考察したものであつて、主として運動量理論による一次元解析法によつて流出入特性を無次元化して表示しつつ、それに対する計算方法およびその結果を述べたものである。本章における記述の順序に従つてその要点を総括すれば次の通りである。

まず 3.1 においては概説として、横から流出入のある管路に關する従来の水理設計が流出入特性を完全に把握することなく、旧態依然たる方法で行なわれていることを指摘し、これらに対して水理学的に妥當な理論的根拠を与えつつ流出入量分布特性を設計に反映すべきであることを述べるとともに、このような流出入管路の解析をいわゆる多孔管にその基礎をおいて展開しようとする著者の立場を明らかにした。

3.2 においては流出入管路の基礎方程式の一次元解析法に対する一般形の誘導を行ない、運動量の關係からは(2-33)式が、またエネルギー法則からは(2-35)式が得られた。第2章において述べた開水路の場合と同様に、一般に用いられている流出入のない場合の運動方程式に対して流出入量 q を含んだ項が附加さ^⑥れ、岩垣博士の方法と同様にして、附加項の物理的意義が、流出入水の運動量またはエネルギーの授受に關連して説明された。またいま1つの考え方として、通常管路についてしばしば用いられ

Bernoulli の定理が成立しないこと、あるいはそれを用いる際には附加項を考慮して流入、流出に応じて総合抵抗を増減する必要のあることを力説した。次いで本章において主として取り扱かう一樣管路の定常流について、基礎方程式を扱い易い形に変形し、流出、流入の場合ともに共通した(2-38)式すなわち運動量方程式の原形、あるいはそれを積分してえた(2-41)、(2-47)式から出発することにした。また流出入管路においては、流量、圧力の他に流出入量自身が未知数となるので、連続方程式、運動方程式の他第3の方程式として流出入量方程式(2-42)'あるいは(2-48)'式の標準形を与えた。

3.3 においては、流出入管路の最も基本的な特性を明らかにするため、まず摩擦のない管路を取り扱つた。管外水頭が一定であるという仮定のもとに、圧力分布比 $Y/(\alpha_m U_0^2/2g)$ あるいは $Y/(\alpha_m U_L^2/2g)$ 、流出入量分布比 r_0 あるいは r_i 、管内流量比 Q/Q_0 あるいは Q/Q_L をあらわす無次元表示式が厳密に誘導され、流出の場合には三

角函数、流入の場合には双曲線函数をふくむ比較的簡単な式形であらわされることがわかった。これらの諸特性を支配する無次元要素として上下流端流量比 U_L/U_0 あるいは U_0/U_L 、有効開口面積比 β 、および比損失水頭 K_0 あるいは K_L が導入され、これらのうち2つを与えれば他の要素と流出入特性が求められる。このうち特に流出管路の K_0 および流入管路の K_L はきわめて重要なものであり、 K_0 および K_L のみによつて管路の水頭計算を行なうことが可能である。一般に β 、 U_L/U_0 あるいは U_0/U_L が大きく、 K_0 、あるいは $|K_L|$ の小さいほど、それぞれ流出、入量分布が不均等となり、管路下流側にゆくに従つて流出入量が多くなることが示された。特に、流出の場合には $\sqrt{2\alpha_m} \beta > \cos^{-1}(U_L/U_0)$ のときに管路の上流部からは流出がなくなり、また流入の場合にも $\sqrt{2\alpha_m} \beta > \cosh^{-1}\{1/(U_0/U_L)\}$ のときに同じく上流部からは流入がなくなることは従来明らかにされなかつた事実であり、流出入口の設計にあたり注意すべき点である。しかし摩擦のない一樣管路において流入と流出が同時に起ることはないことが証明された。

3. 4においては摩擦抵抗を考慮する場合について2, 3の近似解法を示し、それらの結果を比較しつつ流出入特性に及ぼす摩擦の影響について論じた。流出管路に対する β_{max}/β_{min} 法のように実用計算において簡便な方法も案出したが、ここで特に合理的かつ重要な方法として提案するのは、管路を適当に分割し、それぞれの各区間について α_m を U_L/U_0 あるいは U_0/U_L と $\lambda L/2R$ によつて α_{m0} あるいは α_{mi} に補正し比損失水頭を媒介にして水頭計算、流出入特性の計算を行なつてゆく方法は、摩擦のない場合に対する厳密式を直接応用して図-2-21あるいは図-2-23を用意することによつてきわめて便利となるのみでなく、精度を自由に選ぶこともできるし、流出入機構の特性を定性的に説明するにも有用である。また以下の附加的考察に際してもしばしばこの方法を用いる。結局一樣でない流出入のある管路に対しても拡張できる考え方である。流入管路についてこの方法を適用した結果、管路を分割しないでもよい場合が多いという特徴も見出された。

流出のある場合には、 $\lambda L/2R$ が大きくなれば流出量分布は管路全般を通じては一たん均等に近くなり、 $\lambda L/2R \cong 3\alpha_m \{1 - (U_L/U_0)^2\} / \{1 + U_L/U_0 + (U_L/U_0)^2\}$ のとき最も均等となる。 $\lambda L/2R$ がこの値を越えればふたたび均等度を低下し、逆に下流部ほど流出量が少なくなり、下流端条件の如何によつては流入を起すこともある。しかし摩擦のない場合のように上流部において流出量が0となるようなことは起らない。逆に流入のある場合には、 $\lambda L/2R$ が大きくなると下流部の流入量がますます多くなり、上流端からの流入流量が一たん流出することがあり得る。

以上のごとく理論的に明らかにした流出入管路の諸特性を実験的に証明し、またそれらのもととなった理論計算法の妥当性を検討しつつ、もし不十分な点があればそれを修正するための資料を得るため、表-2-3に示したような種類の実験を実施した。各実験番号について上下流端流量比を3種とり、また流出管路の実験は流出量分布を主にしたものと圧力分布を主に測定したものの2通りを行なったので、合計291回に達する。

3.5はこれらの実験設備、操作、整理法の概要について述べたものである。なお、Manifold型の多岐管についても実験を行なったが十分な成果が得られなかった。

最後に、3.6では、実験結果による r_0 分布あるいは $Y/(\alpha_m U_L^2/2g)$ の分布を理論計算値と比較しながら、順次計算方法の修正を試みたものである。

まずかなり多くの管断面について管壁の上下左右位置の水頭分布を測定したので、その模様を説明し、単列の多孔管においては流出入口から反対側の管壁に向って若干管内水頭が上昇していることを述べた。しかし流出入口から管軸を中心として 90° 偏した位置の圧力はほぼ断面内平均値を代表するものと考えてよく、 Y の値としてはこの位置のものが用いられた。

実験の計画に際しては、多孔管の孔径が漸次大きくなってゆくとともにその間隔も大きくなり、いわゆるManifold化した際、どの程度まで本計算法を適用しうるかを実験的にも確かめることを1つの主目標としたのであるが、Manifold型管路の実験が十分ではなかったので実験的結論は得られなかった。しかし小孔が連続している場合と、それらを1つの大きな流出入口孔に集約した場合の理論計算法とを、比損失水頭による管路分割法の観点から比較検討し、通常現われる多孔管では、その流出入口孔の位置に注目する限り、本章に述べた理論式を適用しても差支えないことを明らかにした。しかしさらに流出入口孔が集めた多岐管では計算法の誤差の大きさという点から理論の適用限界を生ずることを述べるにとどめた。またこの問題をさらに研究することによって配水管網計算法がさらに合理化されうることを示唆することができた。

次に、管路にそつて流出入口孔の流量係数が、分割管路の上下流端流量比の函数である δ_0 あるいは δ_1 すなわち管内流速とみかけの流出入口流速との比に応じて変化することを実験的に見出したので、特に流出孔における流量係数の変化を、比損失水頭法に包含して取り扱う方法を述べた。すなわち実開口比 aL/SA に対して図-2-21を作製するものとし、 U_L/U_0 から δ_0 を経て c を求めつつ有効開口比 β を変化させて K_0 、 K'_0 を求めておけば、他の操作は全く同様であつて、これも比損失水頭法の利点の1つである。このような流

出孔における流量係数の変化を管内流速の作用による流出方向の傾きと、それに伴う有効流出孔面積の減少によるものとして簡単な考察を行ない、実測値に比較的良好な流量係数算定式を導いた。流入孔においては流入水はほとんど管軸に直角に流入しているようであり、流量係数はあまり変化せずむしろ δ_i の減少により若干増加する。しかし分割管路の δ_i があまり変化しないところから、流入管路においては、管路全体に対する平均値 \bar{c} を一樣に用いても実測値と計算値がよく一致した。

最後に、上述のごとく流出孔における流出角度に伴って運動方程式が修正されることを示し、やはり L/U_0 と aL/SA および c などの函数として求められる $-\frac{1}{2} \sin \psi$ なる補正を比損失水頭法に用いる α_{m0} に対して行なう必要のあることを述べた。これらの修正によつてはじめて比損失水頭法による r_0 の計算値は実測値とよく適合させることができた。一般に流量係数の変化は r_0 分布を不均等化する効果を持つており、不均等化の有様は β を大きくする場合と同様下流側の流出量を増加させる。流出水による運動量修正の影響は流量係数補正の影響よりかなり小さいが、逆に r_0 を均等化するすなわち管路にそつた水頭回復を減ずる働きをもっている。またこのような考察によつて、従来考えられてきた分岐・合流管前後における圧力変化量の表示式に対しても水理学的な根拠を与えることができた。

このように本章で提案した比損失水頭法が、流量係数などが変化する管路に対しても有効に利用できることを述べたが、長大な実際流出入管路設計にあつては、特に流出の場合に対して、流量係数 c と δ_0 の関係を実際管を用いた実験によつて決定する必要がある。その際、実際の流出入孔に相当した管壁の粗度をもつ管の抵抗係数 λ をも求めておくべきである。

以上第3章において述べた流出入管路に対する系統的な研究によつて、第2章において述べた従来の研究とあわせて、上下水道の集配水現象に対する水理学的な基礎事項を把握することができた。次編以下においては、これらの結果を直接応用したり、あるいはその基礎方程式をさらに拡張し、その意義を説明しつつ、具体的な集配水現象の問題にふれようとするものである。

参 考 文 献

- 1) 岩佐義明：開水路水流に関する一次元解析法の流体力学的意義について，土木学会第16回年次学術講演会講演概要，3部，13（昭36）
- 2) Ph. Forchheimer：Hydraulik，246
- 3) 本間 仁：高等水理学，318（昭17）
- 4) G.H. Keulegan and G.W. Patterson：Effect of turbulence and Channel Slope on Translation Waves, Jour. of Research of the National Bureau of Standards, 30, (1943)
- 5) 岩垣雄一：開水路水流の理論，水工学最近の進歩，土木学会水工学論文集，6（昭28）
- 6) 岩垣雄一：開水路水流の基礎方程式について——薄層流の研究（第6報）——，土木学会誌，39，504（昭29）
- 7) 岸 力，王方一：開水路水流の基礎方程式について（特に横流入のある場合），土木学会第13回年次学術講演会講演概要，3部，75（昭33）
- 8) F.F. Escoffier：a Graphical Method for Investigating the Stability of Flow in Open Channels or in Closed Conduits Flowing Partly Full, Trans. Am. Geoph. Union, 31, 583 (1950)
- 9) 前出の論文8)，584
- 10) 岩垣雄一，末石富太郎：横から一様な流入のある開水路不定流について——雨水の流出現象に関する水理学的研究（第一報）——，土木学会誌，39，576（昭29）
- 11) H. Rouse：Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons Inc., p699, (1949)
- 12) 前出の論文10)，577
- 13) Y. Iwagaki and T. Sueishi：Approximate Method for Calculation of Unsteady Flow in Open Channels with Lateral Inflow, Proc. of the 4th Japan National Congress for App. Mech., 1954, 235 (1955)

- 14) 前出の書3), 104
- 15) 本間 仁:水理学,技術者のための流体の力学,162(昭27)
- 16) 岩佐義朗:幅の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性との関連に関する理論的研究,土木学会論文集,59号・別冊3-1(昭33)
- 17) Y.Iwasa: General Theory on Steady Behaviours of Open Channel Flows by Means of One Dimensional Procedures of Analysis, Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., 21, 348 (1959)
- 18) 岩垣雄一:薄層流の研究(第2報)—路面流水の理論—,土木学会誌,35, 12号(昭25)
- 19) 岩佐義朗,山田雄績:路面排水よりみた道路縦横断形状について,昭和34年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要,91,(昭34)
- 20) 岩佐義朗:天井川の二・三の水理学的特性について,土木学会第15回年次学術講演会講演概要,3部,43(昭35)
- 21) C.N.Miller: An Approximate Formula for Calculating the Discharging Capacity of Rapid Sand Filter Wash Water Troughs, Water Purification by Elms, Appendix B, (1917)
- 22) T.R.Camp: Lateral Spillway Channels, Trans. ASCE, 105, 606 (1940)
- 23) H.A.Thomas, Jr.: Discussion of Camp's paper of 22), 627
- 24) Wen-Hsiung Li: Open Channels with Nonuniform Discharge, Proc. ASCE, 80, Separate No.381 (1954)
- 25) H.E.Babbitt: Sewerage and Sewage Treatment, 7th Ed., John Wiley & Sons, Inc., 124 (1953)
- 26) W.C.Parmley: The Walworth Sewer, Cleveland, Ohio, Trans. ASCE, 55, 341 (1905)
- 27) L.Metcalf and H.P.Eddy: American Sewage Practice, 1, Design of Sewers, 631 (1928)

- 28) G.S.Coleman and D.Smith : The Discharging Capacity of Side Weirs, Selected Engineering Paper, Instn. of Civil Engrs., No.6 (1923)
- 29) P.Ackers : A Theoretical Consideration of Side Weirs as Storm Water Overflows, Proc. Instn. of civil Engrs., 6, 250 (1957)
- 30) J.W.Allen : The Discharge of Water over Side Weirs in Circular Pipes, Proc. Instn. of Civil Engrs., 6, 270 (1957)
- 31) V.K.Collinge : The Discharge Capacity of Side Weirs, Proc. Instn. of Civil Engrs., 6, 288 (1957)
- 32) W.Frazer : The Behaviour of Side Weirs in Prismatic Rectangular Channels, Proc. Instn. of Civil Engrs., 6, 305 (1957)
- 33) W.E.Howland : Discussion of Camp's Paper of 22), 618
- 34) M.E.Nelson : The Manifold Problem in Lock Design, Proc. Hydraulics Conference, Bulletin 20, Univ. of Iowa. 160 (1940)
- 35) E.Soucker and E.W.Zelnick : Lock Manifold Experiments, Trans. ASCE, 110, 1357 (1945)
- 36) J.E.Christiansen : Hydraulics of Sprinkling Systems for Irrigation, Trans. ASCE, 107, 221 (1942)
- 37) 前出の書11), 436
- 38) M.L.Enger and M.I.Levy : Pressures in Manifold Pipes, Jour. AWWA, 659 (1929)
- 39) J.A.Oakey : Hydraulic Losses in Short Tubes Determined by Experiments, Engineering News-Record, 717 (1933)
- 40) J.S.McNown : Discussion of Paper of Soucker and Zelnick, Trans. ASCE, 110, 1378 (1945)

- 41) R.W.Powell : Discussion of Paper of Soucker and Zelnick, Trans. ASCE, 110, 1394 (1945)
- 42) United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation : Reclamation Manual, Chap.2, Closed Steel Conduits and Chap. 13, Outlet Works.
- 43) 沖 巖：分岐および合流管の水頭損失に対する研究，機械学会論文集，17，146 (昭26)
- 44) 水理公式集，土木学会編，73 (昭32)
- 45) Y.Niitsu and M.Kurahashi : Study of Combined Net Pipe Line, Proc. of the 4th Japan National Congress for App. Mech., 1954, 245 (1955)
- 46) 荒木正夫：スリット管の水理に関する一考察，土木学会誌，41，107 (昭31)
- 47) 荒木正夫：変化スリット管の水理と一様スリット管の実験について，土木学会論文集，38号，20 (昭31)
- 48) たとえばE.W.Steel : Water Supply and Sewerage, McGraw-Hill, Inc., 390 (1960)
- 49) G.M.Fair and J.C.Geyer : Water Supply and Waste-Water Disposal, John Wiley and Sons, Inc., 687, (1954)
- 50) 末石富太郎：横から流出入のある管流の特性と集水堰 渠の水理設計について，工業用水，第17号，7 (昭35)
- 51) 前出の論文50)，8
- 52) 前出の論文38)，662
- 53) 前出の論文50)，14
- 54) 末石富太郎：多孔管型集水装置による逆洗浄水の流量・圧力分布について，水道協会雑誌，271号，21 (昭32)

第 II 編

上水道施設における集配水の水理設計に関する研究

本編においては、上水道における集配水施設の典型的な例として、集水堀きよによる集水、多孔式整流壁による水流の整流現象および急速ろ過池多孔管型集水装置による洗浄水の配分作用の3つをとりあげる。これらに関し基礎的な研究を行なったものがそれぞれ第4章、第5章および第6章の内容である。

これらの諸現象に対する水理学的な関係式はいずれも第Ⅱ編第3章で述べた流出入を伴う一様管路の考え方をもとにして展開されるが、このうち集水堀きよおよび急速ろ過池多孔管型集水装置に対しては、第3章で提案した管流の計算方法を直接応用したものであり、これらの方法を実際施設の水利設計に適用するための具体的な手法を示しつつ、新しい設計基準を提案した。

集水堀きよあるいは多孔管型集水装置がいわば1次元的な集配水設備あるいはその組み合わせによつて2次元的な集配水作用を行なう設備であると考えられるのに対し、多孔式整流壁および急速ろ過池ホイラー型集水装置は完全に2次元的な機能をもった集配水施設である。従つて、このような設備においては流れに対する境界条件がたがいに干渉しあつてその水理機構も一般にきわめて複雑である。しかしながら、第3章における基礎的な考察結果に従つて著者はこのような流れを横から流出入のある1次元流の組み合わせに置換することによりその水理現象を究明しようと試みたわけである。

これらの研究によつて、上述の諸施設に対する旧来の水利設計を合理化し、あるいは少なくともその目的に向つて一步前進せしめようとするものである。

第4章 集水埋きよの合理的設計に 関する研究

4.1 概 説

上水道あるいは工業用水道の計画に際して、水量的にも水質的にも適当な表流水源が得られない場合には、水源を地下水に求めなければならないことがしばしばある。従つて地下水取水に関する水理学的、水質学的な知識は水道技術者の欠くことのできない重要なものである。すなわち、地下水の探査を含めて果して所求の水量が得られるかという問題と、その地下水の涵養源および地表面排水からの水質汚染の問題がまず明確にされなければならない。しかしこれらの現象を直接に左右するのは、やはり地下水流の水理学的な挙動である。

地下土粒子間の細隙を縫つて流れる地下水流は、いわゆるポテンシャル流を実現すると考えられる典型的な例であり、従来の研究も主としてこの線で進められ、種々の公式が提案され今日に至っている。これらの公式を適用するにあつては、地下水流に対する境界条件と、その流路である地下構成土質の特性の把握を誤らなければ、公式の信頼度もかなり高いものとされている。しかしながら地下土質の特性、特にその透水係数の正確な分布を求めることは、直接観察することができないため一般にかなり困難な課題である。従つて透水係数の測定については、単に水道技術者のみならず、種々の土質構造物の安定の問題、地下排水の問題、土壌保全の問題などの立場から、土木および農業土木技術者によつて広く研究対象とされてきている。

地下水の集排水に関する従来の研究方向はほぼ以上のものであつて、地中における水の流れには注目されているものの、揚水あるいは集水施設中における水流およびそれが地下水流自身に与える影響などについてはあまり考慮されていなかったようである。もちろんこれらの集水設備における水理は一般には割合簡明なものではあるけれども本章で取り扱う集水埋きよのごとく必ずしもそうではない。従来の集水量公式があまりよい適合を示さないといわれているものには、あるいはこのような点にもその原因があるのではないと思われる。

地下水取水に用いられる設備を大別すると、地中に鉛直に挿入される井戸と、水平に設置される集水暗きよあるいは埋きよに大別できよう。ごく一般的には前者はかなり深い地下水に対して用いられ後者は河川伏流水とか地下排水などの比較的浅い地下水を対象と

しているものと考えてよい。従って集水埋きよは井戸に比較して普通その利用できる水圧が低く、ある程度以上の水量を確保するためには、かなり長い暗きよを埋設しなければならない。またある区域の地下排水を考える場合には、その広さに応じて必然的に長い排水管を必要とするであろう。このような埋きよの中の流れを地下水流と切りはなして単独にとりあげると、これは明らかに管壁からの流入をもった流れであり、このような流れに対する従来の水理計算法に種々の欠陥のあつたことは前章までに述べてきたところによつて明らかである。しかし埋きよによる集水に対してはそれさえも考慮されていないようで、十分な計算基準を与えられることもなく放置されている有様である。多くの場合井戸が点集水と考えられるのに対して、埋きよではその長さを考慮すべきことが絶対に欠くことのできない要件であるにも拘わらずそれが疎かにされていたのは、1つには上述のように流入のある流れの問題が通常の管路に比較して軽視されていた点と、いま1つはやはりその水理現象が地下にあるため、検証に供されることもあまりなく、いわば放置されていたということが考えられる。

今後、上水道および工業用水道における需要水量の増大とともに経済的かつ合理的な取水計画を樹立する意味で地下水のもつ価値はきわめて大きい¹⁾と考えられ、この種の取水設備の設計法を再検討しつつこれを合理化することは是非必要であるとする。

本論文においては水理学的には横からの流出入を伴った流れという立場にたつて上下水の集配水を論じているので、本章においてもこの典型例である集水埋きよのみを取り扱うことにし、第3章で提案した比損失水頭法による解法を中心として議論を進めることにし、それに附帯して考慮すべき地下水流自体に対する問題については深くはふれないことにする。従つてまず、集水埋きよの水理設計法に対する従来の考え方をいさし深く検討してその問題点を明らかにし、ついで2、3の例について具体的な計算順序を示しつつ埋きよの長さを導入する新計算法を提案することにしたのである。

4. 2 従来の水理設計法とその検討

従来地下水の排水とか河川伏流水の取水などの目的で集水埋きよを用いようとする場合、埋きよの単位長さあたりの集水量すなわち流入量 q_i を求めるには次に示すような種々の公式が用いられてきた。²⁾たとえば図-3-1のごとく水平な不透水層上に集水暗きよを設け地下水は両側側壁を通じてのみ流入させる場合

$$Q_L = \frac{kL(H_0^2 - h^2)}{R_0} \dots\dots$$

..... (3-1)

が用いられる。ここに Q_L は暗きよ下流端総取水量、 H_0 は原地下水水位、 h は暗きよの水深、 L は暗きよの長さ、 R_0 は影響圏の半径、 k は透水係数である。この例は暗きよが満流とならない例とされているが、下流端条件あるいは集水孔の大きさによつて満流になる場合もあり、また (3-1) 式にはいかにも暗きよの長さ L を含んでいるようにはみえるが、実は2次元の地下水運動を考えた場合の q_i の平均値 Q_L/L を与えたものに他ならない。従つて暗きよと不透水層との位置関係あるいは原地下水面の勾配の影響などをも含めた一連の公式についても同じことがいえるわけで、 L が長くなると、 H_0 、 h などの値を暗きよにそつたどの点でとればよいかということは全く不明である。一方河床中に設けられる集水埋きよに対しては図-3-2のように川幅に比較して管の埋設深度が小さいものとして次に示すMuskat³⁾の公式がよく用いられる。

$$q_i = \frac{2\pi k \{H + H_a - (p/\rho g)\}}{\log(4H_a/D)} \dots\dots\dots (3-2)$$

(3-2) 式中で、 H は水深を示し、 H_a は水底から管中心までの高さ、 D は埋きよの内径、 p は管内圧力としてゐる。本公式に対しても埋きよの大きさ、川幅あるいは埋設深度などが種種に条件を変化した場合に対しわが国においても物部⁴⁾、吉田⁵⁾、丹保⁶⁾らがその部度公式を発表しているが、やはり埋きよの延長については十分な考慮がなされていない。しかも (3-1)、

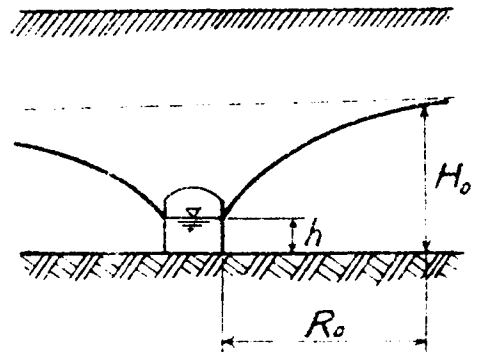


図-3-1 水平な不透水層上の集水埋きよ

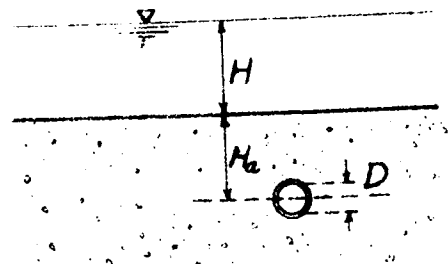


図-3-2 河床中の集水埋きよ

(3-2)式を通じてこれら一連の式では管壁を通しての水の流入が自由であると仮定しているため、 h あるいは P は実は管きよ内における値ではなく、集水孔の外側の水位 h' あるいは圧力 P' と q_i との関係を与えたものに他ならない。従つてこれらの公式を用いて求めた q_i に管の延長 L をかけると、全取水量の近似値を得ることはできても、集水管路自体の特性あるいは管路長の大小による影響はすべて無視されたことになり、また管末端以後の導水計算がはなはだあいまいになり、取水量の調節管理上きわめて不都合であつた。

一方集水管の形状寸法を決定するにも、これまで確然とした理論的根拠がなく、ただ多くの集水孔を設けるために生ずる管の構造上の問題と、集水孔からの土砂の流入阻止などを考慮して、集水孔総面積の管外周面積に対する割合を0.2~0.8%とすればよいものとされ、集水孔からの流入速度 U_0 は3 cm/sec以下、集水管下流端平均流速 U_L は1 m/sec以下として、全延長から均等取水するよう考慮することになっている。⁷⁾ しかしながらこれでは一般的な取水が可能であるという確信の得られるはずがなく、事実、管外水頭が一定であれば、流入管路では q_i が決して一定とはなり得ないことが前章で明らかにされた。従つて正しい考え方としては、(3-1)あるいは(3-2)式で与えられる h あるいは P を管外における h' あるいは P' として、これにもとづいて前章で述べた方法によつて q_i の分布を求め、ふたたび(3-1)、(3-2)式に帰つて h' 、 P' の分布を定めてゆくという方式をとるべきであり、このような観点から以下には流入管路の水理計算法を集水埋きよの設計に応用する方法を述べる。

4.3 埋きよの長さを考慮した合理的設計法⁸⁾

第3章において述べた理論によつて、集水管路の水理特性は α_m 、 $\beta = caL/SA$ 、 U_0/U_L 、 $\lambda L/2R$ によつて支配されることが明らかとなつたが、いま管径 D の円管を考へて β をかきかえると、

$$\beta = \frac{caL}{S\pi D^2/4} = c \frac{a}{S\pi D} \cdot \frac{4L}{D} \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

となる。 $a/S\pi D$ は上述した集水孔総面積の管外周総面積に対する比に相当するから、もしこれを一定とし、さらに L/D を一定とすれば、 β および $\lambda L/2R$ も一定となり、いかなる管径を採用しても常に同じ流入量分布比 r_i を得られることになつて好都合である。

総取水量 Q_L は、管の1横断面にある集水孔総面積を a と考えて、

$$Q_L = \int_0^L q_i dx = \int_0^L \frac{U_{s,i} a}{S} dx$$

であり、通常下流端にあらわれる最大流入速度を $U_{s,max}$ 、およびその位置における r_i の値を $r_{i,max}$ とすると、

$$\begin{aligned} Q_L &= \int_0^L U_{s,max} \frac{r_i}{r_{i,max}} \cdot \frac{a}{S} dx \\ &= \int_0^1 U_{s,max} \frac{r_i}{r_{i,max}} \cdot \frac{aL}{SA} \cdot \frac{1}{4} \pi D^2 d\xi \end{aligned}$$

とかきかえられ、上述のように aL/SA 、 L/D を常に一定とすると

$$Q_L = \frac{aL}{SA} \cdot \frac{D}{L} \int_0^1 U_{s,max} \frac{r_i}{r_{i,max}} \pi DL d\xi \dots\dots\dots (3-4)$$

となる。 $r_i/r_{i,max}$ は各 ξ に対してそれぞれ一定であるから、もし $U_{s,max}$ をも一定とすれば、

$$Q_L \propto \pi DL, \dots\dots\dots (3-5)$$

すなわち総取水量は集水管総表面積 πDL に比例することになる。 また下流端流速も一定となることが

明らかである。

図-3-3は $c=0.6$ として(3-3)式の関係を描いたので、 $a/S\pi D$ 、 β を与えると L/D を決定できる。 図-3

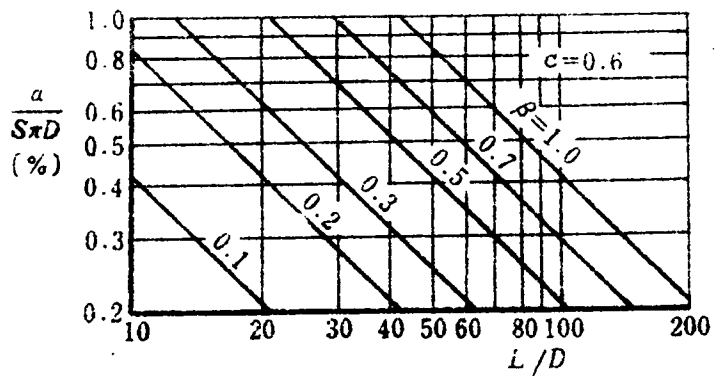


図-3-3 集水管の $a/S\pi D$ 、 L/D と β との関係

— 4は某社の集水管

遠心力鉄筋コンクリ

ート管の $a/S\pi D$ の

値を示したものであ

るが、管径によつて

必ずしも一定でない

ので、管径とその

延長を選択する場合

注意を要する。全

延長からなるべく均

等に取水するため

は、 $U_0/U_L=0$ の

場合図-2-16か

らわかるように、少なくとも $\beta \leq 0.7$ を必要とするから、 $a/S\pi D=0.5\%$ ならば L/D

を約60以下としなければならない。 $a/S\pi D$ が小さいと L/D を大きくとれるが、

$\lambda L/2R$ が増加するので流入量分布が若干不均等になる。

以上の考察は集水管の上流端から流入がなく、また全延長にわたつて一様管を用いた場合に対するものであつて、しかも集水孔外の動水頭 $p'/\rho g + z'$ を一定と仮定している。

実際には q_i が管路にそつて変化するため、たとえば(3-2)式に従つて管外の水頭が変化したり、河川水位あるいは地下水位そのものの变化を考慮する必要もあるうえ、管内流量の漸増に応じて管径を変えとか、あるいは隔つた2つ以上の水源から連続して取水するような場合には、 D と L の関係を簡単に見出すことは困難であり、種々の管径、延長、集水孔の組みあわせにつき流入量の均等性と所要水頭を検討しなければならない。しかし一様管路を用いる限り集水量分布を全般的に均等にすることは不可能であるから、むしろ設計管路について q_i の分布を求めれば、集水孔での流入速度 U_s が

$$U_s = \frac{q_i S}{a} \dots\dots\dots (3-6)$$

として求められるから、 $U_{s,max}$ が所定の値以下となるようにし、かつ管周囲の充填層を攪乱しないために、 $q_i < 0$ すなわち流出することのないように考慮すれば、設計にも余裕を生じ、その理論的根拠も明快なものとなるであろう。次に実設計に際してしばしば

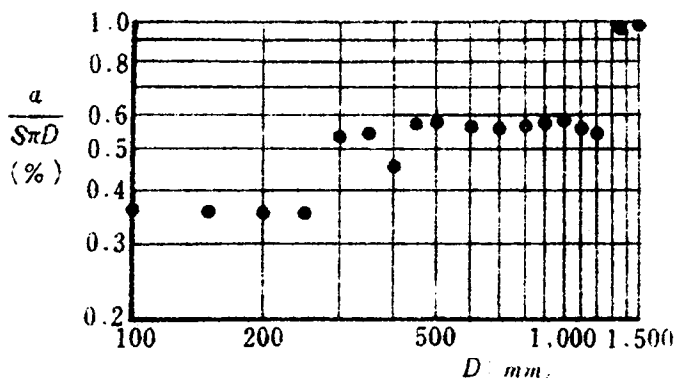


図-3-4 既製集水管の $a/S\pi D$

あらわれると思われる 2, 3 の例について計算順序を示しておこう。

4.3.1 総取水量および集水埋きよの延長が与えられている場合

(i) 埋きよの総延長 ΣL を適当な数区間に分割し、それぞれの延長 L_1, L_2, \dots, L_n と管径 D_1, D_2, \dots, D_n を定める。この場合上流端から下流端に向つて D を増大してゆくのが妥当である。

(ii) 各 D に対して集水孔の配列が定まっているときはそれを用いるか、あるいは別に適当な集水孔の配列を定め、(3-3) 式により各区間の $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ を計算する。この場合流量係数の c は簡単な実験によつて求めることができ、また第 3 章 3.6.3 において述べたように、各区間ごとに一定と考えて差支えない。

(iii) 用いる管種によつて λ を与え、各区間の $\lambda L/2R$ を計算する。Manning の粗度係数 n_M を用いれば、 $\lambda = 2gn_M^2/R^{4/3}$ であるから、 $\lambda L/2R$ の代りに $gn_M^2 L / (D/4)^{4/3}$ を用いてもよい。

(iv) 最上流区間では $(U_0/U_L)_1 = 0$ であるから、流入管路の比損失水頭法に用いる図-2-23 から簡単に第 1 区間下流端の比損失水頭 $K_{L,1} = Y_{L,1} / (\alpha_m U_{L,1}^2 / 2g)$ を求めることができる。第 1 区間と第 2 区間の接続点において管径が D_1 から D_2 に変化するから、もし断面変化による損失を無視すれば

$$Y_{L,1} + \alpha_m \frac{U_{L,1}^2}{2g} = Y_{0,2} + \alpha_m \frac{U_{0,2}^2}{2g} \dots\dots\dots (3-7)$$

が成立し、かつ $U_{0,2}/U_{L,1} = (D_1/D_2)^2$ であるから、

$$K'_{0,2} = \frac{Y_{0,2}}{\alpha_m U_{0,2}^2 / 2g} = (K_{L,1} + 1) \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 - 1 \dots\dots\dots (3-8)$$

を得る。 $(U_0/U_L)_1 = 0$ のため図-2-23 から明らかなように、少しでも摩擦があれば β が如何に大きくとも必らず $K_{L,1} < -2$ であるから、 D_1, D_2 の大小関係に拘わらず $K'_{0,2} < -1$ となる。

(v) $K'_{0,2}$ をもとにして図-2-23 を用いれば第 2 区間の $K_{L,2}$ および $(U_0/U_L)_2$ を同時に求めることができ、 $K'_{0,2} < -1$ のとき $K_{L,2} < -1$ であることは図から明らかであり、かくて (3-8) 式と同様の式により $K'_{0,3}$ が求められ、やはり $K'_{0,3} < -1$ となる。図-2-23 において K'_0 が K_L, K'_0 線の交点近くにあるときは、(2-155) 式によつて

α_{mi} を求め、 K'_0 を用いて(2-149)式によつて U_0/U_L 、さらに(2-145)式によつて K_L を求めてもよい。これらを一括表示すると次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{mi} &= \alpha_m + \frac{1}{\sqrt{2\alpha_{mi}}\beta} \cdot \frac{\lambda L}{4R}, \\ K'_0 &= -\frac{2\{1-(U_0/U_L)\cosh(\sqrt{2\alpha_{mi}}\beta)\}^2}{(U_0/U_L)^2\sinh^2(\sqrt{2\alpha_{mi}}\beta)^2} \cdot \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m}, \\ K_L &= -\frac{2\{\cosh(\sqrt{2\alpha_{mi}}\beta)-U_0/U_L\}^2}{\sinh^2(\sqrt{2\alpha_{mi}}\beta)} \cdot \frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m} \\ &= K'_0\left(\frac{U_0}{U_L}\right)^2 - 2\frac{\alpha_{mi}}{\alpha_m}\left\{1-\left(\frac{U_0}{U_L}\right)^2\right\}. \end{aligned} \right\} \dots (3-9)$$

(vi) 以下同様に計算を進め、 $K_{L,n}$ 、 $(U_0/U_L)_n$ を求めれば、総取水量を $Q_{L,n}$ として、

$$Y_{L,n} = K_{L,n} \frac{\alpha_m Q_{L,n}^2}{2gA_n^2} \dots \dots \dots (3-10)$$

が計算され、 $Y_{L,n} < 0$ であるから管外動水頭から $|Y_{L,n}|$ を引けば埋きよ終端の動水頭となり、これをもとにして以下の導水管の計算を行なえばよい。以上の計算と同時に各区間内での r_i 分布を求めておけば、埋きよ全長に対する $\{r_i\}$ 分布は(2-153)式で $\{U_0/U_L\} = 0$ とおいた式を用いて計算することができ、さらに $q_i = \{r_i\} Q_{L,n} / \Sigma L$ を求め、(3-6)式によつて U_s の大きさを検討すればよい。1区間内では必ずその下流端で r_i は最大であるから、各区間下流端の n 個の U_s を検討すれば十分である。

4.3.2 全延長に一樣管を用い、総取水量、下流端管内動水頭を与えて管長を求める場合

(i) $U_0/U_L = 0$ であるから $(\alpha_m/\alpha_{mi})K_L/2 < -1$ であることを必要とする。そこで適当に D を仮定し、さらに任意の短い管長 L を考えて β 、 $\lambda L/2R$ を定める。一方与えられた下流端動水頭(当然管埋設置位置の想定される管外動水頭より低くなければならない)から Y_L を求め、(3-10)式から逆に $K_L = Y_L / (\alpha_m Q_L^2 / 2gA^2)$ を計算して、 $|K_L|$ が図-2-23で上に定めた β 、 $\lambda L/2R$ をパラメーターとする K_L 、 K'_0 線の交点の絶対値より大きくなければならない。また一樣管であるから $U_{s,max}$ が下流端に現われ、 $U_{s,max} = c Q_L / A \sqrt{-\alpha_m K_L}$ も所定の値を満足することを要する。

(ii) D を決定すれば、図-2-23の上で長さ L の区間ごとの (U_0/U_L) , K'_0 , K_L を順次求めてゆく。この場合前同様図上解法によらないで(3-9)の計算式によってもよい。

(iii) 1区間の長さを L として、下流側から逐次 (U_0/U_L) を求めていったとき、下流側から数えて第 n' 番目の区間において、 $K_{L,n'}$ に対する $(U_0/U_L)_{n'}$ が 0 となったとき、それは最上流区間に達したことを意味するから、求める管長は $n' L$ である。計算の途中で区間長を変えようことは自由であり、そのときには L に比例して β および $\lambda L/2R$ を増減しておけばよい。特に、下流側から数えて第 $(n'-1)$ 区間では、まだ $(U_0/U_L)_{n'-1}$ が 0 とならないが、図-3-5のごとく、 $|K'_{0,n'-1}|$ の値すなわち $|K_{L,n'}|$ の値が $(U_0/U_L) = 0$ における $|K_L|$ よりも大きくなる場合には第 n' 区間の長さは L より短かくてよく、図のごとく $(U_0/U_L) = 0$ における $|K_L|$ の値がちょうど $|K'_{0,n'-1}|$ に等しくなるような $\beta_{n'}$ を逆に求めれば、 $L_{n'} = L_{n'-1} \cdot \beta_{n'}/\beta_{n'-1}$ として端数区間長を求めることができる。

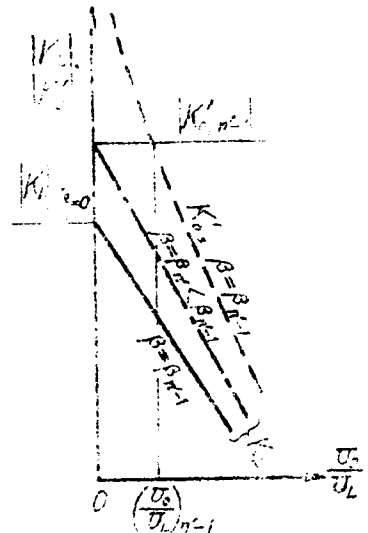


図-3-5 集水埋きよ延長の求め方

(iv) 管径 D を小さくするほど下流端の $|K_L|$ が小さくなり、これが上述の極限值に近いときは所要の管長はきわめて大きくなる。それに伴って流入量分布が不均等となり上流部では流入量が非常に少なくなつて得策でない。このようなときは D を若干大きくして、 $|K_L|$ を少し大きくするようにすればよい。

4.3.3 総取水量、埋きよ延長、下流端動水頭がともに与えられている場合

(i) 4.3.1で述べた方法によつて、管路各部の管径と延長を仮定して下流端の Y_L を求め、試算によつて与えられた Y_L に一致するようにしてもよいが、計算が面倒であるので別の方法をとる。まず全延長を適当な n 個の区間に分割し、各区間の (U_0/U_L) を決定する。場合管路全般を通じて一様な集水をはかるようにするために、上流側から

数えて第 j 番目の長さ L_j の区間については、

$$\left(\frac{U_0}{U_L}\right)_j \cong \frac{L_1 + L_2 + \cdots + L_{j-1}}{L_1 + L_2 + \cdots + L_j} \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

とするとよい。

(ii) 最下流の第 n 区間に対し D_n を定め、与えられた $Y_{L,n}$, $Q_{L,n}$ から $K_{L,n}$ を前同様に
して求める。 D_n を与えることにより $(\lambda L/2R)_n$ が定まっており、 $(U_0/U_L)_n$ も
すでに決定してあるので、図-2-23を利用して β_n を定めることができる。 $|K_{L,n}|$
は先に述べた極限值より小さくなくても差支えないが、この第 n 区間の上流部で、図-2
-25に示しのような流出を生じないようにすることが必要である。 すなわち (2-
144) あるいは (3-9) の第1式から $(\alpha_{mi})_n$ を求めたとき、(2-150) 式の
 ξ_{ci} が $\xi_{ci} > 0$ とならないように、

$$\left(\frac{U_0}{U_L}\right)_n \cosh \left\{ \sqrt{2(\alpha_{mi})_n} \beta_n \right\} < 1 \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

を満たすようにしなければならない。そして次に $K'_{o,n}$ を求める。

(iii) 第 $n-1$ 区間と第 n 区間の接続点で、(3-7) 式と同様の関係が成立するので、

$$K_{L,n-1} = (K'_{o,n} + 1) \left(\frac{D_{n-1}}{D_n}\right)^4 - 1 \quad \dots\dots\dots (3-13)$$

が得られる。 $K_{L,n-1} < 0$ とするためには $D_{n-1}/D_n \leq 1$ としておけば十分である。こ
のようにして順次上流に向って各区間の D , K_L , β , K'_o を求めてゆく。 r_i あるいは
 U_3 の計算は 4.3.1 の場合と全く同様である。

(iv) 1本の取水埋きよ敷設路線中で2個所以上の水源から取水するとき、各水源での
取水割合を定めておけば、1つの水源と次の上流側水源との間に、集水管でない導水管路
に対し普通の水理計算を挿入することにより、いま述べた方法を適用することができる。

以上述べた各場合について、埋きよ各区間の口径 D に対して集水孔の配列を決定する際
には、本節の初めに述べたように、 L/D , $a/S\pi D$ と β との関係を考えるべきことはい
うまでもない。

これらの各計算法は単一管路に対するものであるが、複合管路の場合も上述の計算法を組みあわせて用いればよい。また集水埋きよ外の動水頭を一定とみなしたので、管内圧力のみを求める場合以外には管路自身の敷設される勾配には無関係である。また管路にそつて流入量に変化することなどに応じて、管外動水頭が当然変化することが考えられるが、この場合には(3-1)あるいは(3-2)式と組みあわせて試算的に $P'/\rho g + z'$ を求め、これが埋きよにそつて階段的に変化するものとして以上の方法を応用することができる。

4. 4 総 括

以上、流入管路の計算法として第3章において提案した比損失水頭法を直接応用できる例として、集水埋きよの延長を考慮しつつその水理計算を合理化する方法を述べた。本章において述べた事項を要約しつつ、なお若干の附加的な考察を行なうと以下の通りである。

水道使用水量の増大に伴つて都市周辺における水源の潤渇の問題は、合理的な維持管理にもとづいた地下水あるいは河川伏流水の利用が新たに注目されつつある現在、地下水の地中における水理学的な挙動が種々の条件に対して明確にされる一方、その取配水設備そのものも機能的に十分な設計がなされねばならない。しかるにこれらのうち特に集水埋きよにおいては流入を伴なうという集配水の基本関係を無視した方法がとられており、流入管路においては必ず総合抵抗を増加するという特性を考慮すれば、従来の設計法は常に危険側にあつたといえよう。

本章においてはまずこのような問題点を指摘し、埋きよ延長を水理計算に導入する必要があることを強調した。ついで、横から流入のある管流における流入量分布特性を利用して、集水埋きよの断面、径、所要有孔比などを定める理論根拠を与えることができた。すなわち流入速度、下流端流速あるいは集水孔総面積の管外周面積に対する割合を規定する以上管きよ延長と口径の比 L/D をも与えるべきであり、通常 L/D を50~80以上にすることは好ましくないとと思われる。

さらに具体的に種々の条件を設定された場合に対する設計計算順序を示し、これらを従来の公式と併用することによつて、はるかに合理的な取水が可能となるはずである。

本論文においては水理学的な問題以外についてはふれなかつたが、水の使用目的あるいはそれに応じた浄化方法とも関連して、集水埋きよによる取水の水質学的な問題もきわめ

て重要である。すなわち地下水水質、管の埋設深度との関係から、地中における種々の物質の阻止能力などを検討することにより、流入速度の限度あるいはその管路にそつての分布について基準が得られるものと考えている。

第5章 多孔式整流壁による水流の整流機構 に関する研究

5.1 概 説

上水浄化あるいは下水処理において用いられる種々の浄水装置の設計にあたって、水理学的に最も重要なことは、取り扱う水を装置の各部に均等に配分し、かつその各部から均等に集水するように考慮することに尽きる。このような設計目的が実現されてはじめて、装置の容量的な効率が100%発揮されることになる。従つて規模の大小の違いこそあれ、やはり集配水現象が水理学的過程の中心を占めているものと考えてよい。このような目的で用いられる設備を、著者は広義の整流装置と定義し、沈砂池、沈殿池、配水池などでしばしばみられる多孔壁、導流壁、阻流壁、越流壁などのほか、次章において述べる予定の急速ろ過池における下部集水装置、またその洗浄排水を排水するための越流トラフ群（最近では沈殿池流出設備として越流トラフ網の形状がよくみられる。）なども1種の整流装置と考えて差支えない。またこれらのうち最初に挙げた多孔壁を一般に狭義の整流壁と称す場合もある。

これらの整流装置は、それぞれ使用される場所によつて、水理上および水質上の効果に若干の差異があり、それに伴つておのおの長短を持つているが、2方向の整流が可能である点を考慮すると、多孔板が、いかなる目的に用いられても機能上最も柔軟性をもっているように思われる。このような意味で、本章においては多孔式整流壁の問題をとりあげ、集配水的立場からその整流機構、整流作用を論じ、従来とかく考え方が確然としなかつた本装置に対する研究・実験の方法を意義づけ、また従来から慣用されてきた設計上の指針についても理論的な根拠を与えようとするものである。

本章においては多孔式整流壁がもつともよく用いられる浄水装置として水平流式沈殿池をとりあげて考察を進めることにし、まず沈殿池の水流の整流という目的に対して従来採用されてきた種々の方策およびそれに対する研究について概観し、あわせて著者の見解を述べる。

次いで、流入口と整流壁間のいわゆる整流区域内の流れに対して基本式を誘導するが、これは、整流壁の整流機構が整流区域内の流れの挙動と密接な関連をもっているという点に着目したものであり、このような解析的過程は、集配水現象が常に横からの流入を伴

なっているという本論文における一貫した水理学的観点から容易に帰結されるところであり、整流区域内の流れに対して整流壁を通過する流れを横方向の流出であると考えている。

沈殿池流入部の型式を大別し、整流壁と平行に流入が行なわれる場合と直角に行なわれる場合の2種類に大別し、それぞれについて理論的に取扱いを行なう。この場合、沈殿池内水流の緩慢なことによつて整流区域を高さ一定の圧力槽に置換することが可能となり、この結果第3章で述べた流出入のある管路の理論が応用できるわけである。

一方、理論的計算を検討するため試験整流壁を用いて実験を行なつたが、一般にこの種の実験はさきめて困難な部類に入るので、整流壁の直接効果だけをとり出すべく数々の工夫を行なつた。その結果を理論計算結果と比較しつつ種々の考察を行なうとともに、整流壁の設計、あるいはそのために今後も行なわれる必要のある模型実験に際しての若干の注意事項にもふれることにしたのである。

本章に示されるような理論的取扱いには、従来例をみない、新しい試みであり、実際現象に比較してかなり簡易化した流れの状態を対象にせざるを得ない。たとえば整流区域内の流れは2次元流であると仮定し、さらに1次元的解析法によつた結果、整流効果についても1次元的な値しか得られないはずである。実際に処理する水が、濁質、フロックなどを含んでおり、また密度差、水温差などといった要素が理論的に完全に把握されるに至るには、今後も精力的な研究が継続されるべきであるが、本章においては、その最も基礎的な段階として、整流壁のもつ集配水上の水理機構が解明されるだけでも、従来の便宜的設計方法を改善するうえに大きな効果があるものと考えたわけである。

5.2 沈殿池水流の整流に関する従来の方策とその検討

一般に水平流式沈殿池においては、流入部および流出部に流れに直角な多孔式整流壁を配置し、水平鉛直両方向ともに池内水流の均等化をはかっている。場合によつては流入部には流入水の流入速度を直接減殺するための阻流板や、流出部には沈殿の完了した上澄部の水を引出すために越流壁を設けたりする。越流壁は、堰負荷率を軽減するために越流トラフ網⁹⁾の型式が特に下水沈殿池にとられることが多い。さらに池幅、池長の大小に応じて、中間整流壁や流れに平行な導流壁を設置し、それによつて沈殿効率の上昇を期している。

しかしながら、これら諸整流設備の取捨選択を決定すべき、沈殿池水流の性状に及ぼす各設備の効果は、従来これらの設備が便宜的に考案、発展してきたものであるだけに、多

くは実験、経験的事実に基礎をおいて説明されているに過ぎず、従つて、行なわれた実験条件をよく吟味して議論をしなければ、その結果をそのまま新しく計画される施設に適用して十分な効果が發揮されないことが多い。原水水質もさして悪くなく、広大な用地に大容量の沈殿池を建設して十分な沈殿滞流時間を与えることが可能であつた時代ではこれらの問題はさして重要な問題であると考えられなかつたかもしれないが、水質の悪化に加えて処理水量の増大により、往々にして過重な水量負荷を沈殿池がうけもたねばならなくなり、それに伴つた旧来施設の容量効率増進をはかるため上記のような附属施設の重要性が認識されるようになってきたのではあるが、なお、採否の決定はたとえば排泥とか池洗浄などの経常的な維持管理上の便益に重点がおかれ、水理学的な効果が従にされがちである。この原因はやはり各設備の固有の効果が、後述するように完全に把握されていないために、効果の優劣比較がはつきりできない点にあるものと思われる。

このような問題にかんがみて著者のもつている見解は、まず各施設の沈殿池水流整正の目的に対する地位を明確にし、その目的に対する個々の施設の直接効果だけを見出すことによつて、より合理的ひいては経済的設計の基礎事項が得られるものと信ずる。すなわち、導流壁、中間整流壁などは、沈殿の進行に伴つて生ずる汚泥の堆積や、流入水と池内水の水温差による密度流、あるいは風の吹送作用による短絡流、さらには底面、側壁の摩擦の影響など、沈殿池が必然的に遭遇する内的および外的条件に対してとられる措置であり、いわば池内の区画化¹⁰⁾による容量効率の増進策であると考えることができる。もし上述のごとき池内水流の均等化を妨げる障害がなければ当然流入部の整流のみで十分であるはずであり、逆にいえば、流入部の整流を完全に行なつてはじめて、これら補助設備の効果も發揮されようというものである。

従来整流壁の計画にあたつては、多くは模型実験によつて沈殿池内の流状を観察し、整流壁の位置および整流孔の開口面積比を決定しようとした報告が多いが、単に幾何学的な関係のみを考えてみても、沈殿池の幅、整流壁の位置（流入端から整流壁までの距離）、流入部の大きさ、整流孔の開口比などの各因子間に無限の組みあわせがあり、実状は、ある限られた実験条件のもとで数個の型式の比較が行なわれているに過ぎない。しかも、実際池あるいは模型を通じて、池内の流速が他の水理工作物に比較してきわめて遅いので、各部の流速判定は一般に困難をきわめ、適当なトレーサーを流入端に投入し、流出部においてとらえたトレーサー濃度の時間的变化からその設備の効果を判定しようとしている。このようなトレーサー法は沈殿池形状なども含めた全体の容積効率を判定する^{11), 12)}う

えにはきわめて有効な方法であると思われるが、整流後流速の均等度と容積効率の関係が不明であれば、結局間接的な因子によつて実験結果を論じているに過ぎない。従つて整流壁を設置すれば容積効率が確かに上昇はするけれども、到底微妙な設計目的には応じきれないのである。

このような理由によつて、単なる模型実験のみによつては十分な成果を期待することはできず、もちろん普遍的な標準を確立するにははるかに道遠しといった感がある。

現在大体の標準として慣用されているのは、流入端と整流壁との間隔を適当にとり、整流孔の大きさおよび配置は直径10～15 cmの円孔あるいは角孔を、整流壁面積に対して5～10%程度になるように間隔を定めるようにされているが、これらの標準も模型実験による水流の均等性よりもむしろ、施工上の問題と、整流孔通過後の噴流による小規模の攪乱流とか、小孔の閉塞防止上の意味に重点がおかれているようである。従つて多くの水道技術者が多少ともこれらの点に不信をいだき、事実、新たに沈殿池を設計したり、旧来施設の改良を計画する際には、設計者が適当に決めた整流壁の配置および流入部の形状について、繰り返し飽くことなく実験が重ねられ、たとえば水平な流入管の正面に阻流板を設けるとか、鉛直流入管を流入井で囲んだり、また最近では密、粗の多孔壁を2段に設ける方法¹³⁾あるいは鉛直スロットをもつた整流壁を用いる方法¹⁴⁾などによつて水流の性状を改善しようと試みられている。しかしながらこれらもいずれも便宜的な方策以上のものではないと思う。

他方、多孔型あるいはその他の型式の整流装置によつて、水流が整流される機構を定性的に説明することは可能である。開口比のかなり小さい整流孔内、あるいは越流水深の小さい越流堰上とか、下部開口高の小さい潜り壁の下に水流を通過させることによつて、流入口から不均等に分布したエネルギーの局所の変化よりはるかに大きな損失水頭を水流に与え、その結果壁通過後の流速分布を全般的に均一にし、また壁に接近する流速分布にも壁からの距離に応じて若干の整流効果を期待できるのであつて、一種のエネルギー分布装置であるといつてよい。

このような整流機構を数値的に把握し、それに従つて適確な模型実験を行ない、整流壁の水利設計合理化をはかるためには、流入部と整流壁間の流状を明らかにすることが必要であるが、現在のところほとんど成果が得られていない。著者は、この目的に対する一試みとして、平面的な2次元流を考えた整流区域内の流れに関し、横から流出入のある流れの考え方を応用して若干の考察を行なうことにしたのである。

5.3 沈殿池流入部2次元整流区域内の流れの基本的考察¹⁵⁾

矩形沈殿池の流入部における整流壁の配置を平面的にみると、図-3-6に示すように

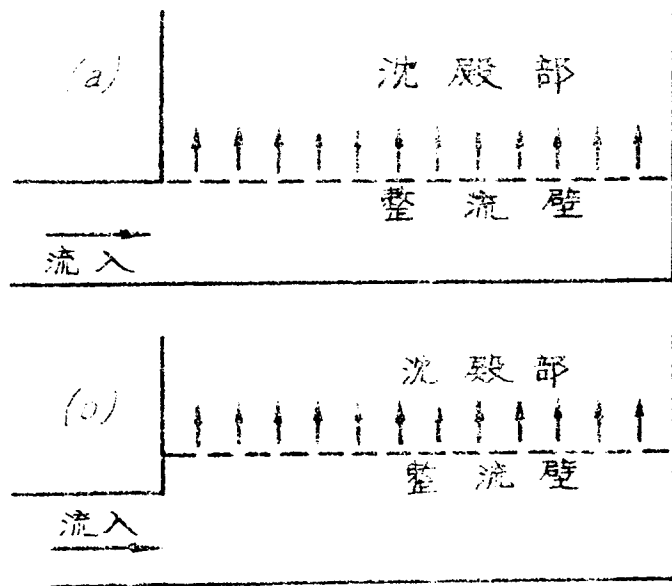


図-3-6 流入方向が整流方向と直角の場合

流入管または流入きよからの流入方向と沈殿部水流の方向が直角をなすものおよび図-3-7のように平行なものの2種に大別することができる。従つて流入方向と整流方向も図-3-6では直角、図-3-7では平行となる。鉛直方向についても以上と同様な配置が考えられる。一般に沈殿池の深さは池幅に比較してかなり小さく、かつ仮に鉛直方向の整

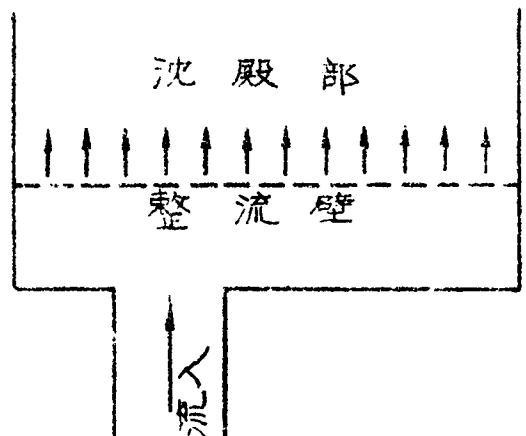


図-3-7 流入方向が整流方向と平行の場合

流が完全に実現されても、流下にともなつて漸次鉛直方向に速度勾配の生ずることは避けられない。従つて風の影響を無視すれば、両側側壁附近のごく一部を除いて、池内水流の均等性に及ぼす流入部整流壁の果す役割は、平面的なものを重視すべきであると考えられる。本章においては、このような観点にたつて問題を簡単化することにし、図-3-6あるいは図-3-7において、池水と水深が等しく底面の高さが連続した矩形断面水路を通じて流入水が導入される場合を考えるものとする。

さらに、一般に池内の水流はかなり緩慢であるので池内の水深変化はごくわずかであり、任意鉛直断面の平均流速を算出するには、水深に至るところで一定と考えて差支えない。従つて解析に際しては、高さ一定の圧力槽 (Pressure Chamber) 内の流れに置換することができ、その中の圧力変化が微小な水深変化に対応すると考えられる。この圧力槽の単位厚さの層について考察を進め、問題を2次元化する。

沈殿池流入部分における整流壁通過以前の矩形領域を以下整流区域と呼ぶことにし、矩形の二辺のうち沈殿池幅に等しいものを整流区域の長さ、池端と整流壁間の距離を整流区域の幅と定義する。このような2次元整流区域内の流れを解析することによつて、流入水が任意の開口比の整流壁を通過する際の平面的な整流流速の分布、あるいは逆に流速を均等に分布せしめるための開口比の変化を求めることを主眼とする。

先にも述べたように沈殿池内および整流区域を通じて流速はかなり遅く、後に示すように粘性の影響を無視することになるが、このような場合ある定まつた領域内の流れの挙動を解析する方法としては、流れを完全流体と仮定して、渦無し流れの流線あるいは等ポテンシャル線を求める方法がある。たとえば沈砂池流入部隅角部の形状と流れの様態との関係がこの方法を用いて論じられている。¹⁶⁾ 図-3-6あるいは図-3-7のような場合には流入部を通過した流線は決して不連続となることなく描かれ、流入部から隔たるほど流線間の間隔が漸次広くなつて、整流壁を通過する際の単位幅あたりの流量を減じてゆく傾向を示すはずである。従来の研究において、流入部から遠い部分ほど整流孔の開口比を大きくするという考え方をとつているものが多いのも、このような事実に基礎をおいているものと思われる。しかしながら無渦運動の流線に対して整流孔の開口比を解析の因子として導入することはきわめて面倒であり、また実際には整流区域内における流れは一般の渦無し運動のように整然とはならず、逆流部や滞流部をもっている。これは結局粘性は省略できても渦無し流れと仮定することができないことを裏証しているものといえよう。

次に、このような領域内の2次元流を水理学的に厳密に解くことは非常に困難であるが、沈殿池の総容量をできるだけ有効に利用するためには、整流区域の幅はできるだけ狭くすることが好ましく、従つてこの区域の長さが幅に比して比較的大きくなることに着目すればほとんどの点において長さ方向の流速が幅方向のそれを卓越するものと考えられる。すなわち、この卓越流を主流として取り扱ひ、整流後の流速あるいは流量分布はこの主流からの流出量分布であると考えることによつて、1次元的な解析が可能となつてくる。

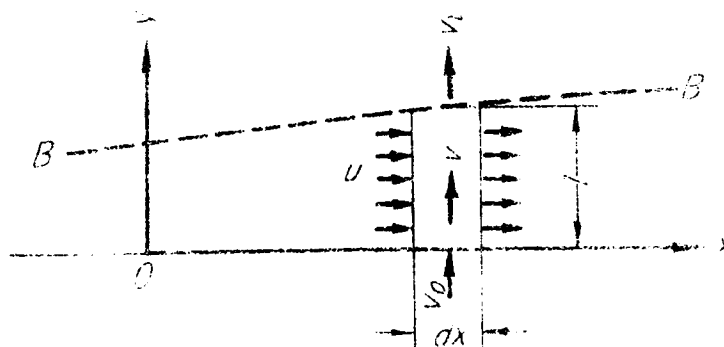


図-3-8 整流区域内の2次元流

図-3-8のごとく、整流区域の内部に、沈殿池端からの距離 l のところに仮想的な境界をとり、区域の長さ方向に x 軸、幅の方向に y 軸をとる。流速の x, y 方向の成分をそれぞれ u, v とし、 u を主流であるとする。ここで、図-3-8の仮想的な境界 $B-B$ 面を通じての圧力の伝達および y 方向の流入は自由であるが、 x 方向には流入がないものと考えて論を進める。2次元流の連続方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3-14)$$

を $y=0$ から y まで積分すれば、

$$v_0 - v = \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad \dots\dots\dots (3-15)$$

を得る。 v_0 は $y=0$ において y 方向にこの区域に流入する v の値である。(3-15) 式の積分範囲を $y=0 \sim l$ とし、 $(v)_{y=l} = v_l + (u)_{y=l} \frac{dl}{dx}$ とかいて、このうち v_l が境界を通過する y 方向の流速であるとする、(3-15) 式から

$$v_0 - v_l = (u)_{y=l} \frac{\partial l}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^l u \, dy = (u)_{y=l} \frac{dl}{dx},$$

$$\therefore v_0 - v_l = \frac{d}{dx} (U l) \dots \dots \dots (3-16)$$

を得る。 $U = \int_0^l u \, dy / l$ は x 方向の平均流速であり、(3-16) 式は x 方向の平均流に対する連続方程式で、(2-1) 式と同じものである。従つて $v_0 - v_l$ はこの区域内へ y 方向に流入する単位幅、単位高さあたりの流入量である。

次に、図 3-8 のごとく領域内における 2 次元流の運動方程式の一般形は x および y 方向についてそれぞれ次のようにかくことができる。¹⁷⁾

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\epsilon_v}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\epsilon_v}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \right\} \dots (3-17)$$

ここに p は圧力、 ρ は密度であり、 ϵ_v は渦粘性係数であつて、流れの規模によつては粘性係数 μ を用いてもよい。 x 方向に考えた主流の運動方程式を導くにあたり、(3-17) の第 1 式を積分してもよいが、ここでは第 II 編で述べたように、横から流出入のある流れに対しては運動量の関係を用いるのが都合がよいので、ここでも同様にして誘導することにする。

単位時間に単位厚さあたり x 方向に流れる水のもつ運動量の dx 区間での増加量 $(\partial / \partial x) \int_0^l \rho u^2 \, dy \cdot dx$ が、 dx 区間の水が周囲からうける圧力差 $-(\partial / \partial x) \int_0^l p \, dy \cdot dx + p_l (dl/dx) \cdot dx$ および粘性にもとづく摩擦抵抗 $-\rho g l i_f dx$ の和に等しいことから、

$$\rho \frac{d}{dx} (\alpha_m U^2 l) = -l \frac{d\bar{p}}{dx} - (\bar{p} - p_l) \frac{dl}{dx} - \rho g l i_f \dots \dots \dots (3-18)$$

が得られる。ただし g は重力の加速度、 $\alpha_m = \int_0^l u^2 \, dy / U^2 l$ 、 $\bar{p} = \int_0^l p \, dy / l$ は y 方向の平均圧力、 p_l は $y = l$ における p の値を示す。また i_f は $y = 0 \sim l$ 間の平均

の摩擦損失勾配をあらわし、もし(3-17)式の表示を用いれば、

$$i_f = -\frac{1}{l} \int_0^l \frac{\epsilon_v}{\rho g} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dy \dots\dots\dots (3-19)$$

である。もし y 方向の圧力分布が一様であれば(3-18)式右辺第2項は0となるが、ここでは平均圧力 \bar{p} を用いたので第II編の(2-32)式と異なつて境界の傾斜に関するこの項があらわれる。もし y 方向の u の分布がわかっていると、(3-15)式によつて v の分布および α_m の値が定まり、(3-17)の第2式によつて $\partial p / \partial y$ を求めることができるから、 p_l を与えれば(3-18)式に必要な \bar{p} を計算できることになる。 p_l の値は $y=l$ における境界条件によつて決定されるわけで、ここでは $y=l$ の仮想的な境界が実際の整流壁であると考えた場合について示すことにする。

1つの整流孔を通過する前後の y 方向の流れについて、 $(v)_{y=l}$ を整流孔への接近流速と考えると次式が成立する。

$$\frac{p_l}{\rho g} + \frac{\{(v)_{y=l}\}^2}{2g} = f_r \frac{v_d^2}{2g} + \frac{p_l'}{\rho g} \dots\dots\dots (3-20)$$

ただし右辺第1項は整流孔における流入、流出および摩擦による損失水頭を示し、 p_l' は整流壁通過後の圧力、 v_d は整流孔を通過する実流速であり、整流孔断面積の整流壁面積に対する開口の面積比を e とすると、

$$v_d = \frac{v_l}{e} \dots\dots\dots (3-21)$$

とあらわされる。ある程度以上の整流効果を期待すれば、(3-21)式の e の値をかなり小さくすることが必要であるから、一般に $v_l^2 \ll v_d^2$ とみなすことができ、(3-21)式を用いて(3-20)式は次のように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_l - p_l'}{\rho g} &= \epsilon \frac{v_l^2}{g} = \frac{v_l^2}{2gc^2e^2}, \\ \text{ただし、} \epsilon &= f_r / 2e^2 = 1/2c^2e^2. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-22)$$

c は第II編に用いたのと同じ流量係数で、(3-22)式は流出管路の流出量方程式

(2-42)'式に対応するものである。

以上に示した(3-16), (3-18) および(3-22)の3式が整流区域内の基礎方程式であり, 平均流に対して直角に流出入をもっている流れを1次的解析法によつて解く際には常に3つの方程式を必要とする。

もし整流区域全幅を図-3-8の l とし, 全長が $x=0 \sim B$ にあるとすれば, l, e, v_0, P_l' および $x=0$ および B における U に対する境界条件を既知として(3-16), (3-18) および(3-22)式を解き P_l あるいは \bar{p}, v_l, U の変化を求められる。あるいは逆に v_l を既知として P_l, U, e を未知数とすることもできる。後者の場合にはまず(3-16), (3-18)式のみによつて P_l, U を求めた後(3-22)式によつて e を独立に計算するのでやや簡単である。

以上の基礎式を解く場合, 一般に粘性の影響はさわめて小さく, これを無視することはまず問題はないと思われる。しかし1次元解析法をとるため必然的に u の分布形を仮定する必要があり, 実際問題としては l がかなり小さいとして u の分布が y 方向に一様とするなどの近似化をしなければならない。この点に関し, 基礎式の適用限界を若干検討する余地が残されている。

5.4 流入きよと整流区域の幅が等しくかつ流入方向と直角に

整流する場合¹⁵⁾

図-3-9のごとき長さ B および幅 l のともに一定な矩形整流区域を考え, 流入水は $x=0$ において同じく幅 l の水路のみから平均速度 U_0 で導入され, $v_0=0$ とする。

上に導いた3つの基礎方程式のうち連続および運動方程式はそれぞれ,

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{v_l}{l}, \quad \dots\dots\dots (3-23)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\alpha_m U^2}{g}\right) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{\bar{p}}{\rho g}\right) \quad \dots\dots\dots (3-24)$$

と簡単になり, 整流孔における関係式(3-22)はそのまま用いられる。ただし(3-24)式は, (3-18)式において $l=\text{const.}$ とおくとともに, 粘性の影響を省略して $i_f=0$ とおいた。 $x=B$ における境界条件を,

$$(U)_{x=B}=0, \quad (\bar{p})_{x=B}=\bar{p}_B \quad \dots\dots\dots (3-25)$$

とし、これを用いて (3-23), (3-24) 式を積分すると、

$$U = \frac{1}{l} \int_x^B v_l dx, \dots\dots\dots (3-26)$$

$$\alpha_m \frac{U^2}{g} = \frac{\bar{p}_B}{\rho g} - \frac{\bar{p}}{\rho g} \dots\dots\dots (3-27)$$

を得る。

一方 (3-17) 式の第2式を連続方程式 (3-14) を用いて書きかえ、さらに粘性項を無視すると

$$\frac{u^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) = - \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (3-28)$$

となる。整流区域への流入は $x=0$, $y=0 \sim l$ の流入きよのみを通じて行なわれるから、 v/u の値は $y=0$ においては 0 であり、 $(u)_{y=l} = u_l$ として $y=l$ では v_l/u_l となるが、 v/u がこの間を直線的に変化するものと仮定すると、

$$\frac{v}{u} = \frac{v_l}{u_l} \cdot \frac{y}{l} \dots\dots\dots (3-29)$$

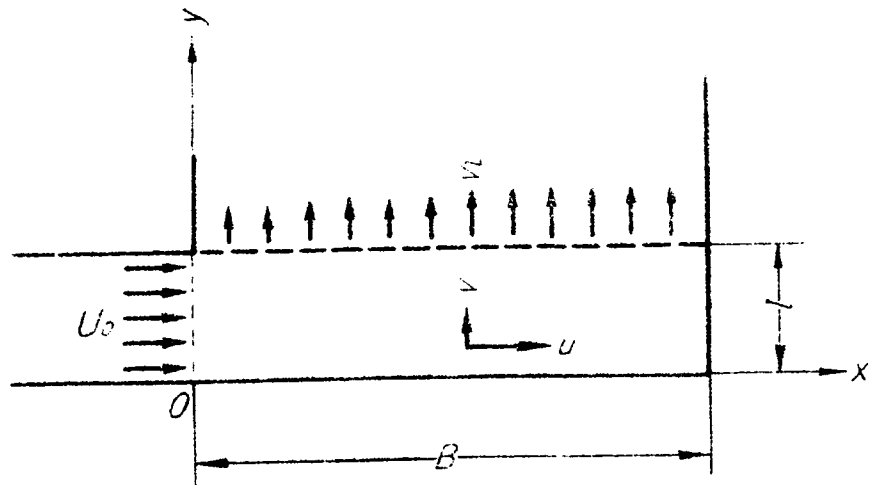


図-3-9 流入きよと幅の等しい矩形整流区域

となるから、これを用いて (3-28) 式を計算すると、

$$\frac{u^2}{g} \cdot \frac{y}{l} \left(\frac{1}{u_l} \frac{dv_l}{dx} - \frac{v_l}{u_l^2} \frac{du_l}{dx} \right) = - \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (3-30)$$

簡単のため u^2 の代りに $\alpha_m U^2$ を用い、かつ σ を一定として $u_l = \sigma U$ とかくと、(3-30) 式を $y=y$ から l までの範囲に積分することによつて、

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_l}{\rho g} + \frac{\alpha_m}{2g\sigma l} \left(U \frac{dv_l}{dx} - v_l \frac{dU}{dx} \right) (l^2 - y^2) \dots\dots\dots (3-31)$$

を得、(3-31) 式から y 方向の圧力分布を計算できることになる。(3-27) 式の \bar{p} は (3-31) 式を y について 0 から l まで積分して平均をとり、ついで (3-23) 式と (3-26) 式を代入して整理することにより、

$$\bar{p} = \frac{p_l}{\rho g} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \left(v_l^2 + \frac{dv_l}{dx} \int_x^B v_l dx \right), \dots\dots\dots (3-32)$$

また特に $x=B$ では

$$\frac{\bar{p}_B}{\rho g} = \frac{p_{lB}}{\rho g} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} v_{lB}^2 \dots\dots\dots (3-32)'$$

となる。ただし p_{lB} , v_{lB} はそれぞれ $(v_l)_{x=B}$, $(p_l)_{x=B}$ を示す。

(3-26), (3-32) および (3-32)' 式を (3-27) 式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{p_l}{\rho g} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \left(v_l^2 + \frac{dv_l}{dx} \int_x^B v_l dx \right) &= \frac{p_{lB}}{\rho g} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} v_{lB}^2 - \frac{\alpha_m}{g} \left(\frac{\int_x^B v_l dx}{l} \right)^2 \\ &\dots\dots\dots (3-33) \end{aligned}$$

いま、整流区域内の任意点の p と同じ x に対する p_l' との差を考え、第 3 章 (2-49) 式と同様な意味で、

$$\frac{p - p_l'}{\rho g} = Y \dots\dots\dots (3-34)$$

と定義し、 Y にも p と同様の添字を用いることにする。考察を進めている圧力槽を元の開水路に戻したとき Y は整流区域内水位の沈殿部水位からの高まりに相当する。整流壁の直接効果のみを求めるには、最も簡単な場合として(3-22)あるいは(3-34)式において $p'_l = \text{const.}$ とした場合を考えれば十分であり、また整流壁によつて均一な流れを得ることを目的とするならば、このような仮定によつて解析の目的は達せられるものとする。 $p'_l = \text{const.}$ とすれば(3-22)および(3-33)式はそれぞれ次のように変形される。

$$Y_l = \varepsilon \frac{v_l^2}{g}, \dots\dots\dots (3-35)$$

$$Y_l + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \left(v_l^2 + \frac{dv_l}{dx} \int_x^B v_l dx \right) = Y_{lB} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} v_{lB}^2 - \frac{\alpha_m}{g} \left(\frac{\int_x^B v_l dx}{l} \right)^2 \dots\dots\dots (3-36)$$

これら2式から Y_l を消去すると、次に示すとき v_l に関する微分方程式が得られる。

$$\alpha_m \left(\int_x^B v_l dx \right)^2 + \frac{\alpha_m l^2}{3\sigma} \frac{dv_l}{dx} \int_x^B v_l dx + l^2 \left(\frac{\alpha_m}{3\sigma} + \varepsilon \right) (v_l^2 - v_{lB}^2) = 0 \dots\dots\dots (3-37)$$

ここで、 $x=0 \sim B$ の間の v_l の平均値に対する各 v_l の比を

$$\frac{v_l B}{\int_0^B v_l dx} = \frac{v_l B}{U_0 l} = r \dots\dots\dots (3-38)$$

とかき、 r にも v_l と同じ添字を用いる。

さらに整流区域の幅と長さの比を

$$\frac{l}{B} = \eta \dots\dots\dots (3-39)$$

とかき、さらにあらためて

$$\frac{x}{B} = \xi \dots\dots\dots (3-40)$$

と定義すると、(3-37)式は無次元化されて、

$$\alpha_m \left(\int_{\xi}^1 r d\xi \right)^2 + \frac{\alpha_m \eta^2}{3\sigma} \frac{dr}{d\xi} \int_{\xi}^1 r d\xi + \eta^2 \left(\frac{\alpha_m}{3\sigma} + \varepsilon \right) (r^2 - r_B^2) = 0 \dots\dots$$

$$\dots\dots\dots (3-41)$$

となる。ただし r_B は $x=B$ または $\xi=1$ における r の値である。(3-41) 式を解けば整流孔の開口比従つて ε を与えた場合の r すなわち v_l の変化、あるいは逆に v_l を与えてそれに応ずべき開口比の変化を求めることができるが、まず最も普通に用いられる e 従つて ε が一定の場合について考察を進める。

(3-41) 式において、

$$\int_{\xi}^1 r d\xi = s \dots\dots\dots (3-42)$$

と置換すると、(3-41) 式は

$$\alpha_m s^2 - \frac{\alpha_m \eta^2}{3\sigma} \frac{d^2 s}{d\xi^2} s + \eta^2 \left(\frac{\alpha_m}{3\sigma} + \varepsilon \right) \left\{ \left(-\frac{ds}{d\xi} \right)^2 - r_B^2 \right\} = 0.$$

さらに $-\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{z}$ と変換すると、 $dz/ds = 2d^2 s/d\xi^2$ となるから

$$\frac{dz}{ds} - \frac{z}{s} = \frac{6\sigma}{\eta^2} s - \frac{6\sigma}{\alpha_m} \left(\frac{\alpha_m}{3\sigma} + \varepsilon \right) \frac{r_B^2}{s} \dots\dots\dots (3-43)$$

と変形される。(3-43) 式は z に関し一階線型であるからその解は C を積分常数として、

$$z = -\frac{\alpha_m s^2}{\eta^2 \varepsilon} + r_B^2 + C s^{(2+6\sigma\varepsilon/\alpha_m)}$$

となり、従つて

$$r = -\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{z} = \sqrt{r_B^2 + C s^{(2+6\sigma\varepsilon/\alpha_m)} - \frac{\alpha_m s^2}{\eta^2 \varepsilon}} \dots\dots (3-44)$$

を得る。

(3-44) 式から s の一般形を求めるにあたり、まず積分常数 C は次のように決定

することができる。図-3-9における整流区域へ流入する部分($x < 0$)の流れは、整流区域内自身の流れの影響を受け、整流壁の有無によつて流れの様相を異にするものと考えられる。しかしここでは整流壁の直接効果のみに注目しているから、流入きよ内では流れが整流壁の影響を受けず、常に y 方向に均等な流速 U_0 をもち、 y 方向の流速成分 v をもたないものと仮定する。従つて圧力分布も均等でなければならない。すなわち整流区域と流入きよとの接続断面 $x=0$ における圧力分布が連続すべきことから、 $x=0$ において y 方向の圧力勾配が0であるとする、(3-28), (3-29)式によつて、

$$-\frac{1}{\rho g} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{x=0} = \frac{U_0^2}{g} \left\{ \frac{\partial (v/u)}{\partial x} \right\}_{x=0} = \frac{U_0^2}{g} \left\{ \frac{d}{dx} \left(\frac{v_l}{\sigma U} \frac{y}{l} \right) \right\}_{x=0}$$

$$= \frac{U_0^2}{g} \left\{ \frac{1}{\sigma U_0} \left(\frac{dv_l}{dx} \right)_{x=0} - \frac{v_{l0}}{\sigma U_0^2} \left(\frac{dU}{dx} \right)_{x=0} \right\} \frac{y}{l} = 0$$

なる関係が成立し、(3-23)式を代入すると、上式から

$$\left(\frac{dv_l}{dx} \right)_{x=0} = - \frac{v_{l0}^2}{l U_0},$$

あるいは(3-38), (3-40)式の表示を用いると、

$$\left(\frac{dr}{d\xi} \right)_{\xi=0} = -r_0^2. \quad \dots\dots\dots (3-45)$$

ここに、 $v_{l0} = (v_l)_{x=0}$, $r_0 = (r)_{\xi=0}$ である。 $\xi=0$ においては $s=1$ であり、(3-44)式から

$$r_0^2 = r_B^2 + C - \frac{\alpha_m}{\eta^2 \varepsilon}, \quad \dots\dots\dots (3-46)$$

$$\left(\frac{dr}{d\xi} \right)_{\xi=0} = \left[\frac{\left\{ (2 + 6\sigma\varepsilon/\alpha_m) C s^{(1+6\sigma\varepsilon/\alpha_m)} - 2\alpha_m s / \eta^2 \varepsilon \right\} ds/d\xi}{2 \sqrt{r_B^2 + C s^{(2+6\sigma\varepsilon/\alpha_m)} - \alpha_m s^2 / \eta^2 \varepsilon}} \right]_{\xi=0}$$

$$= - \left(1 + \frac{3\sigma\varepsilon}{\alpha_m} \right) C + \frac{\alpha_m}{\eta^2 \varepsilon} \quad \dots\dots\dots (3-47)$$

なる関係が得られるから、これらを(3-45)式に代入して

$$C = \frac{\alpha_m r_B^2}{3\sigma\epsilon} \dots\dots\dots (3-48)$$

を得る。従つて (3-44) 式は

$$r = -\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{\frac{\alpha_m s^2}{3\epsilon} \left(\frac{r_B^2}{\sigma} s^{6\sigma\epsilon/\alpha_m} - \frac{3}{\eta^2} \right) + r_B^2} \dots\dots (3-49)$$

(3-49) 式において、 η の値の大小にわかわらず、整流効果を大きくするためには一般に e を小さくして $\epsilon = 1/2 c^2 e^2$ をかなり大きな値とする必要があり、 $\epsilon > 0$ においては $s < 1$ であるから $s^{6\sigma\epsilon/\alpha_m}$ はきわめて小さな値となる。通常、 $\eta < 1$ と考えられるから、結局多くの場合 $r_B^2 \cdot s^{6\sigma\epsilon/\alpha_m}/\sigma$ は $3/\eta^2$ と比較して無視することができ、これは (3-44) 式の C を 0 とおくことと等価である。しかるとき (3-49) 式は

$$-d\xi = \frac{ds}{\sqrt{r_B^2 - \alpha_m s^2/\eta^2\epsilon}} \dots\dots\dots (3-50)$$

と簡単になり、この解は C' を新たな積分常数として、

$$C' - \xi = \frac{\eta\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\alpha_m}} \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} r_B s \right)$$

あるいは

$$s = \frac{\eta\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\alpha_m}} r_B \sin \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} (C' - \xi) \right\} \dots\dots\dots (3-51)$$

従つて、

$$r = -\frac{ds}{d\xi} = r_B \cos \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} (C' - \xi) \right\} \dots\dots\dots (3-52)$$

となり、 $\xi = 1$ のとき $r = r_B$ であることから $C' = 1$ であり、

$$r = r_B \cos \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} (1 - \xi) \right\} \dots\dots\dots (3-53)$$

を得る。さらに (3-51) 式において $\xi=0$ のとき $s=1$ であるから、 r_B が

$$r_B = \frac{\sqrt{\alpha_m}/\eta\sqrt{\varepsilon}}{\sin(\sqrt{\alpha_m}/\eta\sqrt{\varepsilon})} \dots\dots\dots (3-54)$$

と決定され、結局 r は次のようにかける。

$$r = \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\varepsilon}} \cos \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\varepsilon}} (1-\xi) \right\} / \sin \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\varepsilon}}, \dots\dots\dots (3-55)$$

あるいは (3-22) 式によつてかきかえて

$$r = \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} \cos \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} (1-\xi) \right\} / \sin \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} \dots\dots (3-55)'$$

が得られ、 σ には無関係となつた。

一方、摩擦のない流出管路について、第3章においてすでに、管軸方向の流れの加速度を無視し、かつ管外の水頭を一定とした場合について流出量分布 r_0 を求める式を誘導した。その場合上下流端流量比が $U_L/U_0=0$ のときの解 (2-73) 式と比較すると、(3-55) あるいは (3-55)' 式が全く同じ形をしていることがわかる。いま取り扱っている整流区域の平均流についても U_L/U_0 に相当する $(U)_{x=B}/U_0$ は明らかに 0 であり、また整流壁通過後の $p'_t/\rho g$ も一定と考えている。圧力槽におきかえた整流区域の水深を H として、(2-54) 式で定義した流出孔の有効開口比 β を求めてみると、 $\beta = ceBH/lH = ce/\eta$ となり、(3-55)' 式は (2-73) 式と完全に一致することがわかる。すなわち (3-44) 式において、 C を含む項を 0 と近似した場合には、 y 方向の流れの加速度を無視した場合と同じ解を得ることから、(3-50) 式の一般解としては、(2-77) 式で求められる ξ_{c0} が $\xi_{c0} > 0$ となるときの特解 (2-73)' 式と同様なものを附加する必要があり、結局 (3-50) 式の一般解は、

$$\left. \begin{aligned} \xi_c &= 1 - \frac{\pi}{2} \frac{\eta}{\sqrt{2\alpha_m} ce} = 1 - \frac{\pi}{2} \frac{\eta\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\alpha_m}} \leq 0 \text{ のとき} \\ r &= \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} \cos \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} (1-\xi) \right\} / \sin \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta}, \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-56)$$

$\xi_c \geq 0$ のとき,

$$r = \begin{cases} 0, & 0 \leq \xi \leq \xi_c, \\ \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} \cos \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha_m} ce}{\eta} (1-\xi) \right\}, & \xi_c \leq \xi \leq 1 \end{cases}$$

とあらわすことができる。

(3-56) 式によつてわかるように、まず ξ が大すなわち流入部から遠ざかるほど、 r が大きくなり、特に $\xi_c > 0$ すなわち $\frac{ce}{\eta} > \pi/2\sqrt{2\alpha_m}$ となれば $\xi = 0 \sim \xi_c$ の間に $r = 0$ となる部分が生じ、 r の $0 \sim \xi$ 間の平均値は常に 1 であるから、 ξ の大きな部分で r の値はますます大きくなる。このことから逆に、 ce が小さく η が大きい方が、すなわち有効開口比が小さく、整流区域の幅が大きい方が r は全体に 1 に近くなつて整流効果のよいことは容易に推定できる。

(3-48) 式で与えられる C を 0 として (3-44) 式を解くことは上述のように整流区域内における v またはその加速度を無視したことに相当するが、 η が小さい場合には、整流区域の長さが幅を圧倒しており、基礎式の誘導に際しても述べたように y 方向の v そのものが u に比較して無視できるわけで、(3-49) 式の $3/\eta^2$ はこの効果を直接的にあらわしているものとみてよい。

η がある程度大きくなると、(3-50) 式によらず (3-49) 式を解かねばならない。しかし η が大きくなるとともに r の値が全体として 1 に近づいてゆき、その場合 $s = \int_{\xi}^1 r d\xi$ が 1 に近づく部分は、 $\xi = 0$ 附近のごくわずかの部分に限られてくるため、やはり (3-49) 式中の $r_B^2 s^{6\alpha_e/\alpha_m/\sigma}$ は $\xi = 0$ 附近を除いてほとんど無視できるわけで、 e が大きい場合には r の均等化とともに s の指数の値が増加して、(3-56) 式の適用可能領域はさらに広くなる。しかし反対に、 η が大きくても、 e が大きいと e がかなり小さい場合には、(3-56) 式の適用可能範囲は ξ の大きな側のかなり狭い範囲に限られてくることが想像される。このような場合には、まず r_B を仮定し、 $\xi = 1$ 、 $s = 0$ から出発して $r_B^2 s^{6\alpha_e/\alpha_m/\sigma}$ が $3/\eta^2$ に対して無視できる適当な範囲まで (3-53) 式によつて r 、 s を求め、ついで (3-49) 式を用いて数値積分を行なつてゆき $\xi = 0$ において $s = 1$ となるようにすればよい。あるいは (3-46) および (3-48) 式から

$$r_0^2 = r_B^2 \left(1 + \frac{\alpha_m}{3\sigma\epsilon} \right) - \frac{\alpha_m}{\eta^2\epsilon} \dots\dots\dots (3-57)$$

なる関係が得られるから、 r_B から r_0 を求めて $\xi=0$ 、 $s=1$ を数値積分の出発値とすることもできる。

(3-49) 式で計算される r の値は、同式からわかるように、 $r_B^2 s^{6\sigma\epsilon/\alpha_m/\sigma} > 0$ であるから、この項を 0 とおいた場合の結果である (3-53) 式によつて与えられる r よりも常に大きいはずである。従つてもし (3-54) あるいは (3-56) 式によつて定まる r_B を (3-49) 式の数値積分の出発値と仮定すれば、 $\xi=1$ において必ず $s > 1$ となる。従つて r_B をも含めて $\xi=1$ に近い部分の r の値は (3-56) 式の r より小さくしなければならない。そして $\int_0^1 r d\xi = 1$ となるためには、逆に、 $\xi=0$ に近い部分では (3-49) 式を厳密に解いた r の値が、(3-56) 式より大きな値をとることになる。このような考察によつて、(3-56) 式において $\xi_c > 0$ の場合であつても、 $\xi=0 \sim \xi_c$ の間の r はきわめて 0 に近くなることはあつても決して 0 にはならないことがわかる。

次に \bar{p} と p_l の関係に示した (3-32) 式を変形すると、

$$\bar{Y} - Y_l = \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2 \left(r^2 + s \frac{dr}{d\xi} \right) \dots\dots\dots (3-58)$$

を得る。いま (3-50) 式の関係が近似的に成立する区間を考えて、(3-53) 式を用いて、(3-58) 式を計算すると、

$$\begin{aligned} \bar{Y} - Y_l &= \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2 \left[r_B^2 \cos^2 \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} (1-\xi) \right\} + r_B^2 \sin^2 \left\{ \frac{\sqrt{\alpha_m}}{\eta\sqrt{\epsilon}} (1-\xi) \right\} \right] \\ &= \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2 r_B^2 \dots\dots\dots (3-59) \end{aligned}$$

となつて、 \bar{Y} と Y_l の差が一定値となることを示している。このような場合には、運動方程式 (3-27) の $\bar{p}/\rho g (= \bar{Y})$ のかわりに v_l を直接支配する $p_l/\rho g (= Y_l)$ を用いることができるわけで、当然 y 方向の Y の分布を考慮しない場合と同じ解を得られることになる。また (3-32) 式の $\bar{p}/\rho g$ を (3-31) 式の $p/\rho g$ に代入して、

$p=\bar{p}$ となるとき y の値 \bar{y} を求めると、

$$\frac{\bar{y}}{l} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (3-60)$$

の関係が常に成立することがわかる。以上の事実から、(3-50)、(3-53)あるいは(3-56)式などが近似的に成立する区間では、 y 方向の Y の分布形、すなわち y 方向の水面形は全く同じであり、ただ単に高さを変化するだけである。一方(3-49)式を用いて(3-58)式を計算すると、

$$\bar{Y}-Y_l = \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2 r_B^2 \{1-s^{(2+6\sigma\varepsilon/\alpha_m)}\} \dots\dots\dots (3-61)$$

となり一定値とはならない。しかし ε の増加とともに s が小さくなるにつれ(3-61)式は(3-59)式に近づいてゆく。 $\varepsilon=0$ すなわち流入端においては y 方向の圧力分布は均等と仮定しているが、このような流れが整流区域へ流入後漸次上述のような横断水面形をもった流れに移移してゆくわけで、(3-49)式はこの遷移領域の方程式であるということができよう。ただ r などの値を求める精度によつて遷移領域の大きさを明確に決定することはできないが、(3-59)式からもわかるように r_B が1に近づいて整流流速が均等となるほど \bar{Y} と Y_l の差が小さくなり、また $\eta \rightarrow 0$ となると $\bar{Y} \rightarrow Y_l$ となるから、これらは先に述べたようにいずれも遷移領域を小さくする要素である。

図-3-10は、 η および e の値の種々の場合について、(3-56)式によつて整流流速分布比 r を算出図示したもので、便宜上 $\alpha_m = \sigma = 1$ 、 $c = 1/\sqrt{1.5}$ としてある。これらは何れも ce が比較的小さい場合であるので、上述の遷移領域はほとんど考慮しなくてもよい例である。前述したように η を等しくとれば e の小さい場合、 e が等しい場合は η を大きくした方が r が均等になることがわかる。逆に(3-56)式において示した ε_c の値が0.320となる図-3-10(a)の $\eta=0.1$ 、 $e=20\%$ のような場合には、 $\varepsilon \approx 0 \sim 0.3$ の間では、折角整流壁を設けても整流孔を設けなかつたのとほとんど等しい状態となり沈殿部の流れは流入部の反対側へ向つて極端に偏流を生ずるものと考えられる。このような状態では、整流孔通過後、整流壁にそつた圧力分布 p/l が本理論で仮定しているような均一分布とはならないことが予想され、整流壁通過後の流速の大きい部分の方が整流孔外の圧力が低下することも考えられるから、このような偏流の傾向はさらに助長されるものと思われる。

図-3-11は(3-49)式を用いて r の遷移状態を求めた1例であつて、 ξ の全域にわたつて(3-56)式を用いた場合と比較してある。 y 方向の v の加速度を無視すると、 $r_B=2.000$ 、 $(r)_{\xi=0 \sim 0.215}=0$ となるのに対し、遷移領域の存在によつて、これらがそれぞれ、 $r_B=1.922$ 、 $r_0=0.062$ となり、若干ながら整流効果を上昇せしめていることになる。この場合の遷移領域はほぼ $\xi=0 \sim 0.5$ となつた。

以上のようにして整流流速 v_r の分布に関する無次元数 r の変化を得られたならば、(3-31)および(3-35)式によつて圧力(あるいは水面の高さ)の分布を求めることができるが、まず(3-35)式を(3-38)および(3-39)式の表示によつて表わした、

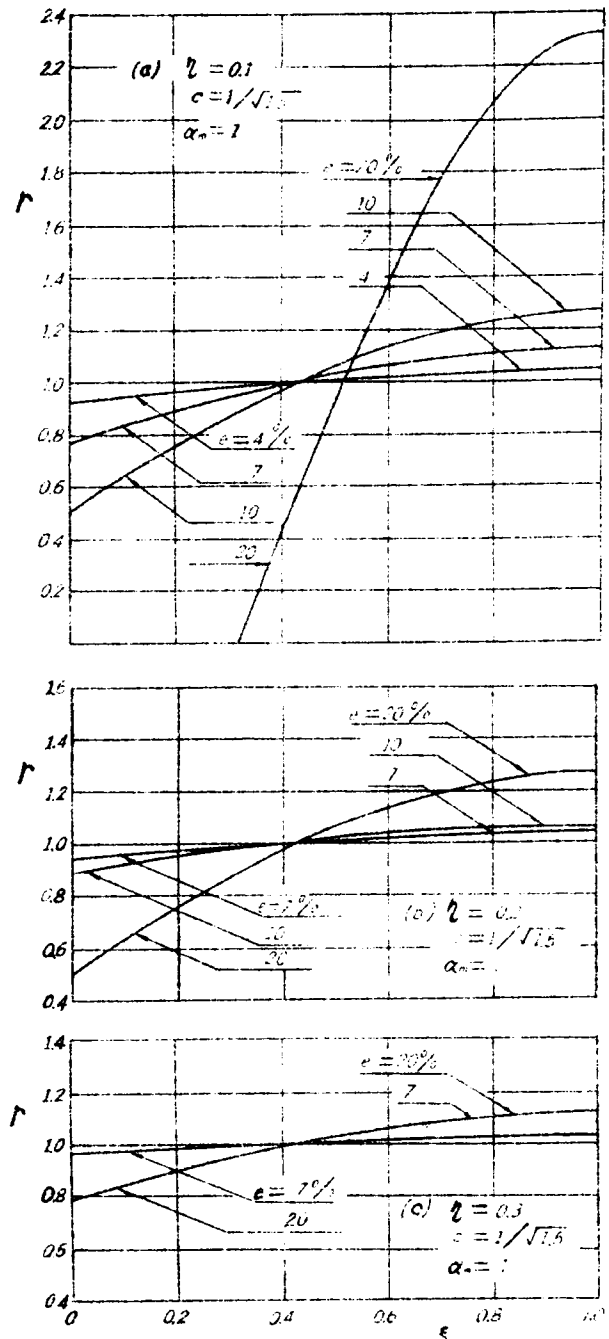


図-3-10 整流壁の開口比が一樣な場合の整流流速分布

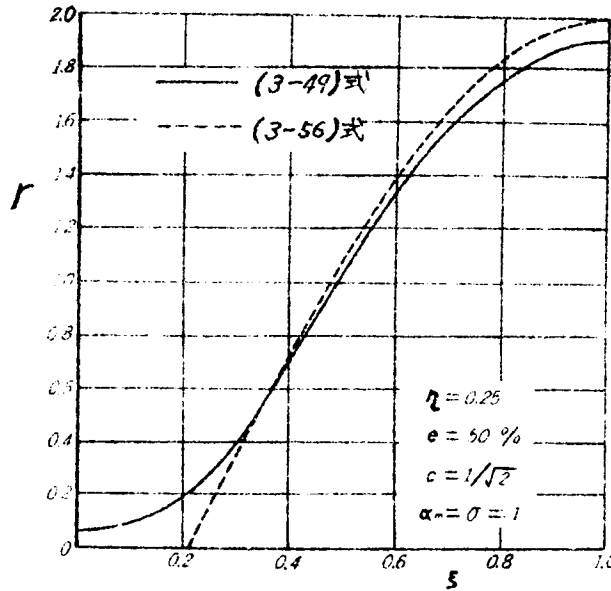


図-3-11 遷移領域における整流流速分布

$$Y_l = \frac{\varepsilon \eta^2 r^2 U_0^2}{g} = \frac{\eta^2 r^2 U_0^2}{2 g c^2 e^2} \dots\dots\dots (3-62)$$

によつて Y_l を求め、ついで同様に (3-31) 式をかきかえた

$$Y = Y_l + \frac{\alpha_m \eta^2 U_0^2}{2 g \sigma} \left(r^2 + s \frac{dr}{d\xi} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3-63)$$

によつて Y を求めればよい。(3-63) 式は (3-59) および (3-61) 式と全く同様にして、(3-56) 式が近似的に成立する区間では

$$Y = Y_l + \frac{\alpha_m \eta^2 U_0^2}{2 g \sigma} r_B^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \right\}, \dots\dots\dots (3-64)$$

遷移領域では

$$Y = Y_l + \frac{\alpha_m \eta^2 U_0^2}{2 g \sigma} r_B^2 \left\{ 1 - s^{(2 + 608/\alpha_m)} \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \right\} \dots (3-65)$$

となる。

図-3-12は図-3-11と同じ場合について整流区域内の y 方向の圧力分布の遷移の模様を、(3-62)、(3-64)および(3-65)式によつて描いたものである。

以上述べてきたように、整流孔の配置が一樣で e の値が整流壁にそつて変化しない場合には、そのような整流壁によつて完全に均等な整流流速を期待することは困難であつて、いかなる場合でも程度の差こそあれ必ず

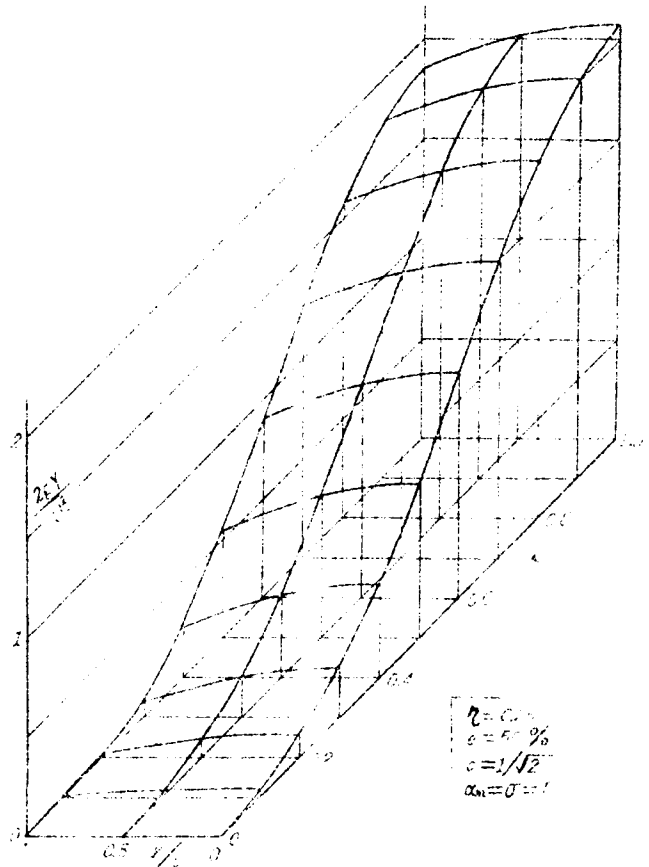


図-3-12 y 方向の水面曲線の遷移

流入部から遠い側へ偏流する傾向があることが明らかとなつた。従つて理想的な整流流速の分布すなわち v_f を一定にするためには、整流区域の幅 l あるいは整流孔の開口面積比 e を変化させる必要がある。ここでは矩形整流区域を考えているので l は一定とし、 e を変化させる場合を考察しよう。

v_f の値を既知とすれば(3-23)または(3-26)式によつて U を計算できるからこれを運動方程式(3-24)または(3-27)に代入し \bar{p} すなわち \bar{Y} を求め、この \bar{Y} を用いて(3-32)式によつて Y_f を得られるから、(3-35)式によつて e 従つて e を計算できることになる。運動方程式(3-27)に(3-26)式を代入し、 Y 、 r 、 s の記号を用いると、

$$\frac{\alpha_m (U_0 s)^2}{g} = \bar{Y}_B - \bar{Y} \dots\dots\dots (3-66)$$

とかき改められる。 v_l を均等にするとは $r = v_l B / U_0 l = 1$ とすることであるから、 $s = 1 - \xi$ となる。(3-32) 式をかきかえた(3-58)式において $r = 1$ 、 $dr/d\xi = 0$ とすると、

$$\bar{Y} = Y_l + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2,$$

$$\bar{Y}_B = Y_{lB} + \frac{\alpha_m}{3g\sigma} \eta^2 U_0^2$$

が得られるから、以上の関係から

$$\frac{\alpha_m U_0^2 (1 - \xi)^2}{g} = Y_{lB} - Y_l \dots\dots\dots (3-67)$$

となる。さらに(3-35)式のかわりに(3-62)式を用いると、 v_l を均等にするような e の値を e^* として

$$2\alpha_m (1 - \xi)^2 = \left(\frac{\eta^2}{c^2 e^{*2}} \right)_{x=B} - \frac{\eta^2}{c^2 e^{*2}}$$

となり、これから

$$e^* = \frac{e_B^* \eta}{\sqrt{\eta^2 - 2\alpha_m e_B^{*2} c^2 (1 - \xi)^2}} \dots\dots\dots (3-68)$$

が得られる。 $x = B$ における e^* の値 e_B^* 、 η 、 c などを与えれば(3-68)式によつて $r = 1$ とするための任意の点の開口比 e^* を計算することができるが、 ξ が小さい部分すなわち流入部に近いほど、 e^* を大きくしてゆかねばならないことがわかる。また理論的に可能な e^* の最大値は 1 であるが、実際施工するうえからは 0.4 ~ 0.5 より大きくすることは不可能と思われる。この最大値を e_{max}^* とすると、 $\xi = 0$ において $e^* \leq e_{max}^*$ という条件から、

$$e_B^{*2} \leq \frac{e_{max}^{*2} \eta^2}{\eta^2 + 2\alpha_m e_{max}^{*2} c^2} \dots\dots\dots (3-69)$$

なる関係が誘導できる。通常整流区域の幅 l を十分大きくとることはできないので $\eta^2 \ll e_{max}^{*2}$ であり、(3-69) 式は

$$e_B^{*2} < \frac{\eta^2}{2\alpha_m c^2} \dots\dots\dots (3-69)'$$

と近似できる。

図-3-13は

(3-69) 式によつて求めた e^* 分布の例であつて、 e_B^* が大きく、かつ η の小さいほど e^* を流入部に向つて急激に大きくしてゆかねばならないことは、ちょうど e を一定としたときの r の変化と表裏の

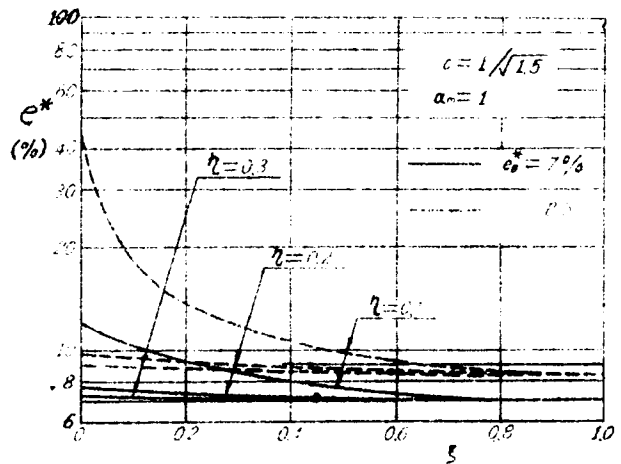


図-3-13 均等に整流するための整流壁開口比の変化

しかしながらここで

注意すべきことは、(3-63) 式が常に成立するためには、整流区域へ入つた流れはただちに、(3-63) 式において $r=1$ 、 $dr/d\xi=0$ を代入した場合の圧力分布形

$$Y=Y_l + \frac{\alpha_m \eta^2 U_0^2}{2g\sigma} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3-70)$$

をもつことが必要であるが、たとえば (3-44) 式の積分常数 C を決定する際に用いたような、 $\xi=0$ において (3-70) 式が $\partial Y / \partial y = 0$ なる条件を満たすことは不可能である。従つて、前にも述べたように、実際には流入きよ部分の流れも整流区域の流れに影響をうけつつ、また整流区域へ流入後もある遷移区間をへて漸次 (3-70) 式によつてあらわされる圧力分布形へ移行するものと思われる。一般に e を一様としたときの上

述の考察の結果から推して、 $\xi=0$ 附近の e^* を小さくした場合ほど、この遷移区間は小範囲にとどまるものと考えられる。

e^* を知って実際の整流孔の配置を決定するには、整流孔の中心間隔を S^* 、整流壁のある部分において単位高さあたりに設ける孔面積を a^* とすると、

$$S^* = \frac{a^*}{e^*} \dots\dots\dots (3-71)$$

となるが、もし S^* の分布をあらかじめ決めておけば、(3-71) 式からただちに各断面の a^* を求められる。逆に a^* をまず決定して (3-71) 式を満たすように整流孔の位置を決定するには、 $x=0$ の側から数えて第 n 番目の孔を設けるべき位置を x とすれば、 $x=0 \sim x$ 間にある孔の実数は $n-1/2$ と考えられるから、

$$n - \frac{1}{2} = \int_0^x \frac{dx}{S^*}$$

となる。従つて (3-71) 式によつて

$$n = \int_0^x \frac{e^*}{a^*} dx + \frac{1}{2} \dots\dots\dots (3-72)$$

が得られる。(3-72) 式によつて x と n の関係を描いておけば、図-3-14 のようにしてただちに各番号の孔を設けるべき位置を定めることができる。ただし $\int_0^B (e^*/a^*) dx$ が整数となるように a^* を選ぶ必要がある。

なお以上の考察はすべて整流孔における流量係数 c を一定として行なつてきたが、第3章において論じたように、流出のある場合には c が若干変化するはずである。しかし e の小さいことによつて、整流孔の β の値も一般に小さく、 $v_d \gg U$ と考えてよいから、図-2-35 における β_0 の値はかなり大きな範囲にあり、従つて c の変化はほとんど考慮する必要はないものと思われる。

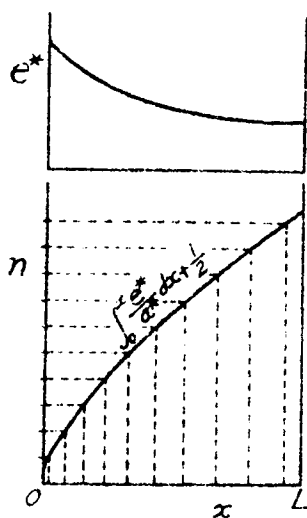


図-3-14 整流孔間隔の決定法

5.5 流入方向と平行に整流する場合¹⁵⁾

図-3-7のように流入の方向が整流壁と直角をなしており、従って整流しようとする方向が流入方向と平行の場合も通常多くみられる型式であり、特に流入が円管を通じて行なわれる場合が多い。ここでは二次元の問題を考察する関係上、前同様流入きよの断面は矩形でしかも整流区域と同じ深さをもっているものとする。さらに取り扱いを簡単にするため、流入きよが整流区域の一方に偏った図-3-15のような場合を考えること

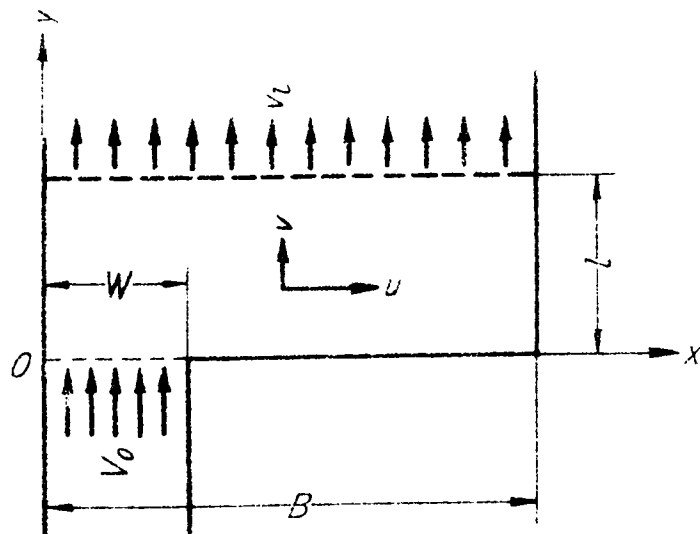


図-3-15 整流方向と平行な流入きよを片側に有する整流区域

にする。流入きよが整流区域の中央に位置する場合は当然左右半分を考えることであり、また任意の位置にある場合でも、流入きよの両側への流量配分率を試案によつて仮定することにより、流入量分布に応じた適当な位置で流入きよを2分すれば近似的に図-3-15の型式に帰せしめることが可能であろう。

前節と同様に、整流区域の長さおよび幅をそれぞれ B および l とし、図-3-15のように座標軸 x, y をとり、 $y=0$ 、 $x=0 \sim W$ の幅 W の流入口から一様な流速 V_0 をもつて流入するものとする。従つて x 方向に考える主流は V_0 を横流入、整流後流速 v_1 を横流出の流速とするような流れであると考えることができる。

5.5.1 逆流域、順流域の分割

まず図-3-15のごとき整流区域内の流れについて定性的な考察を行なつてみよう。

もし完全流体を仮定し等角写像法を適用したような場合は整流壁の開口をそれぞれ独立した吸込点と考えてその強さを与え、流線とポテンシャル変化とを求めることはできるが、一方一様開口比の整流壁における各部の y 方向の流れの相違をしらべるには、整流壁そのものを水理学的にいかなる性質のものとするかが問題であり、これを例えば断続した壁と扱おうと解析的取り扱いには著しく困難になろうし、またその面倒を完全にさけようとするれば整流壁を取り去つて考えることになり意味がない。実際の沈殿池におけるこうした配置での流れを模型的に考えると、 $x=W$ 上における x 方向の流速 u が $y=0$ からある範囲までは負の値をとることが予想され、それにともなつて $x < W$ における v は一たん V_0 より大きくなってから減少し、圧力も $y=0$ から整流壁に向つて一たん低下するものと思われる。 $x=W$ の上のある範囲で $u < 0$ となるためには、一たん整流壁の近くまで到達した流れが逆流してくる必要があり、結局みかけ上は実際の流入水量より多い量が循環しているものと考えられ、こうした現象は流体の渦動運動に、慣性粘性の影響が加わつて生じたものとみなすのが至当である。

そこでこのような現象をできるだけ簡単にあらわすため、図-3-16に示すように、整流区域の全長 B に対して $y=0 \sim f$ の幅 f なる区域を想定し、これを逆流域と称し、また $y=f \sim l$ 区域は逆流域に対して順流域と名づけ、前者には記号 $1'$ 、後者には $2'$ をつける。また特に説明の都合上必要のあるときは $x=0 \sim W$ の範囲を流入域、 $x=W \sim B$

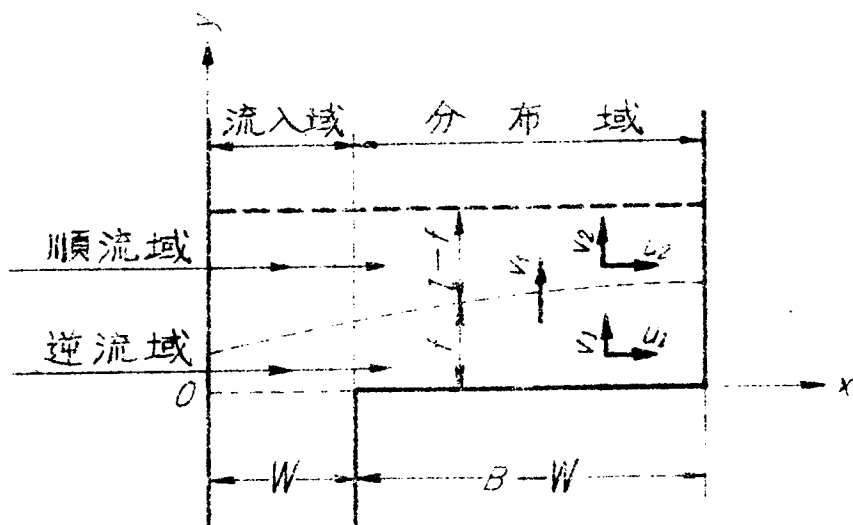


図-3-16 整流区域の分割

を分布域とし、それぞれ添字 i , および d をつけて区別する。

逆流域・順流域の境界上における y 方向の流速を v_f とかけ、また $y=0$ における流入流速を一般的に v_0 とかくと、逆流域、順流域とも x 方向に主流を想定して、逆流域では v_0 を流速とする流入量と v_f を流出流速とする流出量をもつ流れとなり、同様に順流域では、 v_f が流入、 v_l が流出流速となる。このように考えると逆流域、順流域のそれぞれに対して 5.3 で述べた基礎式を適用することができる。すなわち (3-16) および (3-18) 式から

$$\left. \begin{aligned} \text{連続方程式: } v_0 - v_f &= \frac{d}{dx} (U_1 f), \\ v_f - v_l &= \frac{d}{dx} \{ U_2 (1-f) \}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-73)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{運動方程式: } \rho \frac{d}{dx} (\alpha_m U_1^2 f) &= -f \frac{d\bar{p}_1}{dx} - (\bar{p}_1 - p_f) \frac{df}{dx}, \\ \rho \frac{d}{dx} \{ \alpha_m U_2^2 (1-f) \} &= -(1-f) \frac{d\bar{p}_2}{dx} + (\bar{p}_2 - p_f) \frac{df}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-74)$$

とかくことができる。ここに p_f は $y=f$ における圧力を示すものとする。また α_m は便宜上逆流域と順流域とで等しいものとし、前同様粘性の影響を省略している。

(3-74) 式中の \bar{p}_1 , \bar{p}_2 を求める場合にも、前節で用いた (3-28) 式をそのまま適用することができ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_1}{u_1} \right) &= - \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p_1}{\partial y}, \\ \frac{u_2^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_2}{u_2} \right) &= - \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p_2}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-75)$$

となる。 $y=f$ において $p=p_f$ の条件で (3-75) 式を y について積分すると、

$$\left. \begin{aligned} \int_y^f \frac{u_1^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_1}{u_1} \right) dy &= \frac{1}{\rho g} (p_1 - p_f), \\ \int_f^y \frac{u_2^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_2}{u_2} \right) dy &= \frac{1}{\rho g} (p_f - p_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-76)$$

となり、特に(3-76)式の第2式において $y=l$ とすると、

$$\int_f^l \frac{u_2^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_2}{u_2} \right) dy = \frac{1}{\rho g} (p_f - p_l) \dots\dots\dots (3-77)$$

として p_l と p_f の関係を得られる。(3-76)式をさらに、それぞれ $y=0 \sim f$, $f \sim l$ について積分して平均をとると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{f} \int_0^f dy \int_y^f \frac{u_1^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_1}{u_1} \right) dy &= \frac{1}{\rho g} (\bar{p}_1 - p_f), \\ \frac{1}{(l-f)} \int_f^l dy \int_f^y \frac{u_2^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_2}{u_2} \right) dy &= \frac{1}{\rho g} (p_f - \bar{p}_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-78)$$

が得られる。従つてもし u_1, u_2 の y 方向での分布形がわかつており、 v_1/u_1 および v_2/u_2 をそれぞれ、 U_1, v_0, v_f および U_2, v_f, v_l を用いてあらわしておけば \bar{p}_1 と p_f または \bar{p}_2 と p_f の関係を定めることができる。

最後に整流壁における流量方程式としては(3-22)式がそのまま成立する。すなわち

$$\frac{p_l - p_l'}{\rho g} = \frac{\varepsilon v_l^2}{g} \dots\dots\dots (3-22)$$

以上に示した(3-73), (3-74), (3-77), (3-78)および(3-22)式の合計8個の式を連立に解けば、整流区域内の流れの模様、圧力分布や整流効果を知ることができる。この場合既知の値として $\varepsilon, v_0, p_l', f$ を与えると、未知数が $v_l, v_f, U_1, U_2, \bar{p}_1, \bar{p}_2, p_f, p_l$ の合計8個となり、最後に(3-76)式によつて p_1, p_2 の分布も求めることができる。または v_l を既知として ε の変化を求めることもできる。

逆流域、順流域の考え方の導入によつて以上のような解析を行なおうとする場合に必要な f の値を実験によつてある程度推察することは可能である。しかし、逆流域と順流域を導入した取り扱い方法が理論上の仮定に過ぎないから必ずしも f の明確な値を把握されとは限らない。特に流入部の幅 B がある程度狭くなつてくると、流入域内においても逆流域と順流域の x 方向の2つの主流を考えると自身に疑問が生じうる。従つて f を与えて以上に述べた関係式を解くことは、 y 方向には水の流通が全く自由であるが、 x 方向にはそれを許さないような仮想的な鉛直カーテンを整流区域の $x=0 \sim B$ の内の任

意の位置 $y=f$ に考えて、これにより矩形領域を仮に逆流域、順流域とよぶ2つのベルト状領域に分離した場合、整流流速あるいは圧力の分布がどのようなようになるかを求めることになる。従つてこのような場合の流れは元の、仮想カーテンを挿入しない場合のそれとは必ずしも等しいものではないはずである。カーテンの位置を種々移動してみたとき、もしカーテンの有無に拘わらず流れの状態に変化がなければ、はじめて与えられた矩形整流区域に対する解を得られるわけである。実際にはこのようなカーテンを挿入すれば、必ず大なり小なり流れの様子は変化することが考えられるが、流れの状態の変化を最も少なくしうるような位置があるはずで、逆流域、順流域の存在するという仮定が適合する程度によつてこの喰い違いの大きさが異なってくるであろう。このような意味で、与えられた矩形整流区域内の流れを求めるためには f は当然 x の未知数函数とすべきであり、(3-73), (3-74), (3-77), (3-78) および (3-22) の合計8式では条件式の数が1個だけ不足することになる。5.3あるいは第3章においても述べたように、横からの流入を伴う集配水路の1次元的解析法においては必ず、連続方程式、運動方程式および流出入孔の大きさと圧力差の函数として流出入量を支配する方程式の3方程式を必要とする。整流区域を逆流域、順流域に分割しない場合には、(3-22) 式が上記の流出量方程式であるが、2つの領域に分けるため、(3-22) 式は整流壁通過後の沈殿部と順流域のみに関する条件式となり、逆流域と順流域の境界線 $y=f$ において何らかの方程式をたてる必要を生ずる。もし上述のような仮想的カーテンの挿入によつて流れの挙動に全く変化がなければ、 P は当然 $y=0$ から l まで連続的に変化するはずであるから、(3-75) 式で求められる $\partial P / \partial y$ の値が $y=f$ において、

$$\left(\frac{\partial P_1}{\partial y}\right)_{y=f} = \left(\frac{\partial P_2}{\partial y}\right)_{y=f} \dots\dots\dots (3-79)$$

を満足するようにすればよい。しかしながら以下に述べるように、逆流域、順流域の幅を一定とし、また u_1 , u_2 の分布が y 方向に一樣な場合を考えることは、結果的には仮想的なカーテンによつて実際の整流区域の流れをある程度ゆがめることになり、仮に (3-79) 式を成立させても、必ずしも整流区域の流れを忠実に再現できるとは考えられない。図-3-16に示したように流入域では $v_0 = V_0 = \text{const.}$ であるのに対し、分布域では $v_0 = 0$ となるので、上述の基礎式はすべて流入域と分布域について別々に成立することは明らかであり、本研究で用いている1次元的解析法で考慮すべき境界条件としては、

$x=W$ において

$$(U_{1i})_{x=W}=(U_{1d})_{x=W} \text{ および } (U_{2i})_{x=W}=(U_{2d})_{x=W}, \dots\dots\dots (3-80)$$

$$(\bar{p}_{1i})_{x=W}=(\bar{p}_{1d})_{x=W} \text{ および } (\bar{p}_{2i})_{x=W}=(\bar{p}_{2d})_{x=W} \dots\dots\dots (3-81)$$

を満たすだけで十分なはずである。しかし f の値如何によつては、図-3-17に示すようにたとえ \bar{p}_1 および \bar{p}_2 がそれぞれ逆流域および順流域において連続となつても、全般

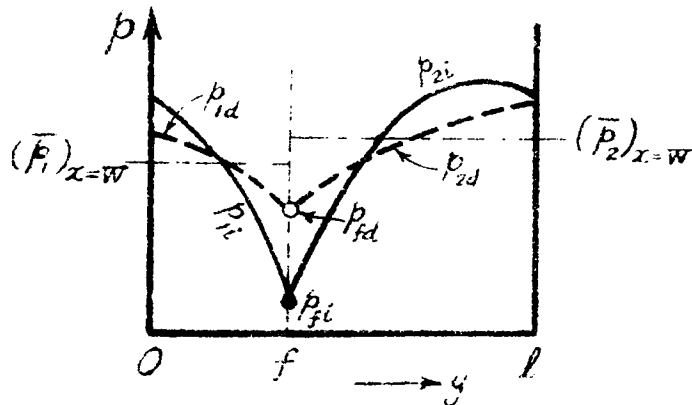


図-3-17 流入域，分布域境界における圧力分布

的な p の分布が $x=W$ の両側でかなり異なつた形になることが考えられる。従つて (3-79) 式を用いながつた結果図-3-17のように $y=f$ において p の分布が不連続となることを許容すれば、

$$(p_{1i})_{x=W}=(p_{1d})_{x=W} \text{ および } (p_{2i})_{x=W}=(p_{2d})_{x=W} \dots\dots\dots (3-82)$$

を (3-79) 式の代りに用いることによつて f を求めることができるはずである。またもし x に関する f の函数形を仮定することができ、任意の1断面のみの f の値を定めればよい場合には (3-82) 式のように p 分布を完全に一致させなくても、 $x=W$ 上の任意の1点の圧力、たとえば p_f を $x=W$ において連続させること、すなわち

$$(p_{fi})_{x=W}=(p_{fd})_{x=W} \dots\dots\dots (3-83)$$

を考慮すれば十分となる。(3-81) 式によつて \bar{p}_1 、 \bar{p}_2 が $x=W$ においてそれぞれ

すでに連続するよう考慮されているから、(3-83)式によつて p_f のみを一致させることによつて $x=W$ における P_i 分布と P_d 分布の全般的な形をかなり等しくすることができはらず、 v_0 が急激に変化する $x=W$ 附近では前節で述べたような遷移領域が存在することを考慮するなら、 P の分布の若干の差異はある範囲の遷移領域内で漸次なくなるものと考えても差支えないであろう。

5.5.2 逆流域、順流域幅を一定とした場合の近似解

以上述べたような整流区域内の流れは、一種の境界値問題であつて、与えられた境界条件から数値積分によつて解を求めることができる。しかしながら、(3-80)、(3-81)式の他に、流入域および分布域の流れに対してそれぞれ $x=0$ および $x=B$ の両境界においても条件が与えられるため、1回の数値積分で両方の条件を満足することが困難である。従つて以下ではさらに近似の程度を下げて $f=\text{const.}$ とし、 u_1, u_2 の y 方向の分布が均等で、しかも整流の目的が完全に実現された $v_l=\text{const.}$ の場合を想定して、整流区域内の流れの様態を解析するとともに、必要な整流孔の開口比 e^* あるいは ε^* を求めることに限定すれば、上述の各式が簡単化されるとともに、またその結果から e あるいは ε が一樣なときの v_l の分布を推定することも不可能ではない。

以上のような考慮にもとづいて各基礎式を簡略化しつつ結合してゆくと、まず流入域($0 \leq x \leq W$)については次のようになる。逆流域および順流域における u の分布をおのおの同様とすれば $u=U$ 、 $\partial u / \partial x = dU / dx$ であり、連続方程式は(3-73)式から、 $v_0=V_0$ として

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_1}{dx} &= \frac{V_0 - v_f}{f}, \\ \frac{dU_2}{dx} &= \frac{v_f - v_l}{l - f} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-84)$$

となる。(3-84)式を(3-15)式に代入すると v の計算式を得られる。すなわち逆流域、順流域でそれぞれ v_1, v_2 として、

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= V_0 - (V_0 - v_f) \frac{y}{f}, \\ v_2 &= \frac{v_f(l-y) + v_l(y-f)}{l-f} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-85)$$

となるが、 v_1 は流入流速 V_0 から両境界の v_f へ、 v_2 は v_f から整流流速 v_l へ、それぞれ直線的に変化することになる。(3-85) 式を (3-76) 式に代入すれば、 p の分布形を求めることができるが、前同様整流壁外の p'_l を一定とし、(3-34) 式の表示に従って Y を用いると、 $df/dx=0$ 、 $dV_0/dx=0$ 、 $dv_l/dx=0$ であるから、

$$\left. \begin{aligned} g(Y_1 - Y_f) &= U_1 \frac{dv_f}{dx} \frac{f^2 - y^2}{2f} + \left\{ (v_f - V_0) \frac{f^2 - y^2}{2f} + V_0 (f - y) \right\} \frac{v_f - V_0}{f}, \\ -g(Y_2 - Y_f) &= U_2 \frac{dv_f}{dx} \frac{2l(y-f) - (y^2 - f^2)}{2(l-f)} - \left\{ v_f \left[2l(y-f) - (y^2 - f^2) \right] \right. \\ &\quad \left. + v_l (y-f)^2 \right\} \frac{v_f - v_l}{2(l-f)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-86)$$

となり、 Y_f と Y_l の関係は (3-77) 式に (3-85) 式を代入して、

$$2g(Y_f - Y_l) = U_2(l-f) \frac{dv_f}{dx} - (v_f^2 - v_l^2) \dots\dots\dots (3-87)$$

となる。同様に (3-78) および (3-85) 式によつて \bar{Y}_1 、 \bar{Y}_2 を計算すると、

$$\left. \begin{aligned} g(\bar{Y}_1 - Y_f) &= \frac{U_1 f}{3} \frac{dv_f}{dx} + (v_f - V_0) \left(\frac{v_f}{3} + \frac{V_0}{6} \right), \\ -g(\bar{Y}_2 - Y_f) &= \frac{U_2(l-f)}{3} \frac{dv_f}{dx} - (v_f - v_l) \left(\frac{v_f}{3} + \frac{v_l}{6} \right). \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-88)$$

こうして求めた \bar{Y}_1 、 \bar{Y}_2 は、運動方程式 (3-74) において $f = \text{const.}$ とし、かつ $x=0$ における境界条件

$$(U_1)_{x=0} = (U_2)_{x=0} = 0, \quad (\bar{Y}_1)_{x=0} = \bar{Y}_{1,0}, \quad (\bar{Y}_2)_{x=0} = \bar{Y}_{2,0} \dots (3-89)$$

を用いて $x=0$ から x まで積分した

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_{1,0} - \frac{U_1^2}{g}, \quad \bar{Y}_2 = \bar{Y}_{2,0} - \frac{U_2^2}{g} \dots\dots\dots (3-90)$$

によつて U_1, U_2 と関係づけられる。なお u の分布が一様であるから $\alpha_m = 1$ となる。

(3-89) 式を考慮すると, (3-88) 式から, $(Y_f)_{x=0} = Y_{f0}, (v_f)_{x=0} = v_{f0}$ として

$$\left. \begin{aligned} g(\bar{Y}_{1,0} - Y_{f0}) &= (v_{f0} - V_0) \left(\frac{v_{f0}}{3} + \frac{V_0}{6} \right), \\ g(\bar{Y}_{2,0} - Y_{f0}) &= (v_{f0} - v_l) \left(\frac{v_{f0}}{3} + \frac{v_l}{6} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-88)'$$

が得られるから, (3-88), (3-88)' 式を (3-90) 式に代入すると,

$$\left. \begin{aligned} Y_f + \frac{U_1 f}{3g} \frac{dv_f}{dx} + \frac{1}{g} (v_f - V_0) \left(\frac{v_f}{3} + \frac{V_0}{6} \right) &= Y_{f0} + \frac{1}{g} (v_{f0} - V_0) \left(\frac{v_{f0}}{3} + \frac{V_0}{6} \right) - \frac{U_1^2}{g}, \\ Y_f - \frac{U_2 (1-f)}{3g} \frac{dv_f}{dx} + \frac{1}{g} (v_f - v_l) \left(\frac{v_f}{3} + \frac{v_l}{6} \right) &= Y_{f0} + \frac{1}{g} (v_{f0} - v_l) \left(\frac{v_{f0}}{3} + \frac{v_l}{6} \right) - \frac{U_2^2}{g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-91)$$

を得, これら 2 式を辺々差引くと,

$$2 \frac{dv_f}{dx} \{U_1 f + U_2 (1-f)\} + (V_0 - v_l) (v_{f0} - v_f) = -6U_1^2 + 6U_2^2 \dots (3-92)$$

を得る。連続方程式 (3-84) を積分すると,

$$U_1 = \frac{1}{f} (V_0 x - \int_0^x v_f dx), \quad U_2 = \frac{1}{1-f} (\int_0^x v_f dx - v_l x) \dots\dots (3-93)$$

を得るから, (3-92) 式は

$$\begin{aligned} & 2f^2(1-f)^2 \frac{dv_f}{dx} (V_0 - v_l) x - f^2(1-f)^2 (V_0 - v_l) (v_f - v_{f0}) \\ &= 6 \left\{ -1(1-2f) \left(\int_0^x v_f dx \right)^2 + 2x \{ V_0(1-f)^2 - v_l f^2 \} \int_0^x v_f dx \right. \\ & \quad \left. - x^2 \{ V_0^2(1-f)^2 - v_l^2 f^2 \} \right\} \dots\dots\dots (3-94) \end{aligned}$$

と変形され、これが v_f に関する微分方程式である。

ここで (3-39) および (3-40) の式の表示による η および ξ を用い、さらに f と l の比を

$$\frac{f}{l} = \varphi \quad \dots\dots\dots (3-95)$$

とかくことにする。一方整流区域全体の連続方程式として当然

$$V_0 W = \int_0^B v_f dx = v_l B \quad \dots\dots\dots (3-96)$$

が成立するから、これから

$$\frac{V_0}{v_l} = \frac{B}{W} = \omega \quad \dots\dots\dots (3-97)$$

と定義する。 φ は逆流域と順流域の境界を示し、 ω は整流区域の長さと比較した流入口の大きさを示す無次元数で、 $0 < \varphi < 1$ 、 $\omega > 1$ である。また (3-38) 式と同様に、 $x=0 \sim B$ の間の v_f の平均値すなわち v_l に対する v_f の比を

$$\frac{v_f B}{\int_0^B v_f dx} = \frac{v_f}{v_l} = r_f \quad \dots\dots\dots (3-98)$$

とあらわすと、(3-94) 式の無次元表示式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & 2\varphi^2(1-\varphi)^2 \frac{dr_f}{d\xi} (\omega-1)\xi - \varphi^2(1-\varphi)^2 (\omega-1)(r_f - r_{f0}) \\ &= \frac{6}{\eta^2} \left[-(1-2\varphi) \left(\int_0^\xi r_f d\xi \right)^2 + 2\xi \left\{ \omega(1-\varphi)^2 - \varphi^2 \right\} \int_0^\xi r_f d\xi \right. \\ & \quad \left. - \xi^2 \left\{ \omega^2(1-\varphi)^2 - \varphi^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (3-99) \end{aligned}$$

ただし $r_{f0} = (r_f)_{\xi=0} = v_{f0}/v_l$ である。

(3-42) 式と同じように、流入域について

$$\int_0^\xi r_f d\xi = s_{fi} \quad \dots\dots\dots (3-100)$$

とおけば (3-99) 式は次のように変形される。

$$\frac{d^2 s_{fi}}{d\xi^2} = \frac{1}{2\xi} \left(\frac{d s_{fi}}{d\xi} - r_{fo} \right) - \frac{3(1-2\varphi)}{\eta^2 \varphi^2 (1-\varphi)^2 (\omega-1) \xi} \left\{ s_{fi} - \frac{\omega(1-\varphi) - \varphi}{1-2\varphi} \xi \right\} \\ \times \left[s_{fi} - \{ \omega(1-\varphi) + \varphi \} \xi \right], \dots\dots\dots (3-101)$$

以上の関係式は $A \leq x \leq B$ の分布域についても全く同様に考えればよく、ただ境界条件として $x=B$ において $U_1=U_2=0$ を考慮し、流入域に対する x の代りに $-(B-x)$ すなわち ξ のかわりに $-(1-\xi)$ 、 V_0 を 0 すなわち ω を 0 とおきかえ、添字 0 を B に、 i を d に変えればよい。流入域に対する (3-90)、(3-88)、(3-88)', (3-93)、(3-100) および (3-101) の各式に対応してそれぞれ次式が得られる。

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_{1B} - \frac{U_1^2}{g}, \quad \bar{Y}_2 = \bar{Y}_{2B} - \frac{U_2^2}{g}, \dots\dots\dots (3-102)$$

$$\left. \begin{aligned} g(\bar{Y}_1 - Y_f) &= \frac{U_1 f}{3} \frac{dv_f}{dx} + \frac{v_f^2}{3g}, \\ -g(\bar{Y}_2 - Y_f) &= \frac{U_2(l-f)}{3} \frac{dv_f}{dx} + (v_f - v_l) \left(\frac{v_f}{3} + \frac{v_l}{6} \right), \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-103)$$

$$\left. \begin{aligned} g(\bar{Y}_{1B} - Y_{fB}) &= \frac{1}{3} v_{fB}^2, \\ g(\bar{Y}_{2B} - Y_{fB}) &= (v_{fB} - v_l) \left(\frac{v_{fB}}{3} + \frac{v_l}{6} \right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-103)'$$

$$U_1 = \frac{1}{f} \left(-\int_B^x v_f dx \right), \quad U_2 = \frac{1}{l-f} \left\{ \int_B^x v_f dx + v_l(B-x) \right\}, \dots\dots (3-104)$$

$$\int_1^\xi r_f d\xi = s_{fd}, \dots\dots\dots (3-105)$$

$$\frac{d^2 s_{fd}}{d\xi^2} = \frac{-1}{2(1-\xi)} \left(\frac{d s_{fd}}{d\xi} - r_{fB} \right) - \frac{3(1-2\varphi)}{\eta^2 \varphi^2 (1-\varphi)^2 (1-\xi)} \\ \times \left\{ s_{fd} - \frac{\varphi}{1-2\varphi} (1-\xi) \right\} \{ s_{fd} + \varphi(1-\xi) \} \dots\dots (3-106)$$

ただし、 $\bar{Y}_{1B}=(\bar{Y}_1)_{x=B}$, $\bar{Y}_{2B}=(\bar{Y}_2)_{x=B}$, $Y_{fB}=(Y_f)_{x=B}$, $v_{fB}=(v_f)_{x=B}$,
 $r_{fB}=(r_f)_{x=B}=v_{fB}/v_l$ である。

(3-101) 式あるいは (3-106) 式を厳密に解くためには、 $\xi=0$ において $r_f=r_{f0}$, $s_{fi}=0$ および $dr_f/d\xi=0$ *) なる条件、あるいは $\xi=1$ において $r_f=r_{fB}$, $dr_f/d\xi=0$ *) なる条件から出発して数値積分を行なう必要があるが、 r_{f0} あるいは r_{fB} を仮定して計算をくり返しつつ、 $x=B$ における条件 (3-80) および (3-81) 式を満たすようにせねばならない。従つてこのような計算を簡単に行なうためには、(3-101) あるいは (3-106) 式の解を r_{f0} あるいは r_{fB} の函数としてあらわせるようにすることが好ましい。

いま流入域の $0 \leq \xi \leq 1/\omega$ に対して $r_f = \text{const.} = r_{f0}$ とすると、 $\frac{d^2 s_{fi}}{d\xi^2} = 0$, $s_{fi} = r_{f0} \xi$ となる。これらを (3-101) 式に代入すると、(3-101) 式の 1 つの解として次式をうる。

$$r_f = \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi}, \quad \dots\dots\dots (3-107)$$

$$\text{あるいは,} \quad r_f = \omega(1-\varphi) + \varphi \quad \dots\dots\dots (3-107)'$$

同様に分布域 $1/\omega \leq \xi \leq 1$ に対して $r_f = \text{const.}$ とすると (3-106) 式から

$$r_f = \frac{-\varphi}{1-2\varphi}, \quad \dots\dots\dots (3-108)$$

$$\text{あるいは,} \quad r_f = \varphi \quad \dots\dots\dots (3-108)'$$

を得る。

一方、(3-96) 式は

$$\int_0^1 r_f d\xi = 1 \quad \dots\dots\dots (3-109)$$

と変形され、流入域の r_f を (3-107) 式の値とするときは分布域では r_f を (3-108) 式の値とすれば (3-109) 式を満足し、また (3-107)' 式と (3-108)'

*) (3-88) および (3-90) 式をそれぞれ微分して組みあわせ、(3-84) および (3-89) 式を代入すれば求められる。分布域についても同様である。

式によつても (3-109) 式を満足させうる。結局逆流域の幅 f 従つて φ が一定の場合の1つの解として次式であらわせる r_f が考えられる。

$$r_f = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} & , \quad 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega} , \\ \frac{-\varphi}{1-2\varphi} & , \quad \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1 , \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3-110)$$

あるいは

$$r_f = \left\{ \begin{array}{ll} \omega(1-\varphi)+\varphi & , \quad 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega} , \\ \varphi & , \quad \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1 . \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3-110)'$$

このうち (3-110)' 式の r_f から v_f を求め、これを (3-93) または (3-104) 式に代入して U_1 および U_2 を計算すると、流入域では $U_1 = U_2 = (V_0 - v_l)\xi/\eta > 0$ 、分布域では $U_1 = U_2 = v_l(1-\xi)/\eta > 0$ となり、ともに φ の値には無関係で $U_1 = U_2$ となる。すなわち逆流域と順流域の区別がなくなる。これは (3-85) 式によつても明かなように $dv_1/dy = dv_2/dy$ となり、流入域においては v が V_0 から v_l へ、分布域においては 0 から v_l へ、ともに f の値に無関係に直線的に変化することになり、本節の最初にもふれたように、 $x=0$ において (3-81) 式を満足させることができない。一方 (3-110) 式によれば流入域では $U_1 = -U_2 = -(V_0 - v_l)\xi/(1-2\varphi)\eta$ 、分布域では $U_1 = -U_2 = -v_l(1-\xi)/(1-2\varphi)\eta$ となる。すなわち U_1 と U_2 は絶対値は等しいが向きが逆であり、 $V_0 > v_l$ であるから $\varphi < 1/2$ であれば流入域、分布域とも、 $U_1 < 0$ 、 $U_2 > 0$ となつており、 $\varphi > 1/2$ となればそれぞれの向きが逆転するが、いずれにせよ U_1 、 U_2 の値が φ の値に無関係ではなく、仮想的カーテンの挿入位置によつて流れの状態が変化することを示している。また流入域の r_f を流入流速 V_0 と v_l の比すなわち ω と比較すると、 $\omega > 1$ であるから

$$\varphi < \frac{1}{2} \text{ に対し, } \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} - \omega = \frac{\varphi(\omega-1)}{1-2\varphi} > 0$$

となり、 $\varphi < 1/2$ では v_f が V_0 がより一旦大きくなっている。同様に分布域では $\varphi < 1/2$ のとき $r_f < 0$ となり、 U の向きとも考えあわせて明らかに順流域をへて分布域へ入った流れの1部は逆流域へ逆流し、これがふたたび流入域へ還流して、流入域の v_f は V_0 より大きくなるわけである。このような場合には $x=D$ における境界条件(3-81)式を満足させることが可能となる。しかしながら、もし $\varphi > 1/2$ となると、(3-110)'式の場合のように流入域では $v_f < V_0$ 、かつ $\{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi) - \{\omega(1-\varphi)+\varphi\} = 2\varphi(1-\varphi)(\omega-1)/(1-2\varphi) < 0$ で(3-110)'式の v_f よりも小さく、同様に分布域では $v_f > 0$ かつ(3-110)'式の v_f より大きい。すなわち(3-110)'式の場合と異なる点は $y=0 \sim f$ の逆流域では順流状態であるが、順流域では逆流状態となることである。しかも $\omega/(\omega+1) > \varphi > 1/2$ の範囲では $v_f < 0$ となり、順流域を逆流して流入域に入った流れはふたたび流入域に向って逆流域へ入り、 $\varphi < 1/2$ の場合と全く逆の方向の循環を行なうことになる。以上(3-110)および(3-110)'式の各場合について流れの模様を略示し、それぞれに対して想定される $x=D$ における Y_i および Y_d 分布を示したものが図-3-18である。なお Y の分布については $\bar{Y}_{1,i}$ と $\bar{Y}_{1,d}$ をほぼ等しくした場合を描いてある。

以上の考察から図-3-15のごとき整流区域内の流れに対する1つの解として、(3-110)式による r_f をもとにしたものが妥当であり、図-3-18に示すように(3-81)式の成立の可能性から判断して、この場合の φ の値は $1/2$ より小なること、すなわち逆流域の幅 f が順流域の $l-f$ より小なることが推定できよう。しかしながら(3-110)式の r_f の値は $\xi=1/\omega$ において不連続となるから、このような流れは $y=f$ に想定したカーテンのほか、 $x=D$ の位置にも x 方向にだけ流通自由な、いま1つのカーテンを挿入した場合にだけ実現されるはずである。そこで(3-101)式および(3-106)式の一般解としては、実際の整流区域の流れが(3-110)式で与えられる、たとえば図-3-18(b)のような状態が少し変化したものであると考え、

$$\left. \begin{array}{ll} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega} \text{ に対し, } & r_f = \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} + \Delta r_f, \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1 \text{ に対し, } & r_f = \frac{-\varphi}{1-2\varphi} + \Delta r_f \end{array} \right\} \dots (3-111)$$

とおく。(3-111)の各式をそれぞれ(3-101)および(3-106)式に代

入し、さらに近似的に、それぞれ $(\int_0^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ および $(\int_1^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ を省略できるものとする、

$0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}$ に対し、

$$-\frac{\eta^2 \varphi(1-\varphi)}{6} \frac{d\Delta r_f}{d\xi} + \frac{\eta^2 \varphi(1-\varphi)}{12} \frac{\Delta r_f - \Delta r_{f0}}{\xi} = \int_0^\xi \Delta r_f d\xi,$$

$\frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1$ に対し、

$$\frac{\eta^2 \varphi(1-\varphi)}{6} \frac{d\Delta r_f}{d\xi} + \frac{\eta^2 \varphi(1-\varphi)}{12} \frac{\Delta r_f - \Delta r_{fB}}{\xi} = -\int_1^\xi \Delta r_f d\xi$$

..... (3-112)

が得られこれら兩式は全く同形となる。ただし $\Delta r_{f0} = r_{f0} - \{\omega(1-\varphi) - \varphi\} / (1-2\varphi)$ および $\Delta r_{fB} = r_{fB} + \varphi / (1-2\varphi)$ である。 $\xi=0$ において $\Delta r_f = \Delta r_{f0}$, $\xi=1$ で $\Delta r_f = \Delta r_{fB}$, また $\xi=0$ および 1 で $d\Delta r_f/d\xi = dr_f/d\xi = 0$ の条件から (3-112) 式を解くと、

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega} \text{ に対し, } \Delta r_f &= \Delta r_{f0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m K^m \Delta r_{f0} \xi^{2m}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1) \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4m-1)}, \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1 \text{ に対し, } \Delta r_f &= \Delta r_{fB} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m K^m \Delta r_{fB} (1-\xi)^{2m}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1) \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4m-1)} \end{aligned} \right\}$$

..... (3-113)

が得られる。ただし

$$K = \frac{12}{\eta^2 \varphi(1-\varphi)} \quad \text{..... (3-114)}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} F_{2m-1}(\zeta) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \zeta^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1) \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4m-1)}, \\ F_{2m}(\zeta) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m 2m \zeta^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1) \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4m-1)}, \end{aligned} \right\} \text{..... (3-115)}$$

$$F_{2m+1}(\zeta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \zeta^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)(2m+1) \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4m-1)} \quad \Bigg|$$

と定義して (3-113) 式をかきかえ, かつ $d\Delta r_f/d\xi$ および $\int \Delta r_f d\xi$ を求めると次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad \Delta r_f &= \Delta r_{fo} \{1 + F_{2m-1}(K\xi^2)\}, \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad \Delta r_f &= \Delta r_{fB} \{1 + F_{2m-1}\{K(1-\xi)^2\}\}, \end{aligned} \right\} \cdots (3-116)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad \frac{d\Delta r_f}{d\xi} &= \frac{1}{\xi} \Delta r_{fo} F_{2m}(K\xi^2), \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad \frac{d\Delta r_f}{d\xi} &= -\frac{\Delta r_{fB}}{1-\xi} F_{2m}\{K(1-\xi)^2\}, \end{aligned} \right\} \cdots (3-117)$$

および

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad \int_0^\xi \Delta r_f d\xi &= \Delta r_{fo} \xi \{1 + F_{2m+1}(K\xi^2)\}, \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad \int_1^\xi \Delta r_f d\xi &= -\Delta r_{fB} (1-\xi) \{1 + F_{2m+1}\{K(1-\xi)^2\}\}. \end{aligned} \right\} \cdots (3-118)$$

(3-111) 式を用いて上式を書きかえると, それぞれ,

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad r_f &= r_{fo} + \left\{ r_{fo} - \frac{\omega(1-\varphi) - \varphi}{1-2\varphi} \right\} F_{2m-1}(K\xi^2), \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad r_f &= r_{fB} + \left(r_{fB} + \frac{\varphi}{1-2\varphi} \right) F_{2m-1}\{K(1-\xi)^2\}, \end{aligned} \right\} \cdots (3-119)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad \frac{dr_f}{d\xi} &= \left\{ r_{fo} - \frac{\omega(1-\varphi) - \varphi}{1-2\varphi} \right\} \frac{1}{\xi} F_{2m}(K\xi^2), \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad \frac{dr_f}{d\xi} &= -\left(r_{fB} + \frac{\varphi}{1-2\varphi} \right) \frac{1}{1-\xi} F_{2m}\{K(1-\xi)^2\}, \end{aligned} \right\} \cdots (3-120)$$

および

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}, \quad s_f = \int_0^{\xi} r_f d\xi &= \xi \left[r_{fo} + \left\{ r_{fo} - \frac{\omega(1-\varphi) - \varphi}{1-2\varphi} \right\} F_{2m+1}(K\xi^2) \right], \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1, \quad s_f = \int_1^{\xi} r_f d\xi &= -(1-\xi) \left[r_{fB} + \left(r_{fB} + \frac{\varphi}{1-2\varphi} \right) F_{2m+1} \{ K(1-\xi)^2 \} \right], \end{aligned} \right\}$$

..... (3-121)

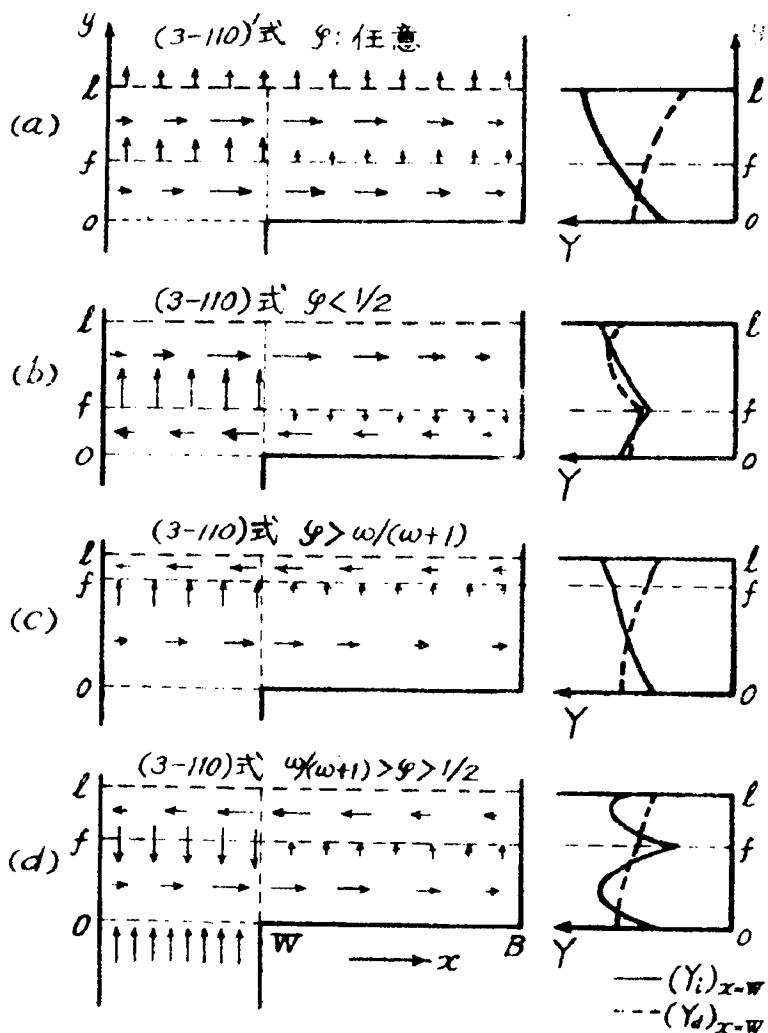


図-3-18 r_{fi} , r_{fd} が一定の場合の流状の分類

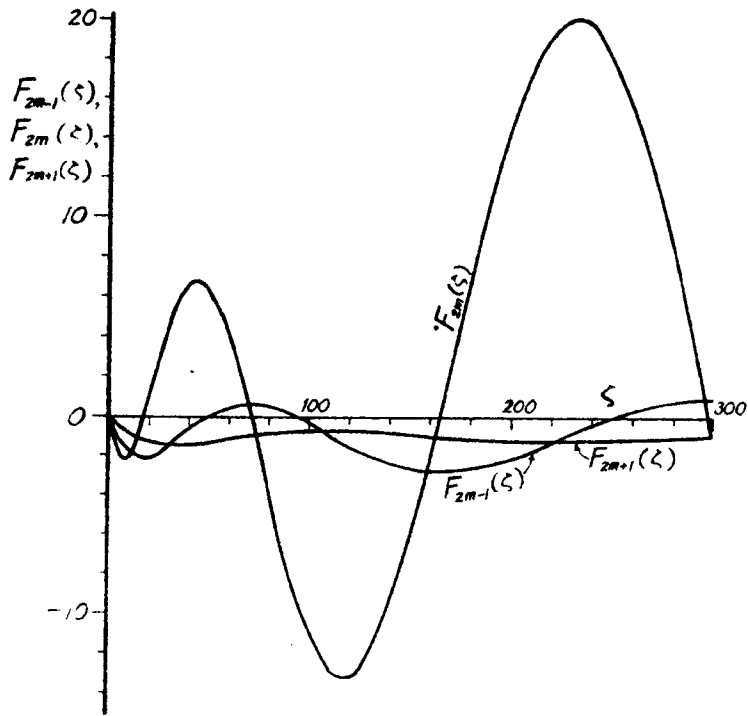


図-3-19 $F_{2m-1}(\zeta)$, $F_{2m}(\zeta)$ および $F_{2m+1}(\zeta)$

が得られる。 η および φ を与えると (3-114) 式によつて K が計算でき、さらに ω と、 r_{f0} および r_{fB} が定まれば、 (3-119), (3-120), (3-121) の各式によつて r_f , $dr_f/d\xi$, s_f を計算することができる。 K の値が比較的大きくなるため、 (3-115) 式で定義した函数 $F_{2m-1}(\zeta)$, $F_{2m}(\zeta)$ および $F_{2m+1}(\zeta)$ はかなり収斂がおそく、 ξ が大きくなると項数 m の数十項について計算する必要がある。 しかしながら ζ の種々の値に対し、あらかじめ計算しておき、図-3-19のごとく図表化しておけば便利である。

(3-119) 式はもとより (3-101) あるいは (3-106) 式の近似解であり、 (3-101) あるいは (3-106) 式から (3-111) 式で定義した Δr_f に関する微分方程式 (3-112) を誘導した際 $(\int_0^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ あるいは $(\int_1^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ を省略したのであるが、図-3-19においてみられるように、 $F_{2m-1}(\zeta)$, $F_{2m}(\zeta)$, $F_{2m+1}(\zeta)$ がすべて -1 を中心として振動しつつ ζ の増加とともに振動周期を増加してゆく。 しか

し前2者がともにその振幅を増してゆくのに反し $F_{2m+1}(\xi)$ はほかに比し振幅が小さいえ逆に減少してゆく減衰型であり、漸次-1に近づいてゆくことがわかる。従つて (3-116), (3-117) 式によつてわかるように $F_{2m-1}(K\xi^2)$, $F_{2m-1}\{K(1-\xi)^2\} = -1$, $F_{2m}(K\xi^2)$, $F_{2m}\{K(1-\xi)^2\} = 0$ となる局所を除いて $\int_0^\xi \Delta r_f d\xi$, $\int_1^\xi \Delta r_f d\xi$ の値は全般的に Δr_f あるいは $d\Delta r_f/d\xi$ に比し十分小さいといふことができ、 $(\int_0^\xi \Delta r_f d\xi)^2$, $(\int_1^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ を省略して解を求めたことの有用性がまず実証できるものと思われる。ただし (3-116) 式および図-3-19 の $F_{2m-1}(\xi)$ の形から明らかなように、 Δr_f は0を中央値として変動し、 r_f は $\{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi)$ あるいは $-\varphi/(1-2\varphi)$ を中心として変動する。そして変動の幅は、 $\Delta r_{f0} = r_{f0} - \{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi)$ あるいは $\Delta r_{f0} = r_{f0} + \varphi/(1-2\varphi)$ の絶対値が大きくなるほど広がる。従つて $|\Delta r_{f0}|$ あるいは $|\Delta r_{f0}|$ が大きくなると、特に $\xi=0$ あるいは1附近では $(\int_0^\xi \Delta r_f d\xi)^2$, $(\int_1^\xi \Delta r_f d\xi)^2$ が無視できないため若干の誤差を伴ふことも考えられる。なお、(3-119) ~ (3-121) 式の適用限界を考察するため、たとえば (3-101) 式に $\xi=0+\Delta\xi$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 s f_i}{d\xi^2}\right)_{\xi=\Delta\xi} &= \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} = \frac{1}{2\Delta\xi} \{r_f\}_{\xi=\Delta\xi} - r_{f0} \} \\ &\quad - \frac{3(1-2\varphi)}{\eta^2 \varphi^2 (1-\varphi)^2 (\omega-1) \Delta\xi} \left\{ \int_0^{\Delta\xi} r_f d\xi - \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \Delta\xi \right\} \\ &\quad \times \left[\int_0^{\Delta\xi} r_f d\xi - \{\omega(1-\varphi)+\varphi\} \Delta\xi \right] \dots\dots\dots (3-122) \end{aligned}$$

ここで、実際に (3-101) 式を数値積分する場合のように、 $\Delta\xi$ を微少量として $\xi=0 \sim \Delta\xi$ における r_f の値を r_{f0} と近似すると、

$$\begin{aligned} \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} &\cong - \frac{3(1-2\varphi) \Delta\xi}{\eta^2 \varphi^2 (1-\varphi)^2 (\omega-1)} \left\{ r_{f0} - \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \right\} \\ &\quad \times [r_{f0} - \{\omega(1-\varphi)+\varphi\}] \dots\dots\dots (3-122)' \end{aligned}$$

となる。 $\xi=0$ においては $(dr_f/d\xi)_{\xi=0} = 0$ であるから、(3-122) 式右辺第1項の正負は必ず (3-122)' 式の正負に同調し、 $\xi=0+\Delta\xi$ における $|dr_f/d\xi|$

は必ず (3-122)' 式によつて与えられる値より大きいことが明らかである。従つて $\xi=0+\Delta\xi$ における $dr_f/d\xi$ の正負の判定は (3-122)' 式のみにより行なうことができる。結局 $\varphi < 1/2$ 従つて $\{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi) > \omega > \omega(1-\varphi)+\varphi$ のとき, $\varphi > 1/2$ 従つて $\omega > \omega(1-\varphi)+\varphi > \{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi)$ の2つの場合に応じて,

$\varphi < \frac{1}{2}$ で, かつ

$$\left. \begin{aligned} r_{f0} &\geq \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \text{ あるいは } r_{f0} \leq \omega(1-\varphi)+\varphi \text{ のとき, } \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} \leq 0, \\ \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} &\geq r_{f0} \geq \omega(1-\varphi)+\varphi \text{ のとき, } \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} \geq 0, \\ \varphi &> \frac{1}{2} \text{ で, かつ} \\ r_{f0} &\geq \omega(1-\varphi)+\varphi \text{ あるいは } r_{f0} \leq \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \text{ のとき, } \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} \geq 0, \\ \omega(1-\varphi)+\varphi &\geq r_{f0} \geq \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \text{ のとき, } \left(\frac{dr_f}{d\xi}\right)_{\xi=\Delta\xi} \leq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-123)$$

となる。 $(dr_f/d\xi)_{\xi=1-\Delta\xi}$ について全く同様に判定でき, これらから $\xi=0$ および 1 附近における r_f の変化の模様を Δr_{f0} および Δr_{fB} の種々の値に対して略示したものが図-3-20である。図-3-20から明らかなように, r_{f0} または r_{fB} が (3-110) 式の値の上下にあるときは, r_f の変化は (3-119) 式の解が示す傾向と同じであるが, r_{f0} または r_{fB} が (3-110) 式の値から (3-110)' 式の値の方へ移動するにつれ (3-101) あるいは (3-106) 式の解は漸次 (3-110)' 式の一定値に近づき, r_{f0} あるいは r_{fB} がさらにこれらの値を通過すると, 逆に r_f は次第に $\omega(1-\varphi)+\varphi$ あるいは φ から発散してゆく函数となることがわかり, (3-119) 式によつてはこの模様を表わせないことが明白である。従つて (3-110)' 式を (3-119) ~ (3-121) 式における r_{f0} あるいは r_{fB} に対する第1の適用限界と考えることができる。

図-3-21は, 1' 例として $\varphi=0.210$ の場合につき r_{fB} に種々の値を与えて (3-106) 式を $\xi=1$ から数値積分して r_f を求め, この結果と (3-119) 式の近似解

とを比較したものであつて、実際に上の適用限界のほかに、 r_{fB} が(3-110)式の $-\varphi/(1-2\varphi)$ から(3-110)'式の φ とは逆の方向に離れた場合にも(3-119)式では不十分となる限界がある。図-3-21の $r_{fB}=0.205$ の場合のように、 r_{f0} あるいは r_{fE} が $\{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi)$ あるいは $-\varphi/(1-2\varphi)$ から適用限界の $\omega(1-\varphi)+\varphi$ あるいは φ にかなり近づいても、ある範囲^{*}を過ぎると、位相のみが移動した形で(3-119)式と同様の变化を示すことがわかる。

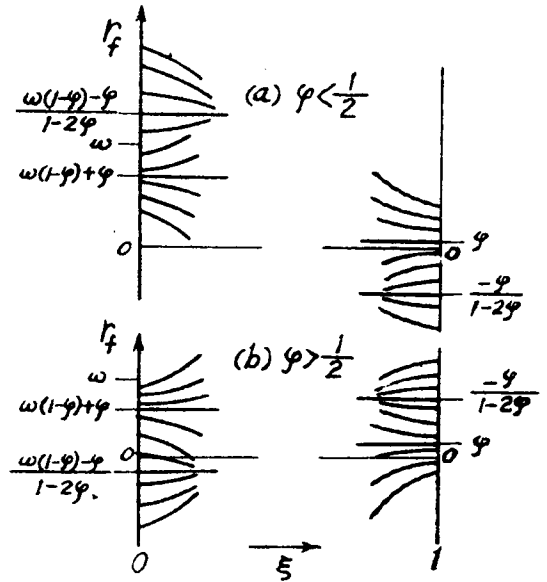


図-3-20 $\epsilon=0$ および 1 附近の r_f の変化

実際に φ , r_{f0} , r_{fB} を求めた際この r_{f0} , r_{fB} が上述のごとき(3-119)式の適用限界を超過していることも考えられるが、この解析が逆流域、順流域の幅をそれぞれ一定として流れを多少なりとも変形している関係上、ある程度の誤差は避けられないはずであり、(3-110)式があらわすような流れの模様を考察した結果にもとづき、一応 r_f の値が $\{\omega(1-\varphi)-\varphi\}/(1-2\varphi)$ あるいは $-\varphi/(1-2\varphi)$ を中央値として変動する(3-119)式によつて支配されるもの

^{*}) r_{f0} あるいは r_{fB} が(3-110)'式の値に近いときは、 ϵ あるいは $1-\epsilon$ の比較的小さな範囲について r_f は

$$\text{流入域: } r_f = r_{f0} + [r_{f0} - \{\omega(1-\varphi) + \varphi\}] F_{2m-1}^*(K\epsilon^2),$$

$$\text{分布域: } r_f = r_{fB} + (r_{fB} - \varphi) F_{2m-1}^*\{K(1-\epsilon)^2\}$$

によつて近似できる。 $F_{2m-1}^*(\zeta)$ は $F_{2m-1}(\zeta)$ と各項の絶対値が等しい無限正項級数の和である。

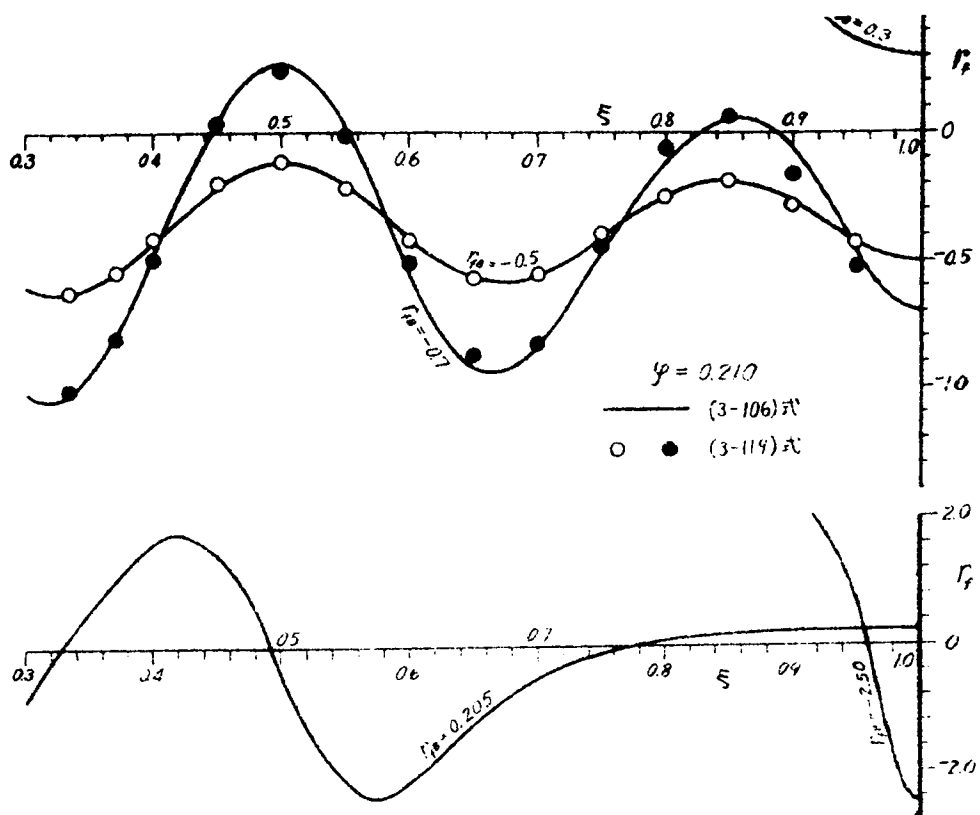


図-3-21 φ が一定の場合の r_f 分布の例

と考えて、以下の考察を進めることにした。

(3-119)～(3-121)式を計算する際、実際に与えられるのは整流区域の形状要素としての η および ω のみであり、 r_{f0} 、 r_{fB} および φ を求めなければならないが、これらを決定する条件が流入域と分布域の境界すなわち $\xi = 1/\omega$ における境界条件(3-80)、(3-81)および(3-83)式である。

まず(3-80)式について考えると、(3-93)および(3-104)式を代入することによつて、(3-80)式の両式はいずれも(3-96)式に一致し、従つて(3-80)、(3-96)の3式のうちいずれか1式を考慮すればよい。そこで(3-80)式の代りに(3-96)式をかきかえた(3-109)式を用いる。(3-121)式によ

つて $\int_0^1 r_f d\xi = \int_0^1 \frac{1}{\omega} r_f d\xi - \int_1^1 \frac{1}{\omega} r_f d\xi = 1$ の演算を行なうと、

$$\begin{aligned} & r_{fo} \left\{ 1 + F_{2m+1} \left(\frac{K}{\omega^2} \right) \right\} + (\omega - 1) r_{fB} \left\{ 1 + F_{2m+1} \left\{ K \frac{(\omega - 1)^2}{\omega^2} \right\} \right\} \\ &= \frac{\omega(1 - \varphi) - \varphi}{1 - 2\varphi} F_{2m+1} \left(\frac{K}{\omega^2} \right) - \frac{(\omega - 1)\varphi}{1 - 2\varphi} F_{2m+1} \left\{ K \frac{(\omega - 1)^2}{\omega^2} \right\} + \omega \dots \dots \\ & \dots \dots \dots (3-124) \end{aligned}$$

が成立する。あるいは (3-110) 式の解がすでに (3-109) 式を満たしているから、(3-118) 式を用いて、 $\int_0^1 \Delta r_f d\xi = 0$ から

$$\begin{aligned} & \Delta r_{fo} \left\{ 1 + F_{2m+1} \left(\frac{K}{\omega^2} \right) \right\} + (\omega - 1) \Delta r_{fB} \left\{ 1 + F_{2m+1} \left\{ K \frac{(\omega - 1)^2}{\omega^2} \right\} \right\} = 0 \dots \dots \\ & \dots \dots \dots (3-124)' \end{aligned}$$

としてもよい。

次に (3-90) および (3-102) 式から、 $x = W$ において

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{1W} &= \bar{Y}_{1,0} - \frac{U_{1iW}^2}{g}, & \bar{Y}_{2iW} &= \bar{Y}_{2,0} - \frac{U_{2iW}^2}{g}, \\ \bar{Y}_{1dW} &= \bar{Y}_{1B} - \frac{U_{1dW}^2}{g}, & \bar{Y}_{2dW} &= \bar{Y}_{2B} - \frac{U_{2dW}^2}{g} \end{aligned}$$

とかかれる。ただし添字 W は $x = W$ における値を示す。このように (3-80) 式が成立され、さらに (3-81) 式を成立させるためには、

$$\bar{Y}_{1,0} = \bar{Y}_{1B}, \quad \bar{Y}_{2,0} = \bar{Y}_{2B} \dots \dots \dots (3-125)$$

を満足させればよい。従つて (3-88)' および (3-103)' 式を組みあわせると、

$$\begin{aligned} Y_{fo} + \frac{v_{fo} - V_0}{g} \left(\frac{v_{fo}}{3} + \frac{V_0}{6} \right) &= Y_{fB} + \frac{v_{fB}^2}{3g}, \\ Y_{fo} + \frac{v_{fo} - v_l}{g} \left(\frac{v_{fo}}{3} + \frac{v_l}{6} \right) &= Y_{fB} + \frac{v_{fB} - v_l}{g} \left(\frac{v_{fB}}{3} + \frac{v_l}{6} \right), \end{aligned}$$

これら 2 式から

$$V_0^2 + v_{f0}(V_0 - v_l) + v_{fB} v_l = 0$$

が得られ、上式を v_l^2 で割ると、

$$\omega^2 + r_{f0}(\omega - 1) + r_{fB} = 0 \quad \dots\dots\dots (3-126)$$

となる。

最後に、(3-88) および (3-103) 式に、 $x=W$ における各値を代入すると、
(3-80)、(3-81) 式がすでに満されているから、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}_{1W} &= Y_{fiW} + \frac{fU_{1W}}{3g} \left(\frac{dv_{fi}}{dx} \right)_W + \frac{v_{fiW} - V_0}{g} \left(\frac{v_{fiW}}{3} + \frac{V_0}{6} \right) \\ &= Y_{fdW} + \frac{fU_{1W}}{3g} \left(\frac{dv_{fd}}{dx} \right)_W + \frac{v_{fdW}^2}{3g}, \\ \bar{Y}_{2W} &= Y_{fiW} - \frac{(1-f)U_{2W}}{3g} \left(\frac{dv_{fi}}{dx} \right)_W + \frac{v_{fiW} - v_l}{g} \left(\frac{v_{fiW}}{3} + \frac{v_l}{6} \right) \\ &= Y_{fdW} - \frac{(1-f)U_{2W}}{3g} \left(\frac{dv_{fd}}{dx} \right)_W + \frac{v_{fdW} - v_l}{g} \left(\frac{v_{fdW}}{3} + \frac{v_l}{6} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-127)$$

(3-127) 式の2式から $Y_{fiW} - Y_{fdW}$ を消去し、(3-112) 式を用いて $(dv_{fi}/dx)_W$ および $(dv_{fd}/dx)_W$ を求めて代入することによつても (3-126) 式を得られる。従つて (3-83) 式すなわち $Y_{fiW} = Y_{fdW}$ を (3-127) 式に代入し、かつ (3-93)、(3-104) 式の U_1 、 U_2 を用いて整理すると、

$$2 \frac{\omega-1}{\omega} \left\{ \left(\frac{dr_{fi}}{d\xi} \right)_{\xi=1/\omega} - \left(\frac{dr_{fd}}{d\xi} \right)_{\xi=1/\omega} \right\} = \omega^2 + (\omega-1)(r_{fi})_{\xi=1/\omega} + (r_{fd})_{\xi=1/\omega} \quad \dots\dots\dots (3-128)$$

となる。

以上の式から r_{f0} 、 r_{fB} および φ を決定するには、まず φ を仮定して、(3-124)、(3-126) 式を連立に解いて r_{f0} 、 r_{fB} を求める。ついで、これらの値と (3-119)、(3-120) 式によつて求めた $\xi=1/\omega$ における r_{fi} 、 r_{fd} 、 $dr_{fi}/d\xi$ 、 $dr_{fd}/d\xi$ の値が、(3-128) 式を満たすかどうか検討しつつ、 φ の仮定をくり返してゆけば

よい。ただ先にも述べたように、(3-83)あるいは(3-128)式は、 $x=\pi$ における流入域側の圧力分布と分布域側のそれを全般的に等しくするために選んだ条件であるから、必ずしも(3-128)式を厳密に成立させる必要はない。以上の条件を満たすような $(r_{f0}, r_{fb}, \varphi)$ は $\varphi > 1/2, U_1 > 0, U_2 < 0$ となる場合を含めた2組以上あることが考えられるが、(3-119)式が近似的に成立するための適用限界を考慮して、得られた解のうち最適のものを選ぶべきである。

こうして求めた r_f あるいは $dr_f/d\xi$ は $\xi=1/\omega$ において一般に不連続となる。実際の整流区域の流れではこれらの値も連続するはずであるから、(3-83)あるいは(3-128)式の代りに、たとえば $(r_{fi})_{\xi=1/\omega} = (r_{fd})_{\xi=1/\omega}$ というような条件も考えられるが、 $x=\pi$ では流入量の v_0 分布が急変しているにも拘わらず、解析の都合上これに対する遷移領域を考えていないので、これらの値が若干不連続になるのがむしろ当然である。 $(r_{f0}, r_{fb}, \varphi)$ の解の選択に際してはこのような点も参考にでき、 $(r_{fi})_{\xi=1/\omega}$ と $(r_{fd})_{\xi=1/\omega}$ あるいは $(dr_{fi}/d\xi)_{\xi=1/\omega}$ と $(dr_{fd}/d\xi)_{\xi=1/\omega}$ が非常に異なるようなものは不適当と考えられよう。

以上のようにして、 v_f と v_l との比 r_f が求められると、整流流速 v_l を一様にするときの整流区域内の流れの模様が一応決定することになり、 U_1, U_2 は(3-93)、(3-104)および(3-121)式を用いて、

$0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega}$ に対して

$$q_1 = \frac{U_1}{v_l} = \frac{1}{\eta\varphi} (\omega\xi - \int_0^\xi r_f d\xi) - \frac{\xi}{\eta\varphi} \left\{ \omega - r_{f0} - \left\{ r_{f0} - \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \right\} F_{2m+1}(K\xi^2) \right\}$$

$$q_2 = \frac{U_2}{v_l} = \frac{1}{\eta(1-\varphi)} \left(\int_0^\xi r_f d\xi - \xi \right) = \frac{\xi}{\eta(1-\varphi)} \left\{ r_{f0} + \left\{ r_{f0} - \frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi} \right\} \right.$$

$$\left. \times F_{2m+1}(K\xi^2) - 1 \right\},$$

$\frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1$ に対して

$$q_1 = \frac{-1}{\eta\varphi} \int_1^\xi r_f d\xi = \frac{1-\xi}{\eta\varphi} \left\{ r_{fb} + \left(r_{fb} + \frac{\varphi}{1-2\varphi} \right) F_{2m+1} \left\{ K(1-\xi)^2 \right\} \right\},$$

$$q_2 = \frac{1}{\eta(1-\varphi)} \left\{ \int_1^\xi r_f d\xi + (1-\xi) \right\} = \frac{1-\xi}{\eta(1-\varphi)} \left\{ -r_{fB} - (r_{fB} + \frac{\varphi}{1-2\varphi}) \right. \\ \left. \times F_{2m+1} \{K(1-\xi)^2\} + 1 \right\} \\ \dots\dots\dots (3-129)$$

が得られる。

次に $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, Y_f, Y_l$ などの圧力を計算するには、整流壁の開口比によつて Y_l が変化し、それをもとにして各点の圧力が定まる。しかしいま解析の目的としているのは一様な v_l を得るための開口比の分布を知ることであり、結局整流壁上の任意の点の開口比を与えることにより、他の任意の点における開口比と整流区域内の圧力分布が定まることになる。その具体的方法を以下に述べる。

Y_f と Y_l の関係を示す (3-87) 式に、(3-35) 式を代入して変形すると、

$$\frac{2gY_f}{v_f^2} = 2\varepsilon^* + \eta(1-\varphi) q_2 \cdot \frac{dr_f}{d\xi} + 1 - r_f^2 \dots\dots\dots (3-130)$$

となる。ただし ε^* は任意の点における所費の ε の値とする。いま $\xi=0$ において ε_0^* を与えたとすると、 $(q_2)_{\xi=0}=0$ 、 $(dr_f/d\xi)_{\xi=0}=0$ のゆえ、

$$\frac{2gY_{f0}}{v_f^2} = 2\varepsilon_0^* + 1 - r_{f0}^2 \dots\dots\dots (3-131)$$

を得る。従つて (3-88)' の第2式から

$$\frac{2g\bar{Y}_{20}}{v_f^2} = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{f0} (r_{f0} + 1) + \frac{2}{3} \dots\dots\dots (3-132)$$

が定まる。これを (3-90) の第2式に代入して得られる

$$\frac{2g\bar{Y}_2}{v_f^2} = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{f0} (r_{f0} + 1) + \frac{2}{3} - 2q_2^2 \dots\dots\dots (3-133)$$

によつて \bar{Y}_2 の分布を計算できる。 \bar{Y}_2 がわかればこれを (3-88) の第2式に代入し、

$$\frac{2gY_f}{v_l^2} = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{fo}(r_{fo}+1) + \frac{2}{3} - 2q_2^2 + \frac{2}{3}\eta(1-\varphi)q_2 \frac{dr_f}{d\xi} \\ - 2(r_f-1)\left(\frac{r_f}{3} + \frac{1}{6}\right) \dots\dots\dots (3-134)$$

として Y_f の分布がわかる。(3-134)式を(3-130)式と等値すると,

$$2\varepsilon^* = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{fo}(r_{fo}+1) + \frac{1}{3} r_f(r_f+1) - 2q_2^2 - \frac{1}{3}\eta(1-\varphi)q_2 \frac{dr_f}{d\xi} \dots\dots \\ \dots\dots\dots (3-135)$$

が得られる。この ε^* を(3-35)式に代入すれば Y_f の分布を求めうるし、また $2\varepsilon^* = 1/c^2 \varepsilon^{*2}$ であるから、整流孔の流量係数 c がわかっていれば、必要な ε^* を $1/\sqrt{2\varepsilon^*}$ として求めることができ、また前節(3-72)式を用いて整流孔の配置を決定することもできる。

(3-135)式の誘導はすべて流入域の関係式を用いたが、すでに $\alpha=\pi$ において \bar{Y}_2 および U_2 が連続するよう考慮を払ったから(3-90)式従つて(3-133)式は分布域に対しても拡張でき、また順流域においては、流入域と分布域とで \bar{Y}_2 と Y_f の関係式が(3-88)および(3-103)式の各第2式にみられるように同型であるから、(3-134)、(3-135)式も ξ の全域に拡張できることになる。従つて、(3-135)式において $\xi=1$ とすれば、

$$2\varepsilon_B^* = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} \{r_{fo}(r_{fo}+1) - r_{fb}(r_{fb}+1)\} \dots\dots\dots (3-136)$$

となるから、 ε_0^* の代りにまず ε_B^* を与えることもできる。ただ(3-135)式において、 $\xi=1/\omega$ においては、 r_f および $dr_f/d\xi$ は必ずしも連続しないので、流入域側と分布域側について2つの ε^* の値を求めなければならない。

Y_f が分れば(3-88)および(3-103)式の第1式によつて逆流域の \bar{Y}_1 を求めることができる。すなわち

$$0 \leq \xi \leq \frac{1}{\omega} \text{ に対し,}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{2g\bar{Y}_1}{v_f^2} &= \frac{2gY_f}{v_f^2} + \frac{2}{3} \eta \varphi q_1 \frac{dr_f}{d\xi} + 2(r_f - \omega) \left(-\frac{r_f}{3} + \frac{\omega}{6} \right), \\ \frac{1}{\omega} \leq \xi \leq 1 \text{ に対し,} \\ \frac{2g\bar{Y}_1}{v_f^2} &= \frac{2gY_f}{v_f^2} + \frac{2}{3} \eta \varphi q_1 \frac{dr_f}{d\xi} + \frac{2}{3} r_f^2. \end{aligned} \right\} \dots (3-137)$$

一方, (3-131) 式によつてすでに Y_{f0} が求められているから, (3-132) 式と同様に (3-88)' の第1式から \bar{Y}_{10} が

$$\frac{2g\bar{Y}_{10}}{v_f^2} = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{f0}(r_{f0} + \omega) + 1 - \frac{1}{3} \omega^2 \dots (3-138)$$

として求められるから, これを前同様分布域にも拡張することのできる (3-90) の第1式に代入した,

$$\frac{2g\bar{Y}_1}{v_f^2} = 2\varepsilon_0^* - \frac{1}{3} r_{f0}(r_{f0} + \omega) + 1 - \frac{1}{3} \omega^2 - 2q_1^2 \dots (3-139)$$

によつても \bar{Y}_1 が求められるはずである。しかし (3-137) 式と (3-139) 式で求めた2つの \bar{Y}_1 は必ずしも一致しない。(3-119) ~ (3-121) 式自身が近似解であり, また (3-90) 式あるいは (3-102) 式の U_1^2 および U_2^2 の値が $(\int dr_f d\xi)^2$ を省略したことによつて近似化されたことに原因している。しかるに Y_f の分布を求めるに当り, r_f の近似解を用いつつ順流域の運動方程式 (3-90) の第2式をそのまま使用したので, (3-137) 式においては, その誤差がすべて Y_f を経て \bar{Y}_1 に集中されていることになる。 Y_f を求めるに際して, 逆にまず (3-139) 式によつて \bar{Y}_1 を求め, ついで (3-137) 式によつて Y_f を求めれば, (3-137) 式と (3-130) 式から ε^* を求めることもできるが,**) この場合は (3-133) 式と (3-

**) 流入域では, $2\varepsilon^* = 2\varepsilon_0^* - r_{f0}(r_{f0} + \omega)/3 + r_f(r_f + \omega)/3 - 2q_1^2$

$- \{ 2\eta \varphi q_1 / 3 + \eta(1-\varphi)q_2 \} (dr_f/d\xi)$ となり, (3-135) 式と異なる。

また分布域では式型が変り不便でもある。

88) の第2式によつて求められる2つの \bar{Y}_2 が一致しなくなる。このような誤差によつて、(3-119)~(3-121)式の近似解の近似度を判断することが可能であるが、いま整流壁の ε^* を求めることに注目している以上、近似解の誤差を整流壁と離れている逆流域に集中しておく方が妥当と思われる。 η および ω が与えられると、(3-135)式の第2項以下は、各断面について定まつた値となり、 ε_0^* の与え方の如何を問はず $\varepsilon^* - \varepsilon_0^*$ は整流壁の各点について不変となる。従つて ε_0^* を大きくする場合すなわち ε_0^* を小さくする場合ほど $(\varepsilon^* - \varepsilon_0^*)/\varepsilon_0^*$ は小さくなり、 ε^* または e^* の変化率を少なくできることがわかる。これは5.2においても述べたように、エネルギー分布装置の共通の特徴で、整流孔の開口比を全般的に少なくする方が、 v_l をより一様にするのできることを示している。

実際問題としては、開口比の一樣な整流板を設けた際、得られる v_l の均等度を知つておく必要がある。いま第3章で述べた β_{max}/β_{min} 法と同じ考え方で、(3-135)式によつて得られた ε^* あるいは e^* 分布が比較的均等であるものとし、それらの平均値を $\bar{\varepsilon}^*$ あるいは \bar{e}^* とすると、 $\varepsilon = \bar{\varepsilon}^*$ あるいは $e = \bar{e}^*$ であるような一樣整流壁におきかえてもかなり均等で、かつ、平均値 \bar{v}_l が元の一樣なそれに等しいような v_l 分布を得られるはずである。従つて Y_l の分布はあまり変化しないものと考えられる。この場合の v_l 値の無次元表示に(3-38)式で定義した r を用いると、(3-35)式を用いて、

$$r = \frac{v_l}{\bar{v}_l} \approx \sqrt{\frac{8Y_l}{\bar{v}_l^2 \bar{\varepsilon}^*}} = \sqrt{\frac{\varepsilon^*}{\bar{\varepsilon}^*}} = \frac{e^*}{\bar{e}^*} \dots\dots\dots (3-140)$$

と近似できる。すなわち $e = \bar{e}^*$ とすれば、 r はほぼ e^* に逆比例することになり、一樣な整流孔配置による r の値の大略を求めることができる。

5.5.3 数 値 計 算 例

以上の近似計算法を用いた1例として、 $\eta = 1/3$ 、 $\omega = 3$ の場合につき数値計算例を示すことにする。

まず φ を適当に仮定しつゝ、(3-124)および(3-126)式を用いて r_{f0} 、 r_{fB} を求め、それらから(3-128)式をほぼ満足する φ を探することにより、表-3-1に示すとき φ 、 r_{f0} 、 r_{fB} を得た。これらのうち $\varphi > 1/2$ の場合には、前述したように整流区域内の流れが定性的にも推定できる方向と逆になるからこれを除くことにする。また $\varphi = 0.375$ の場合には r_{f0} 、 r_{fB} が、ともに先に述べた近似解の適用限界をはるか

表-3-1 φ, r_{f0}, r_{fB} の解 ($\eta=1/3, \omega=3$)

φ	0.210	0.375	0.550	0.792
$\frac{-\varphi}{1-2\varphi}$	-0.362	-1.500	5.500	1.356
$\omega(1-\varphi)+\varphi$	2.580	2.250	1.900	1.416
$\frac{\omega(1-\varphi)-\varphi}{1-2\varphi}$	3.724	6.000	-8.000	0.288
r_{f0}	-2.657*	-9.392*	-6.561	-3.500
r_{fB}	-3.686	9.785*	4.122	-2.000*

注) *は近似解が第1の適用限界外にあるものを示す。

に超過しているのでこれも妥当でない。 $\varphi=0.210$ については、 r_{f0} のみがこの適用限界を越えているが、 $\varphi=0.375$ の場合と比較してその程度が小さいから、一応整流区域内の代表的な流れの近似解を $\varphi=0.210$ の場合と考え、以下の計算を進めるとにした。

表-3-2に、(3-119), (3-120), (3-121), (3-129)式によつて求めた $r_f, dr_f/d\xi, \int_0^\xi r_f d\xi, q_1, q_2$ および整流孔の流量係数を $c=1/\sqrt{1.5}, e_0^*=8.00\%$ として(3-133), (3-135), (3-137)式を用いて求めた $2g\bar{V}_1/v_f^2, 2g\bar{V}_2/v_f^2, 2e^*, e^*$ の計算結果を示した。また図-3-22は r_f 、図-3-23は q_1, q_2 の変化の模様を図示したものであつて、 $\omega=3, \eta=1/3$ の整流区域において、整流流速を均等にする際の流れの挙動は整流孔の全般的な開口比の大きさには無関係に、常に図-3-22および図-3-23に示したものとなるわけである。 $r_f, dr_f/d\xi, 2e^*$ とも流入域と分布域の境界 $\xi=1/\omega$ でほとんど連続した結果を得られた。図-3-22において分布域 $\xi=1/3 \sim 1$ における r_f が正負の両側に亘つて振動しているので、表-3-2あるいは図-3-23にみられるように、 q_1, q_2 ともそれにとりなつた振動を示し、特に q_2 の向きはすべて正であるのに対し、逆流域内では部分的に負と正の値をくり返している。しかし $\xi=1/3 \sim 1$ の r_f の平均値は-0.282であり、全体としては q_1 は逆流していることになる。

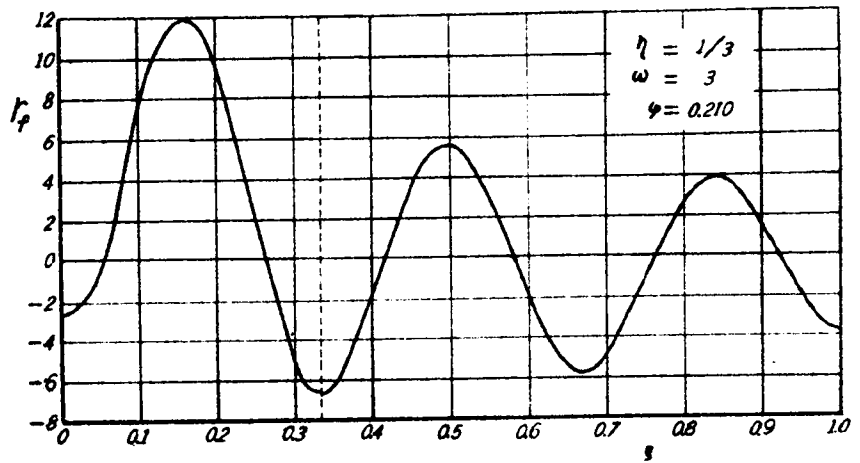


図-3-22 順流域，逆流域境界上の y 方向流速分布

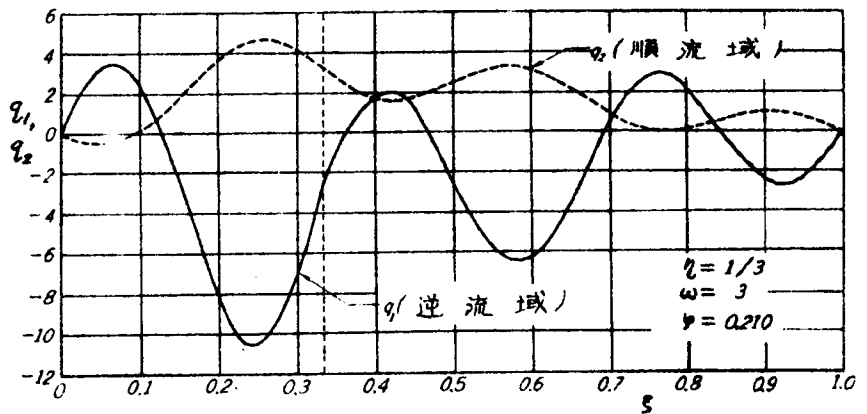


図-3-23 順流域，逆流域内の x 方向流速の変化

一方流入域 $\xi=0 \sim 1/3$ における r_f は最高値はかなり大きい，その平均値は 3.565 となり，流入口における $V_0/v_l = \omega = 3$ の割合の流速よりも多くなっている。従つてこの差の 0.565 相当分が上に述べた逆流域からの供給分となるわけである。図-3-22 あるいは図-3-23 からわかるように整流区域内の局部的に小さな循環が行なわれているが，全体としては整流区域内に大きな循環流の存在が数値的に実証できた

表-3-2 $\eta=1/3$, $\omega=3$ の場合の数値計算例 ($\varphi=0.210$, $K=650.995$)

	ξ	r_f	$\frac{dr_f}{d\xi}$	$\int_0^\xi r_f d\xi$	q_1	q_2	$2\epsilon^* = \frac{2gY_1}{v_f^2}$	$e^* \theta$	$\frac{2g\bar{Y}_2}{v_f^2}$	$\frac{2g\bar{Y}_1}{v_f^2}$	
										(3-137)式	(3-139)式
流入域	0	- 2657	0	0	0	0	234375	8000	233574	232678	232678
	0.05	0661	123791	-6081	3297	-0497	238179	7933	233060	238219	210938
	0.10	7470	131449	0121	2557	0080	253061	7698	233561	243446	219602
	0.15	11739	24673	0612	- 2317	1755	272794	7415	227414	221855	221941
	0.20	9409	-113263	1172	- 8176	5692	274997	7383	206312	167176	98984
	0.25	2224	-172032	1485	-10494	4688	262134	7563	189619	128133	12430
	0.30	- 5101	- 93163	1399	- 7123	4172	239186	7917	198733	161961	131204
	0.3333	- 6575	12537	1188	- 2688	3246	220480	8247	212501	219790	218227
分布域	0.3333	- 6678	20069	1186	- 2688	3246	218755	8280	212501	219527	218227
	0.37	- 4700	83153	0968	0451	2272	211797	8415	223250	256933	232271
	0.40	- 1652	109969	0874	1797	1801	209404	8461	227087	270861	226220
	0.45	3564	83160	0929	1021	1817	218463	8286	226971	258980	230593
	0.50	5565	- 5318	1174	- 2491	2561	233164	8019	220457	220073	220263
	0.55	3082	- 85163	1399	- 5703	3225	240410	7898	212773	188560	167630
	0.60	- 1808	- 96147	1436	- 6229	3175	240029	7905	213413	187500	155077
	0.65	- 5361	- 35519	1243	- 3471	2252	237578	7943	223431	213689	208582
	0.70	- 4959	48530	0962	0543	0995	233232	8016	231594	239982	232088
	0.75	- 1143	89615	0802	2827	0198	231325	8050	233496	248387	216694
	0.80	2600	59001	0850	2147	0189	234977	7988	233503	242573	223459
	0.85	3613	- 12853	1026	- 0377	0670	238882	7923	232676	232995	232394
	0.90	1589	- 68474	1167	- 2389	1015	238319	7931	231514	227809	221263
	0.95	- 1953	- 64486	1157	- 2246	0787	236748	7960	232335	229865	222589
	1.00	- 3686	0	1000	0	0	236207	7968	233574	232679	232678

ことになる。この場合、全流量と循環水量の比を循環率と定義すれば、実際の整流区域内に明確な流れの境界が存在しないため循環流量を把握することは困難ではあるが、一応上述したように流入する水量と、逆流域をへて分布域から流入域へ還流する流量の和をとれば、

$$\text{平均循環率} = \frac{\int_0^W v_f dx}{V_0 W} = \int_0^{1/\omega} r_f d\xi = 1.188 \dots \dots (3-141)$$

となる。

このように流入方向と直角に整流壁を設置して均一な整流流速を得るためには、流れの方向を整流壁によつて整流壁と平行な方向に屈折せしめ、しかもその1部は循環させられることになる。これをごく簡単に説明すれば、整流区域内での実流速をある程度保持させることによつて、運動方程式の流速項をできるだけ一定に保ち、それによつて圧力の変化を少なくしようとする作用のあらわれであり、整流区域が流入水に対してクッション的な役割を果しているものと解せられる。前節で述べた図-3-9のような形式の場合、理論的には実験的に観察されたごとく小規模のもの以外には大きな循環は生じない上、数値的な取り扱いも比較的簡単であつたことから、循環率の大小は整流域への流入型式に応じた完全整流の難易に密接な関係を有しているように思われる。また η および ω の多くの場合についても上述の循環率を求めることは非常に興味あることであるが、ここでは(3-141)式で与えられる循環率を上述の解のみをもとにして考察すると、 η の値がある程度小さくなれば K はかなり大きくなるので、 $F_{2m+1}(K\xi^2)$ または $F_{2m+1}\{K(1-\xi)^2\}$ がほとんど1に近づいて、その場合(3-121)式を用いると、

$$\int_0^{1/\omega} r_f d\xi \cong 1 + \frac{\omega-1}{\omega} \cdot \frac{\varphi}{1-2\varphi} \dots \dots \dots (3-142)$$

となるから、流入口の幅が狭くなつて ω が大きくなるほど、循環率が大きくなることが推定できる。ただ ω を一定として η を小さくした場合には、 ξ が1に近い部分は、前節の図-3-9の形式と同様の流れになることが想像でき、また r_B が(3-110)'式で求めた φ に近づいて逆流、順流の区別がなくなることが予想できる。従つて循環が整流区域の全域にわたつては起らず、 ξ の小さい方のある範囲にとどまるであろうから、上述の解のみによつて $\int_0^{1/\omega} r_f d\xi$ の値を速断することはできない。本解析の段階では循環率

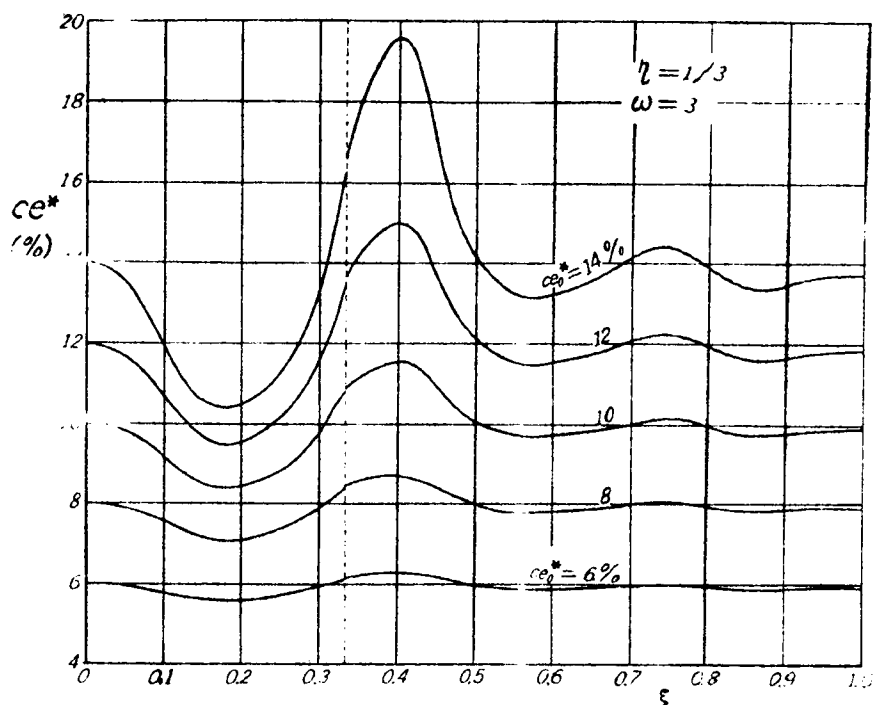


図-3-24 均等に整流するための整流壁開口比の変化

を η および ω の解析関数として表現することは困難であるので、個々の場合について、さらに近似度を高めた計算を行なうとともに、慎重な実験を行なつて検討することが必要であらう。

表-3-2には、 e^* の変化として $c=1/\sqrt{1.5}$ 、 $e_0^*=8.00\%$ の場合のみを示したが、 c 、 e_0^* から計算した $2e_0^*$ を与えれば、 η 、 ω を不変とするとき表-3-2から求められる $2(e_0^*-e^*)$ は各 ξ について固有の値であるから c および e_0^* の値が異なるときもこの結果を用いて容易に計算することができる。図-3-24は種々の ce_0^* を与えて、 v_l を一定とするための ce^* の変化を図示したものであつて、図-3-22および図-3-23の r_f および q_1 、 q_2 の変化に酷似した微妙な変化を必要とすることがわかる。実際問題としては、 e の値が一樣な整流壁を設けることが多いと思われるが、 $\omega=3$ 、 $\eta=1/3$ の場合には、表-3-2あるいは図-3-24のように、 $c=1/\sqrt{1.5}$ とすると $e=8\%$ 程度以下とすれば十分であらうと思われる。逆に全段門に開口比を大きくするほど、その変化を急激にすることになるが、特に $\xi=0.4$ 附近において e^* がほぼ最大となり、逆

に $2\varepsilon^* = 2gY_l/v_l^2$ は最低となる。 $2\varepsilon_0^* - (2\varepsilon^*)_{\xi=0.4} = 24.971$ であるから、
 $2\varepsilon_0^* = 24.971$ すなわち ce_0^* を約 20% とすると、 $2\varepsilon^* < 0$ となるから、このよう
 な場合にはもはや一様な整流流速を得ることは不可能となる。

またこの場合、 $2\varepsilon^*$ の最大値は $\xi = 0.18$ 附近において生じ、これと $\xi = 0.4$ にお
 ける最小値との差も一定である。 すなわち

$$\left(\frac{2gY_l}{v_l^2}\right)_{max} - \left(\frac{2gY_l}{v_l^2}\right)_{min} = 68.260 \dots\dots\dots (3-143)$$

となるが、実際沈殿池において仮に $v_l = 1 \text{ cm/sec}$ とすれば、 $(Y_l)_{max} - (Y_l)_{min}$ は
 僅々 0.035 cm に過ぎない。 従つてもし人為的原因として整流孔の開口比の設計を
 誤まつたり、また自然的にはごくわずかの水温差、密度差の存在や風の吹送作用の影響に
 よつて整流区域内の水深従つて Y が容易に変化することが想定され、理想状態を除けば、
 折角の整流壁の作用もきわめて不安定なものとなりかねない。 このような障害を解消して
 所期の目的通りの整流効果を発揮させるには、(3-143) 式において v_l を増加せし
 めることが必須条件で、また局部的に Y_l の変動の大きくなるような、換言すればかえつ
 て e^* の局部的変動が激しくなるような整流区域の形を選ぶべきであるといえる。 これ
 は e あるいは e^* を小さくして Y_l の絶対値を大きくすることとは意味が異なるから注意を
 要する。 このようないわば整流しにくい整流区域では、上述の考察結果によれば循環率
 を大きくすることと考えられるから、整流区域内の実質流速を、全般的にも局部的にも大
 きくすることに相当する。 v_l を増加することによつて、沈殿部の Froude 数を増加
 させ、循環率を増すことも、整流区域内の Froude 数を大きくすることである。 現状
 の水平流式沈殿池の Froude 数 (v_l^2/gH) が大体 5×10^{-7} 程度の非常に低いもの
 が多く、これにともなつて沈殿池内の水流が不安定で容積効率も非常に低くなる。 この
 点について Camp は v_l^2/gH を $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 程度にまで高めることが望ましいと提唱
 した¹⁸⁾ が、整流区域内の流れについて上に述べた事項は、この提唱を数値的に裏付ける
 ことができ、整流効果の上昇と相まつて沈殿部の水流の改善にも大いに資することになる。

次に図-3-25 は一様な開口比の整流壁を設置した場合の整流流速 v_l の分布比 r を
 (3-140) 式によつて求めたもので、以上と同じく $\eta = 1/3$ 、 $\omega = 3$ の場合につい
 て図-3-24 の e^* 分布を用いて計算したものである。 ただし (3-140) 式の誘
 導に際して仮定したように、整流区域内の圧力分布が $r = 1$ の場合と等しいものと考えて

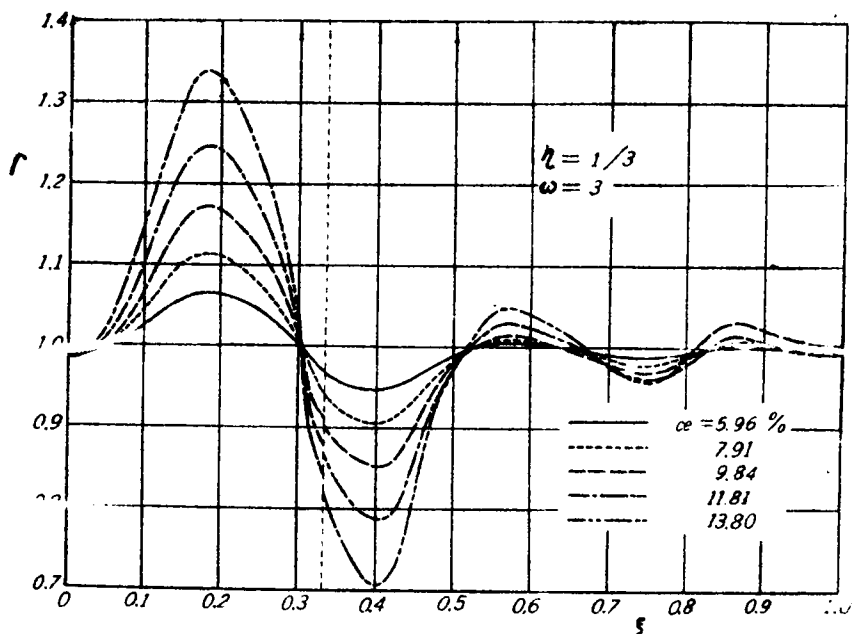


図-3-25 整流壁の開口比が一樣な場合の整流流速分布

いるから、 ce が大きくなつて、図-3-25のように r が大きく変動するようになると、 q_1 、 q_2 、 r_f などの分布も変つてくるから、 Y の分布も必然的に $r=1$ の場合と同じではなくなる。 r の最大値、最小値とか、それらの生ずる位置なども ce が大きくなるほど誤差が大ききことは当然である。流入域において r が大きくなることは一般に予期されるところであるが、それに接した分布域の1部で r が平均値に比較してかなり小さくなつてゐることは、整流壁の水理設計にあたり最も注意すべき点である。しかし以降の分布域では流入部から遠ざかるほど r の変動も少なくなつてゐる。

なお表-3-2に示した $2g\bar{Y}_1/v_f^2$ は、(3-137)式と(3-139)式の両方によつて求められる値を比較したが、圧力変動の模様はほぼ一致しているものの、近似法の誤差をすべて逆流域に集中したことになる(3-137)式による値は、 q_1 の値がその中央値から離れる場所ほど、圧力変動を誇張した形になつてゐる。表-3-1に示したように、流入域側の r_{f0} が若干近似解(3-119)式の適用限界を越えていることにより、流入域の $\xi=0.25$ 附近で $2g\bar{Y}_1/v_f^2$ の2つの値にやや大きな開きがみられるが、その他の部分ではほぼ満足できる結果を示している。

5.6 実験結果とその考察¹⁹⁾

以上の理論的考察結果を検討し、また近似法の精度を把握するため、実験を行なった。整流壁の効果をも含めて沈殿池あるいは沈砂池内の水流に関し、実際池あるいは模型を用いた実験によって、それらの性状の向上をはかることは、多くの研究者が常に意を用いてきたところである。しかしながら、これら従前の実験の大部分は、沈殿池内の水流がきわめて緩慢であるため、トレーサーを用いて水塊の実際流下時間を求め、これを公称滞流時間と比較する方法をとらざるを得なかつた。普通トレーサー物質は流入部において投入された後流出端における濃度の時間的变化が分析されるだけであるから、局所的な実際流速を求めることが困難であるばかりでなく、比較検討すべき因子が実験目的に対して間接的な役割しかもたないと考えられる場合もある。従つて、どちらかといえば、同様な場合についてかなり重複した実験が行なわれていると思えるのにも拘わらず、最終的に実験結果を比較して、沈殿池各種設備の機能の良否を決定する段階になると、どうしても実験者の主観によるかあるいは先例に従うにとどめるといつた状態であつた。この最も大きな原因は、ただ沈殿部における水流の整流という最終的な問題にのみ拘泥し、たとえば整流壁そのものの整流機構の解明が疎かにされたことである。すなわち、流入、整流、沈殿、流出を含めた複合された現象に対する解決を一きよに求めようとしたからである。

本研究においては、これらのうち最も基礎的な部分である、整流壁によつて惹起される整流部の流れと、それに伴う整流機構のみに問題を絞つたわけであるから、実験もこの目的に完全に一致したものであることが望ましい。しかも理論計算からわかるように、整流区域内の流れおよび整流流速分布とも、かなり微妙な分布を示す場合があるから、関係因子が多いほど整流壁の直接効果が変形され、理論解析の適否の判定があいまいになつてくるわけである。このような理由で、本実験に対しては、沈殿部を切りはなした整流部のみの実験装置を製作し、しかも理論解析に際して行なつた仮定をできるだけ忠実に実現するよう工夫をした。

5.6.1 流入きよと整流区域の幅が等しくかつ流入方向と直角に整流する場合

流入方向が整流区域内の主流の方向と等しく、かつ流入きよ幅が整流区域の幅に等しい場合の整流流速分布に関しては、5.4において述べた通り、側壁から流出のある一様管路の理論が、流入口附近のわずかの区間を除いて直接応用できることが明らかとなつた。また第3章において詳細に示したように、この理論が流出管路の実験結果ともよく一致し

た。従つて図-3-9に示したような整流区域内の実際現象が5.4で得られた(3-49)式あるいは(3-56)式によつて十分説明できることが推察される。

幅約700mm,長さ約1,500mm,深さ150mmの塩化ビニール板製の水槽の1端を実験整流壁によつて仕切つて,長さ $B=685$ mm,幅 $l=70$ mm, $\eta=l/B=0.102$ の整流区域とした。この実験装置の概略を図-3-26に示す。なお次項で述べる実験装置との区別を容易にするため,本装置を以下では「実験装置Ⅰ」と呼ぶことにする。 α_m あるいは $\sigma(=u_l/U)$ の値をなるべく1に近くするように整流区域に接続した流入水路には,3枚の導流壁を等間隔に挿入した。

実験に用いた整流壁は,厚さ10mmの塩化ビニール板に,鉛直,水平両方向とも10mm間隔に直径4.5mmの円孔を設けたもので, $e=15.90\%$ である。総流量はほぼ1,000 cc/secとし,水槽流出端にある制水井によつて整流区域内の水深を約7cmに調節保持した。

理論計算による整流効果を直接実験結果と比較するのに,もし流速の実測によろうとすれば,整流壁通過直前あるいは直後の y 方向の流速 v_l を実測しなければならない。実

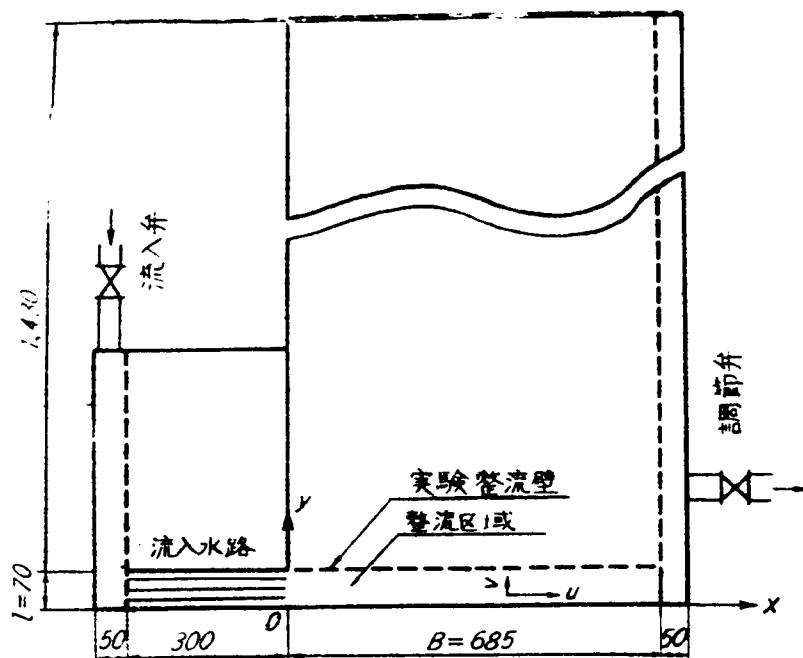


図-3-26 実験装置Ⅰ

実験装置Ⅰにおける v_f の平均値は、 $1,000 \div (68.5 \times 7) \cong 2 \text{ cm/sec}$ であり、実際池におけるものと同程度としたのであるが、これがかかなり遅いため、従来では主として色素あるいはその他のトレーサー物質のある一定時間内の移動距離によつていたわけである。しかしトレーサー法による場合には、密度流とか拡散、混合といった影響があるうえ、整流壁からかなり離れた位置にまでトレーサーの移動区間長をとる必要もあり、整流壁の直接効果を求めにくいといった欠点が考えられる。

このような微流速の正確な測定といったことも今後の1つの研究課題ではあるが、本実験装置Ⅰに対しては抵抗型の熱線微流速計²⁰⁾を用いてみた。この流速計は、直径4.0 mm、長さ7.0 mmの保護円筒の中央部に白金線ピックアップを備え、これがホエトストンブリッジに接続されている。最初、定常な流れの中におかれたピックアップに微弱な電流を通じブリッジの電流は0にしておく。ついで電流をある量だけ増したとき、ブリッジの電流を測定し、あらかじめ用意した検定曲線によつて流速を求めることができる。ピックアップ特性に関連した検定の精度に若干問題があるが、流速測定の方が定まっているときには割合便利であった。これを用いて整流壁通過後の流速を測定することにしたが、あまり測定位置を整流壁に近づけると、整流孔から噴出する流れと、またその1部が整流孔のない部分へ還流する影響などのため、整流板に平行な方向のわずかな位置のず

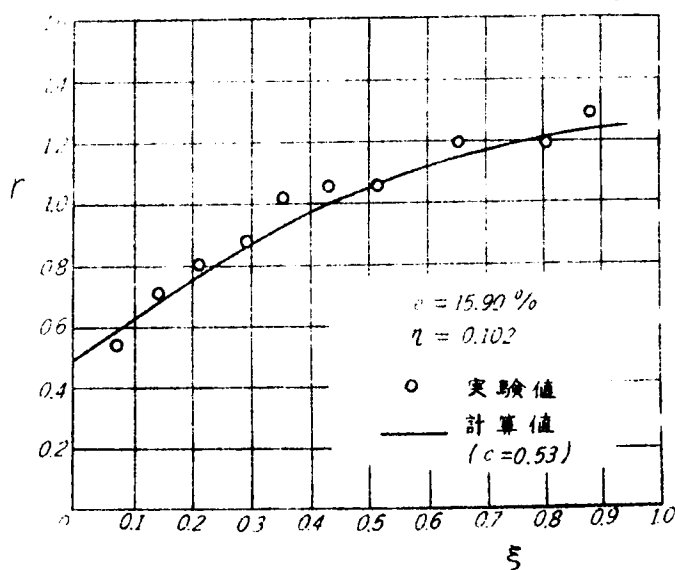


図-3-27 実験装置Ⅰにおける整流流速実測値と計算値との比較

れによつて、かえつて測定値に大きな散らばりの生ずることが想定されたので、ピックアップ保護円筒の1端を整流壁に接触させた位置で測定した。この位置においても、なお整流孔からの噴出の影響が残っているようであり、全流量を実測して求めた平均整流流速の2～3倍の値が得られた。しかしこの値が整流壁にそつて比較的滑らかに変化したので、これらが整流壁通過後の流速に比例するものと考え、測定値の平均値に対する各点の流速の比をもつて(3-38)式の r の値とした。

図-3-27は、 r の実測値を(3-56)式によつて求めた理論曲線と比較した1例で、整流孔の流量係数 c をほぼ0.53とすれば、理論値と実験値がかなりよく一致した。従つて整流壁の総面積に対する有効開口比 ce は $15.90 \times 0.53 \cong 8.4\%$ となる。

なお実験装置Iの流入部にメチルオレンジ水溶液を投入して、整流区域内の流状を観察したところによると、 $x=B$ 、 $y=0$ の隅角部でごく小規模の平面的な循環流が存在する以外は、比較的整然とした流線を示していたことから、 v/u が(3-29)式のように y 方向に直線的に変化するという仮定もある程度満足されているものと思われる。

5.6.2 流入方向と平行に整流する場合

(1) 実験装置

図-3-28は塩化ビニール板製の実験装置で、これを実験装置IIと名付ける。本装置の整流区域は5.5.3の数値計算例に示した場合と平面的に相似な形状とし、整流区域の長さ $B=600\text{ mm}$ 、同じく幅 $l=200\text{ mm}$ 、流入きよの幅 $W=200\text{ mm}$ で、 $\eta=l/B=1/3$ 、 $\omega=B/W=3$ となる。また整流区域の総深さは 70 mm とした。ヘツドタンクから導いた水は受水ます、流入きよをへて整流区域に入るが、受水ますと流入きよ接続点には、縦横とも 10 mm 間隔に直径 3.0 mm の円孔を配列した開口比約7%の多孔板を設置し、また長さ 100 mm の流入きよ内には、流入部の有効幅をできるだけ減少させることなく、流入速度をその全幅にわたつて一様に分布させるため厚さ 0.2 mm 、高さ 70 mm 、長さ 100 mm の導流壁19枚を 10 mm 間隔に挿入した。整流区域末端に有効高さ 70 mm 、有効長さ 600 mm の実験整流板をとりつけられるようにしたが、理論解析で仮定したように、整流孔通過後の圧力が整流壁にそつて均等となるよう、まず流出水は空気中に放出させることにした。その際整流孔の開口比がある程度以上に大きくなると、整流区域内の水深をある限度以上に保ち、かつ整流孔の流量係数をほぼ一様にするためには、全流量をかなり増して流出水を全整流孔から完全に噴出させる必要がある。しかし、流量を増せば整流区域内における底面摩擦の影響が大きくなるとともに、理論的

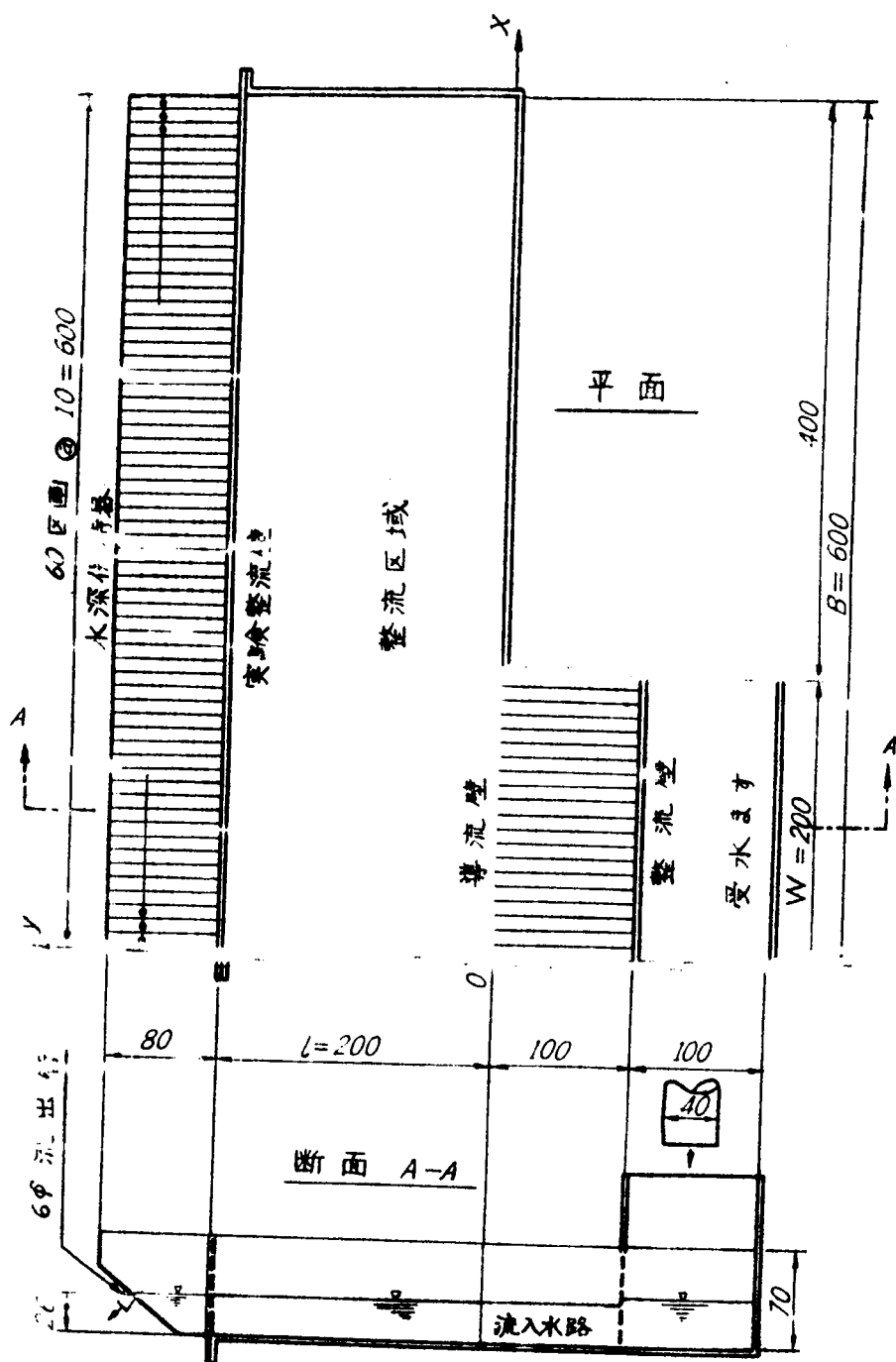


図-3-28 実験装置Ⅱ

考察に際して行なつた仮定に反して整流区域内水深を一樣と考えることも困難になる。従つて実際の整流壁と同様に、整流孔を完全に水中に没したうえで、なお流量の如何を問わず水深を約30 mmに保持できるように工夫をした。図-3-28中の水深保持器はこのための設備であつて、実験整流壁に接続できるようにしてある。

実験装置Ⅱにおいては、前項に述べた実験装置Ⅰと比較して、より微妙な整流流速の分布があらわれるものと考えられるので、整流壁通過前後の流速を上述の熱線微流速計によつて測定することは不十分であつた。従つて、この場合に対して整流壁にそつた流量分布を測定することにしたが、任意断面の鉛直方向にある一連の整流孔から流出する流量をそれぞれ独立に測定できるよう、水深保持器の内部を整流壁に直角な方向に間隔10 mmずつの60区画に分割し、そのおのおのにつき1本ずつの内径6 mm長さ10 mmの流出管を鉛直から約40°傾けてつけた。この流出管の水利条件が、整流孔を通過する際の水利条件に影響を与えてはならないので、たとえ整流壁の各部で整流流量が異なつても、これらになるべく同じ条件で自由に流出させられるようにする必要があり、流出管はできるだけ断面が大きく、抵抗も少なく、かつ水深保持器の各部について同高にとりつけるなど、均等な条件を備えるよう配慮したわけである。このようにして水深保持器を水平に設置すれば、整流壁下流側の水位をほとんど一樣にすることができる。

整流壁としては厚さ4 mmの塩化ビニール板を用いた。整流孔の配置については、孔の断面積とその中心間隔の大小によつて孔の直径および孔の総数が変化し、一定な開口比 e に対してもその組みあわせは無限にある。しかしこの実験の目的が、上述の理論の検討と、その結果として得られる整流効率のみを論ずることにあり、整流後の沈殿部において生ずると考えられる噴流の影響と孔径、孔間隔の関係などについては考慮していないので、整流孔の中心間隔は変化しないことにした。すなわち水平方向には水深保持器の分割長にあわせた10 mm、鉛直方向には9 mmとし、開口比 e の変化は孔径のみによるものとした。理論計算の仮定となつているように、整流流量を連続的な流出量と考えているから、さらに縦横の間隔を小さくして、小孔を密に配置する方がよいが、この場合は整流壁の製作が困難である。逆に中心間隔を大きくすると、穿孔の誤差が実験結果をやがめるおそれもあり、また図-3-25に示したような r の分布の微細な変化を把握しにくい。第3章3.6.2において流出入管路の孔間隔の影響について考察した結果を参照すれば、上述の程度の整流孔間隔としておけば十分である。この整流孔配置を図-3-29に示した。

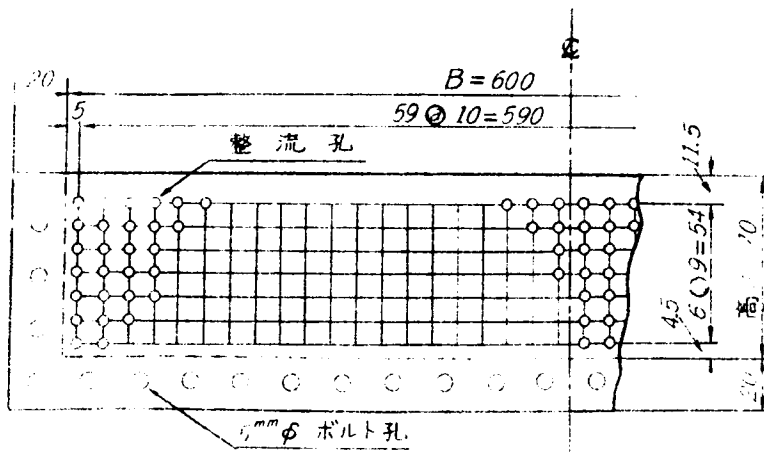


図-3-29 実験装置IIに対する整流壁の整流孔配置

本研究の直接の目的を達成するための実験内容としては、水深保持器のすべての流出管から等しい流量が得られるような整流壁を整作し、その開口比 e^* を図-3-24と比較すればよいが、このような e^* の分布を実験的に求めることはきわめて困難である。そこで整流孔の開口比があまり大きくない程度の、換言すれば図-3-25に示した r の分布の信頼性の高い範囲内で、一樣開口比をもつ整流壁を製作し、得られる整流流量の分布を図-3-25と比較することにした。

(2) 実験方法

整流流量分布の測定には、メスシリンダーとストプウオッチを用いた。なるべく多くの点の流量を同時に測定できるように選んだ上述の実験装置Ⅱの大きさが若干小さすぎたようであり、そのため水深保持器の流出管のとりつけが完全に均等にはできなかった。そこでまず図-3-29の整流孔間隔に直径1.6mmの孔を1断面に3個ずつ設けた穿孔部の e が1.81%の整流壁によつて水深保持器の検定を行なつた。 e の値がこのように小さいと整流孔通過時の損失水頭従つて $2\epsilon = 2gY_f^2/v_f^2$ の値がかなり大きくなり、整流区域内の水深も同時に深くなつて実際開口比はさらに小さくなるはずで、理論的にも明らかなように事実上均等な整流流量が得られるものと考えて差し支えない。図-3-30はこの検定結果の1例で、整流孔の穿孔誤差を消去するため、流出管2本を1組とし

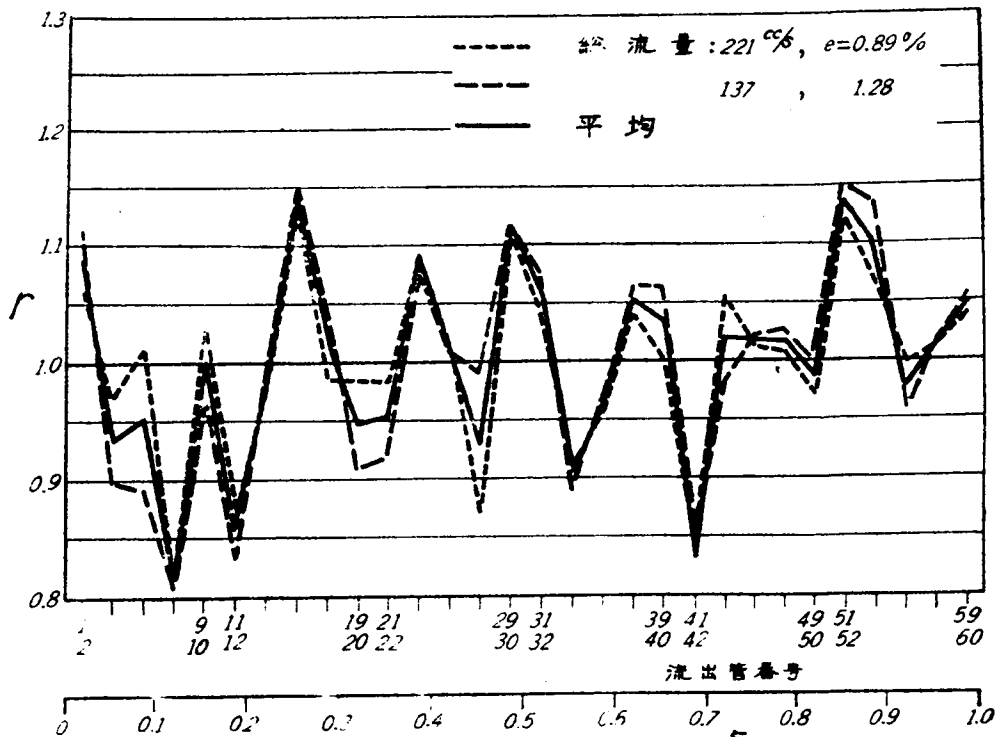


図-3-30 実験装置Ⅱの水深保持器に対する補正係数

て合計30カ所の流量を測定した。これらの平均値に対する個々の測定値の比をとれば、これが v_i の分布比 r となる。図-3-30からわかるように r の値が0.81~1.15の間に変動している。また全流量が大きくなるほど、個々の流出管における水理条件の差異が流出管通過時の抵抗に比較して小さくなるため、 r が若干均等化することを示しているものの、 r の変動の模様は常に同じである。従って図-3-30は完全に水深保持器の特性をあらわしているものと考えてよく、しかもこの r の変動が不規則で、ほぼ大小交互に分布していることから、整流区域内に水深保持器の特性によつて2次的な流れを起す危険もないものと思われる。従つて実験整流壁の測定流量に、その測定位置と全流量の大きさに応じて、図-3-30の r の逆数を補正係数として乗ずると、流出管の条件が均一な場合に換算した整流流量分布が得られるはずである。

(3) 実験結果および考察

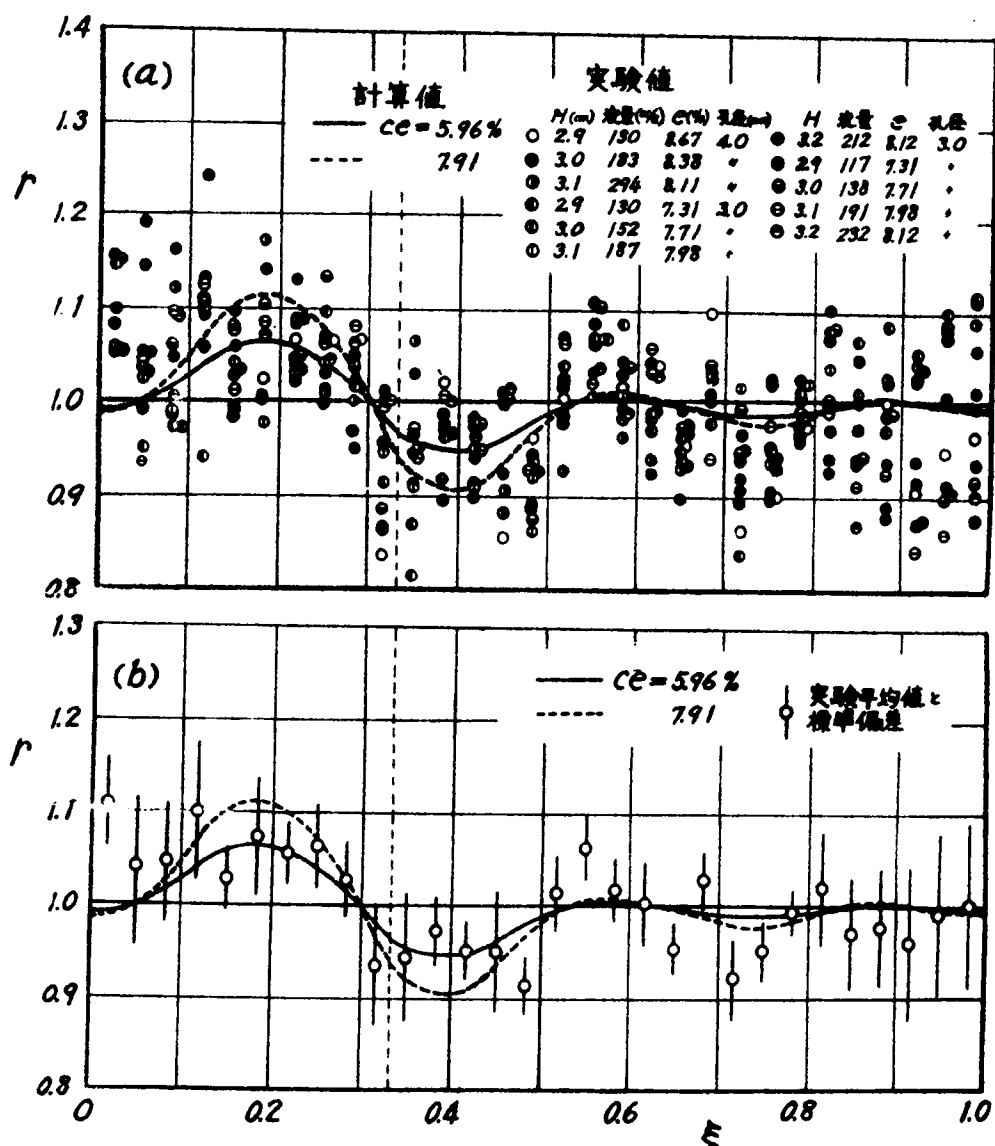


図-3-31 実験装置Ⅱにおける整流流量実測値と計算値との比較

図-3-31(a)はこのようにして得られた整流流量の分布比 r を示し、同図(b)は(a)から各測点における r の平均値とその分散を計算して描いたものである。整流壁は上述の間隔に直径3.0および4.0 mm の円孔を設けたもので、全流量および水深の変化によつて実際の開口比は若干異なっている。図-3-31には理論計算の結果による図-3-25

の r のうち $ce=5.96$ および 7.91% のものを写してある。図-3-31に示した実験整流壁の平均開口比は 7.95% であり、一方予備実験で求めた整流孔の流量係数 c は整流流速の大小に応じて $0.58\sim 0.50$ となつたから、 ce の平均値は $4.61\sim 3.98\%$ である。従つて理論に比較して実験による r の変動割合の方が若干大きいことになる。しかしながら実験値の変動の様相は $\xi=0$ 附近を除いて、明らかに理論計算結果によつてよくあらわされている。実験値がかなりばらついているが、その原因としては、流量実測の誤差および図-3-30から求めた補正係数 $1/r$ によつて、実験値が修正され過ぎていることが考えられ、さらに実験装置、水深保持器の水平据付の誤差もある。整流壁をとりかえるたびに水深保持器をとりはずすため、その都度精密に据付を行なつたのであるが、数多く予備実験を行なつてわかつたことは、この実験装置Ⅱがわずかに傾斜していることによつて、特に $\xi=1$ すなわち流入部から遠い側における整流流量の分布が非常に不安定となり、水深保持器の $\xi=1$ の側が水平位置から上下することによつて、この部分のみの r がはなはだしく減増するようである。これは図-3-23に示すように、この部分の実質流速が最も小さいため整流効果が不安定になるものと思われる。また図-3-31において $\xi=1$ 附近の測定値に最も散らばりが大きいのもこの理由によるものであらう。

次に流入部の $\xi=0$ 附近では実験によつて求めた r の値は常に理論計算結果より大きくなつてゐる。これは上述の理論の1つの欠点であつて、数値計算例の最初に述べたように、(3-124)、(3-126)および(3-128)式を用いて表-3-1のように φ 、 r_{f0} および r_{fB} を求め、さらに $\varphi=0.210$ を決定した際、流入域側の基準となる r_{f0} の値が近似解の適用限界を越えていたが、そのまま以後の計算を行なつたためと考えられる。これは逆流域の幅を示す φ の値を一定としたため、(3-125)式、従つて(3-126)式を満たすことが必要であつた。(3-126)式からわかるように、 ω の値が大きくなるほどすなわち流入口幅 B が狭くなるほど r_{f0} あるいは r_{fB} の値を負かつその絶対値を大きくすることを要し、 r_{fB} が適用限度内にあつても r_{f0} は限度外に出ることが多い。また仮に r_{f0} が正となれば r_{fB} はさらに絶対値の大きな負の値となり、この場合にも(3-119)式の近似解では不十分となる。このような理由によつて、流入域側解に含まれている項 $[r_{f0} - \{\omega(1-\varphi) - \varphi\} / (1-2\varphi)]$ の絶対値が大きくなり過ぎ、図-3-22に示した流入域側の r_f の振動が拡大され過ぎているわけである。このような考察によつて、図-3-31において $\xi=0$ 附近における r の値は実験値の示す傾向の方が正しいもの

と思われる。前節の理論で示したように x 方向に主流を考えた解析の方法は、数値計算例に示した $\omega\eta=1$ 以下の場合には十分であると考えられるが、 ω の値が大きくなるに伴って流入域の形が整流区域の幅の方向に長くなり、 $\omega\eta>1$ となれば流入域内の主流の方向を y 方向にとる必要があるように思われる。しかし ω が大きくなっても η が小さければ、流入域に関しては上述の方法で十分であると思われる。しかし流入域とは逆に、分布域は長さが非常に長く幅が非常に狭い形になるので、先に若干ふれたように、分布域内を $\xi=1$ に近い部分で (3-110)' 式の $r_f=\varphi$ が近似的に成立する区間、およびいま考えているような (3-112) 式が成立する区間の 2 つに分割して考える必要も生ずるであろう。

以上のほかに補助的実験として、メチルオレンジ、フルオレツセンソーダ、過マンガン酸カリウムなどの水溶液をトレーサーとして受水ますに投入したり、また水面に円形の紙片を浮べて 8mm フィルムに撮影を行なうなどの方法により、整流区域内の流れの模様を微細に観測した。実験装置が小さいため、前のように熱線流速計による流速測定を行なわなかったため、実質流速の絶対値を直接比較することはできなかった。逆流域と順流域の存在は特に分布域内で明確に確認できるが、その幅は一定ではなく、 $\xi=1/\omega$ 附近では $\varphi=0.2\sim0.25$ と推定されたが、 $\xi=1$ では $\varphi=0.4$ 程度であつた。

整流区域内の流れは表面部・中層部・底面部で若干異なるようであり、表面部の流れは図-3-32に示すように比較的単純な循環を行なっていて、図-3-32のように r_f が

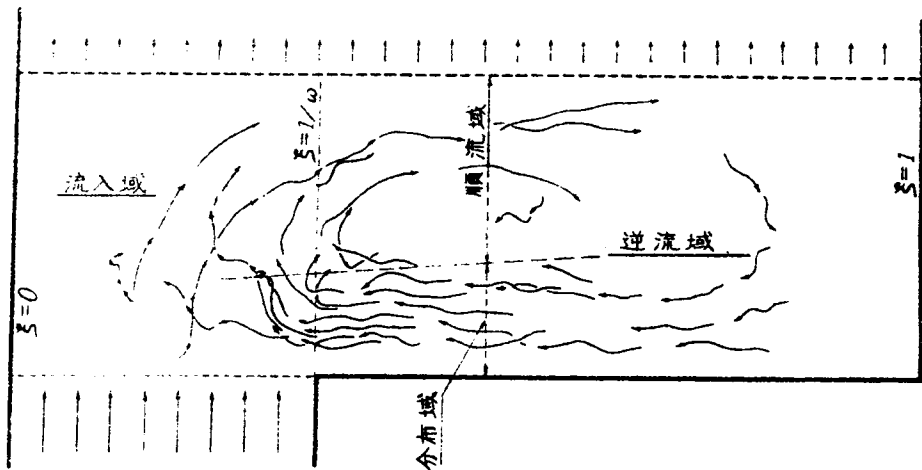


図-3-32 整流区域表面の流状

正負に変化している模様はみられず、分布域の中央部はほとんど停滞しているようである。そのかわりに、流入域においても逆流域の存在が明らかに現われており、水表面の浮子は図のように流入口正面の中央附近にまで還流してくる。総整流流量 136.91 cc/sec 、水深 3.0 cm 、整流孔の開口比 $e = 2.01\%$ の場合について、流入域と分布域の境界上を逆流してくる浮子の速度を 8 mm 撮影のフィルムからよみとれば、 $(U_1)_{x=20\text{cm}} = -1.365 \text{ cm/sec}$ であり、 v_l の平均値は 0.794 cm/sec であるから、 $(q_1)_{\xi=1/3} = -1.719$ となる。これは表-3-2の計算値と若干異なるが、逆流域の幅が計算結果より実験装置における方がやや広く、 $(f)_{x=20\text{cm}} \cong 5.0 \text{ cm}$ すなわち $(\phi)_{\xi=1/3} \cong 0.25$ となるからであろう。この f の値を用いて循環流量を求めてみると、 $136.91 + 1.365 \times 3.0 \times 5.0 = 157.45 \text{ cc/sec}$ となる。従つて循環率は $157.45 \div 136.91 = 1.150$ となり、(3-141) 式の 1.188 に比較的近い値を得る。

これに対し中層部の流れについては、色素投入後の着色部の先端位置の変化が図-3-3に示すようになる。流速の小さいところではトレーサの拡散の影響も現われているようであるが、流入口から入った流れはほとんど $x=0 \sim \pi$ にわたつて大体一様に流下し、順流域に入つて分布域へ拡がったのち、同じように逆流してくるが、図-3-32の表面部のような流入域内における逆流は顕著でない。これに反して図-3-33のトレーサの先端の形から明らかなように、 $x=50 \text{ cm}$ 附近で逆流域から順流域へ向う流れの存在が観察される。これは図-3-22において $\xi = 0.84$ を中心として $r_f > 0$ と

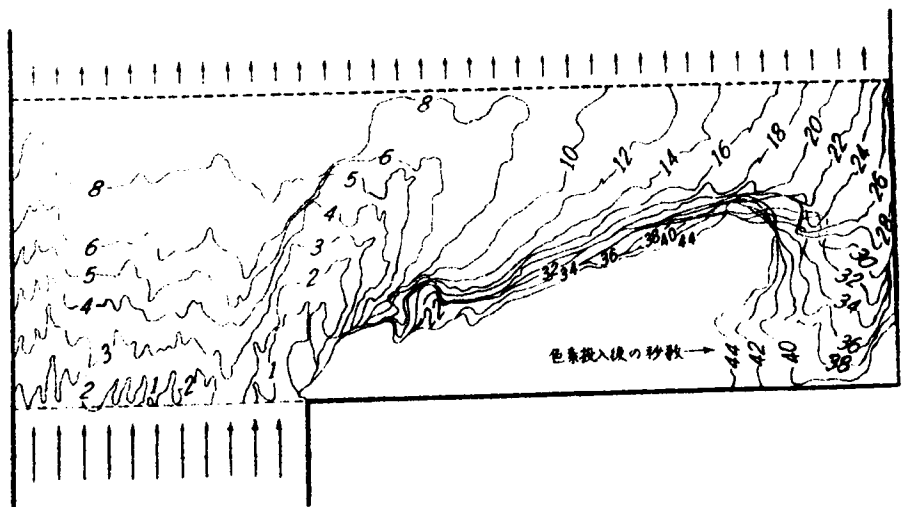


図-3-33 整流区域中層の流状

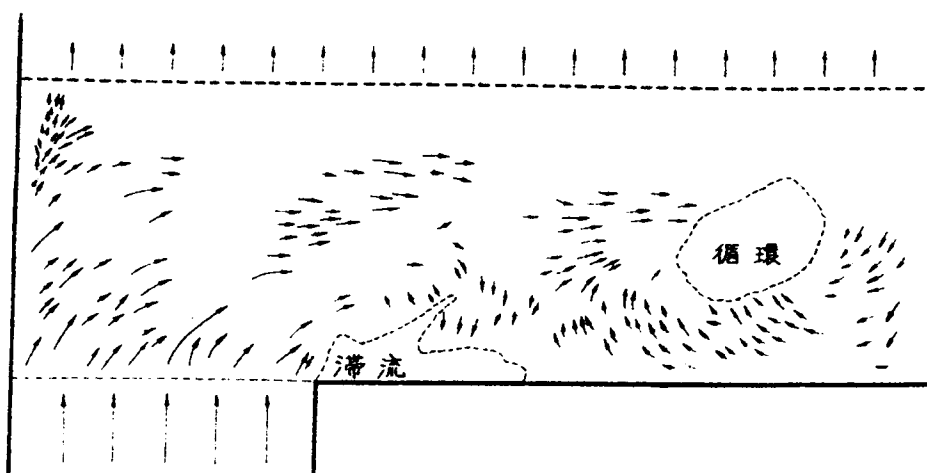


図-3-34 整流区域底層の流状

なっていることと対応するはずであり、 $\xi=1$ 付近で一たん順流域から逆流域へ入った水塊の1部が、小規模の循環を行なって順流域へもどっていることになる。

最後に底層部の流状を判定するため、メチルオレンジの粉末を整流区域内各部の底部に撒布し、それが定層流によつて溶解されたのち沈殿して描いた流跡は図-3-34のようになった。中層部の流れが示した $\xi=1$ 付近の循環のほか、図-3-22の r_f が $\xi=0.5 \sim 0.7$ で示す傾向も若干ながら認められた。

このように表層、中層、底層で少しずつ流れの模様が異なるのは、実際現象が理論で仮定したような2次元流ではなく、鉛直方向における粘性力の若干の差異に影響されているであろう。しかしこれら3層を総合すると、分布域に関しては上述の理論解によつて得られた結果はほぼ正しいものとして差支えない。ただし流入域については、先にも述べたように、 r_f はその変動が拡大され過ぎており、流入域の流れはもつと均等に近いようである。そしてまた図-3-22で $\xi=1/3$ 付近で $r_f < 0$ となり順流域から逆流域へ逆流する現象もみられなかつた。この点に関しては、さらに若干の理論的検討を試みるため、分布域においては逆流域幅を一定とせず、 $\xi=0 \sim 1/\omega$ において $\varphi=\varphi_0=\text{const.}$ 、 $\xi=1/\omega \sim 1$ においては φ_0 から $(\varphi)_{\xi=1}=\varphi_B$ まで直線的に変化するものと仮定してみた。そのほかの仮定については全く前同様になるものとして、分布域に関する基礎方程式(3-106)に相当するものを誘導すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_f}{d\xi} &= \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{r_{fB}^2 - s_{fd}(r_f - \varphi)/(1-\xi) - \varphi(r_f^{-1/2})}{\varphi(1-\varphi)} - \frac{1}{2(1-\xi)} \left(r_f - \frac{1-\varphi_B}{1-\varphi} r_{fB} \right) \\ &\quad - \frac{3\{(1-2\varphi)s_{fd}^2 + \varphi^2(1-\xi)(2s_{fd}-1+\xi)\}}{\eta^2\varphi^2(1-\varphi)^2(1-\xi)}, \\ \frac{ds_{fd}}{d\xi} &= r_f \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-144)$$

が得られる。ただし、誘導の途中で $\int_1^\xi Y_f d\xi \cong -Y_{fB}(1-\xi)$ と近似している。実験結果を参考にして $\varphi_B > \varphi_0$ と考え、 r_{fB} に種々の値を与えて (3-144) 式を数値積分してみると、分布域側の r_f の振動の中心線は ξ の値が流入域に近づくほど図-3-22 に示したもののより正の側に移動し、また振動周期も増加し、図-3-22 のように $\xi = 1/3$ 付近で $r_f < 0$ となる部分が現われなくなる。そしてこの場合、 $\xi = 1/\omega$ における連続方程式 (3-80) を満足するような r_{f0} は十分 (3-119) 式の適用限界内に入り、流入域側の r_f が図-3-22 のごとく大きく変動することはなくなる。すなわち r_f は全体として図-3-35 に例示したような分布を示す。この結果 r の流入域部における変化が図-3-31 に示されたような傾向になることが推定でき、また整流区域の流れも上述の観測結果により近いものとなることがわかる。

なお念のため、図-3-24 のように計算結果で得られた通りの e^* 分布をもつような整流壁を用いて、果してどの程度均等な整流流量分布が達成されるかを検討するため、整流

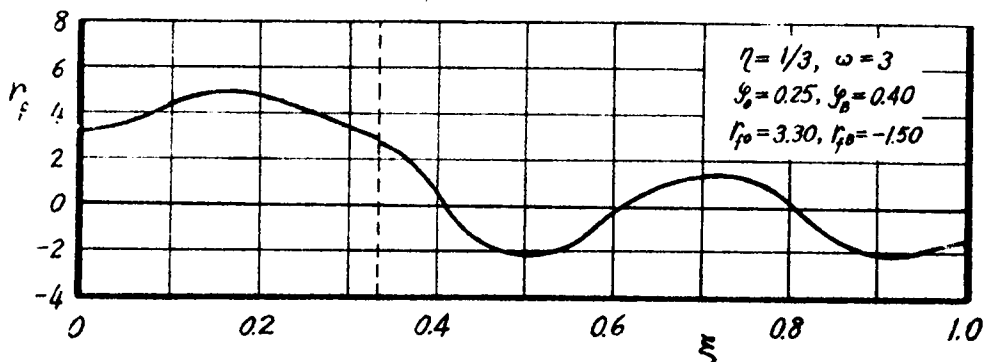


図-3-35 分布域の φ を変化させた場合の r_f 分布の 1 例

区域の水深を3.0 cm, $c=0.5$ として, 図-3-24の $\overline{ce^*}=5.96\%$ ($\overline{ce_0^*}=6.00\%$)の場合, すなわち図-3-36の実線に示すような e^* をもつ整流壁を製作す

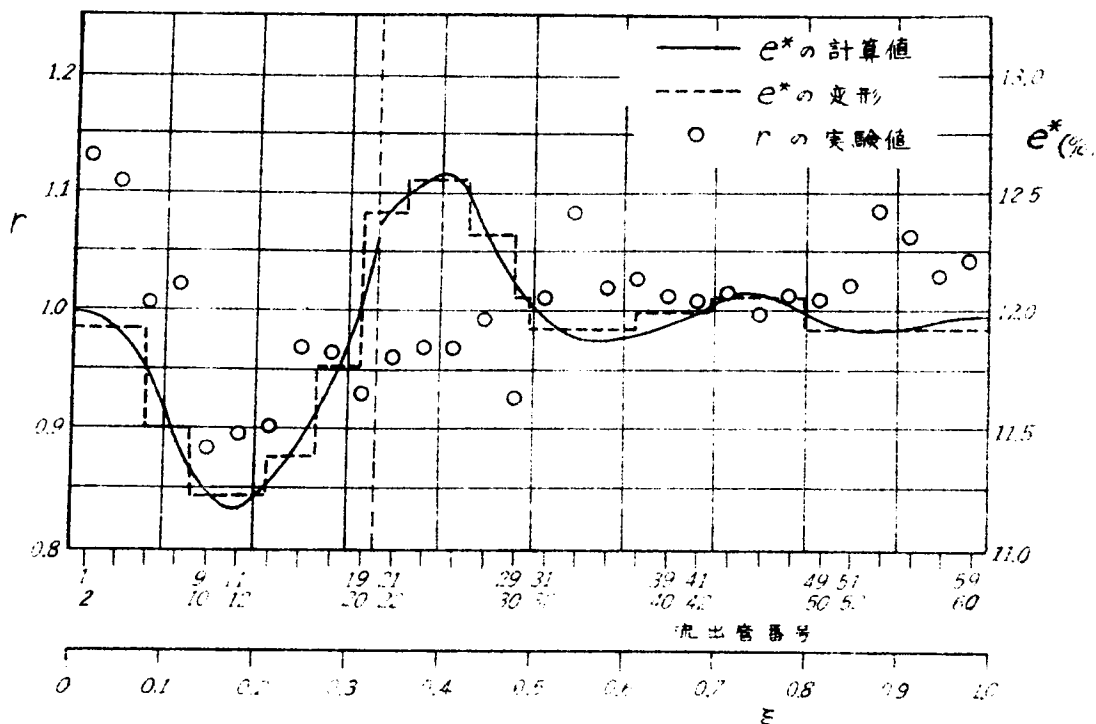


図-3-36 実験装置Ⅱにおける開口比を変化させた整流壁と整流流量の実測

ることとした。整流孔の x 方向の間隔は前同様10 mmであるが, 直径1.6, 1.9, 2.5, 3.0および3.1 mmの孔を1断面において5~7個組みあわせ, 図-3-36の破線に示したような段階的な e^* とした。この場合得られた r 分布の1例を同図の点描で示した。水深保持器の不整に基づく図-3-30の r のように補正の影響もあつて, 局所的な波状変動の原因はよくわからないが, $\varepsilon=0$ 附近では, 図-3-24あるいは図-3-36の e^* が大き過ぎることは明瞭であり, 逆に流入域の中央部では小さ過ぎるようである。これらの結果は, 先に示した一様な e をもつ整流壁による r 分布の実験結果に対する考察を裏づけるものである。

5・7 模型実験による場合の相似律に関する考察¹⁹⁾

整流装置による水流の整正ないしは沈殿池における水流性状の改良を目的として、しばしば模型実験が採用されている。模型実験はその操作の容易さと実験条件を自由に変更できる点で、実際池による実験より有利であると考えられるが、模型と実際池における水理現象を関連づける適当な相似律を考慮しなければならないのはいうまでもない。このような相似律として、一般にFroude法則とReynolds法則が挙げられるが、前者は粘性あるいは表面張力の影響よりも重力が卓越している場合、後者は逆に粘性に比較して重力および表面張力がさして重要でない場合を律するものである。これら両法則を同時に満足するような模型実験設備は模型の縮尺を1:1にしないと実現することができない。従つていずれの法則を考慮すべきかを各実験目的に応じて慎重に検討しなければならない。

本章で取り扱つてきた整流区域内の流れおよびそれに伴つた整流壁の整流効果に関しては粘性の影響を無視した基礎式を解いた結果によつてそれらの機構をかなり説明できることが明らかとなつた。すなわち e , c , α_m , σ , η および ω などの要素が与えられると、 r あるいは r_f なる無次元数が主要な性状を代表しているものとみてよい。従つて、まず c , α_m あるいは σ などの変化を考慮の外におけば、模型実験設備としては、単に実際池を幾何学的に縮小したものを用意すればよいことになる。もし縮尺によつて整流孔の流量係数 c の変化が想定されるならば、有効開口比 ce を実物と等しくとればよいし、 α_m あるいは σ などについても同様である。さらに、本章で示したように、2次元的な整流区域内の流れおよび1次元的な整流効果に問題を限れば、平面的縮尺のみを考慮して水深は自由に選ぶことも可能である。

次にたとえば整流区域幅 B を用いたFroude数を、図-3-9のような形状の実際の整流区域に対して U_0/\sqrt{gB} とあらわすものとする、(3-63)式によつて、

$$\frac{U_0^2}{gB} = 2(Y-Y_l)\sigma/\alpha_m B \eta^2 (r^2 + s \frac{dr}{d\xi}) \left\{ 1 - \left(\frac{Y}{l} \right)^2 \right\}$$

とかける。幾何学的に縮尺した模型においては、 $\eta^2 (r^2 + s \frac{dr}{d\xi}) \left\{ 1 - (Y/l)^2 \right\}$ は実物と同じ値になり、 σ , α_m も不変とすれば、模型の値に添字“ m ”をつけてあらわすことにすると、

$$\frac{U_0^2/gB}{U_{0m}^2/gB_m} = \frac{(Y-Y_l)B_m}{(Y_m-Y_{lm})B}$$

となる。もし実物と模型の間に Froude 法則を適用すると、

$$Y_m - Y_{lm} = (Y - Y_l) \frac{B_m}{B},$$

すなわち、 B_m/B は縮尺であるから $Y_m - Y_{lm}$ が同じ割合に縮小され、(3-62) 式から Y_{lm} についても同じことがいえるので、結局

$$Y_m = Y \frac{B_m}{B} \dots\dots\dots (3-145)$$

が成立することになる。この関係は図-3-15 のような整流区域についても同様に成立する。

一方、Reynolds 法則の適用の要否を知るための水の粘性の影響は、整流区域の底面摩擦による損失水頭によつて評価することができるであろう。いま例を図-3-15 の場合にとり、整流流速 v_l および v_{lm} を直接左右する整流壁直前の圧力 Y_l および Y_{lm} の無次元数は、粘性を無視するとき、 $2gY_l/\bar{v}_l^2 = 2gY_{lm}/\bar{v}_{lm}^2$ を満たすはずである。ただし \bar{v}_l は v_l の平均値を意味する。従つて Y_l , Y_{lm} の局所的な変動についても同様で、たとえば

$$\frac{2g(Y_{l,max} - Y_{l,min})}{\bar{v}_l^2} = \frac{2g(Y_{lm,max} - Y_{lm,min})}{\bar{v}_{lm}^2} \dots (3-146)$$

である。一方代表流速として順流域内の \bar{U}_2 , \bar{U}_{2m} (それぞれある種の平均を示す) が B , B_m の長さだけ流下するときの底面摩擦損失水頭 $i_f B$ を、摩擦係数を λ , 水深を H として、

$$i_f B = \frac{\lambda \bar{U}_2^2}{2gH} B, \quad i_{fm} B_m = \frac{\lambda_m \bar{U}_{2m}^2}{2gH_m} B_m$$

とあらわすと、

$$\frac{2gi_f B}{\bar{v}_l^2} = \lambda \left(\frac{\bar{U}_2}{\bar{v}_l} \right)^2 \frac{B}{H}, \quad \frac{2gi_{fm} B_m}{\bar{v}_{lm}^2} = \lambda_m \left(\frac{\bar{U}_{2m}}{\bar{v}_{lm}} \right)^2 \frac{B_m}{H_m}.$$

模型による実験に際して、整流区域内の流れおよび整流効果を実物に等しくするものとする、 $\bar{U}_2/\bar{v}_l = \bar{U}_{2m}/\bar{v}_{lm}$ とし、かつ粘性の影響を含めた (3-146) 式を成

立させることになるから，結局 $2 g i_f B / \bar{v}_l^2 = 2 g i_{fm} B_m / \bar{v}_{lm}^2$ とすればよく，以上の関係から

$$\frac{H_m}{H} = \frac{B_m}{B} \frac{\lambda_m}{\lambda} \dots\dots\dots (3-147)$$

を成立させればよい。もし最初に Froude 法則が適用されていると，縮小された模型では Reynolds 数が実際池より小さく，通常 $\lambda_m > \lambda$ となる。従つて水深の縮尺 H_m/H は平面的な縮尺 B_m/B より大きくする必要を生ずる。しかしながら，一般に底面摩擦の影響はきわめて小さく，流速変動に伴つて生ずる Y_l の局部的変動に対して $i_f B / (Y_{l,max} - Y_{l,min})$ をほとんど無視してもよい。従つて仮に (3-147) 式を満たしていなくても， $i_{fm} B_m / (Y_{lm,max} - Y_{lm,min})$ を十分小さくするよう，主として用いる流量の大いさを考慮すればよい。

最後にいまひとつ考慮すべき条件として，理論計算において仮定したように，実際池では水深の変化量が水深自身に比較してきわめて小さい。たとえば整流区域の B, l, H がそれぞれ 15, 5, 4 m，流入きよの幅が 5 m とし，仮に $\bar{v}_l = 1.0 \text{ cm/sec}$ (処理水量 51,840 m³/day) とすれば，(3-143) 式を用いて

$$\frac{Y_{l,max} - Y_{l,min}}{H} \approx \frac{1}{11,400}$$

と計算される。すなわち模型池においてもこの比を十分小さくしておくことが必要で，2 次元の性状を明らかにするため，上述の実験装置 II のように浅い整流区域に過大の流量を流せば， Y_l の小さいすなわち局部的水深の小さくなるところでは， U を増してますます Y_l を低下させることになる。たとえば実験装置 II が上記の実際池の模型であると考え， $H_m = 3.0 \text{ cm}$ に選んだとすると， $(Y_{lm,max} - Y_{lm,min})/H < 1/100$ と制限を緩和しても，総流量は約 170 cc/sec 以下としなければならない。図-3-31 の実験結果は 1~2 例を除いては大体この値以下に流量を選んでいる。

以上の考察にもとづけば，整流壁の整流作用に対しては，Reynolds 数を直接的な要素として考慮する必要はないようである。しかし整流孔における Reynolds 数は整流壁通過後の沈殿部の水流性状に対して影響を及ぼすであろう。Mau²¹⁾ は整流孔の間隔および孔径と関連して整流壁における Reynolds 数が流入部における Froude 数より重要な意義をもつていと述べているが，本研究においては，整流区域内の

Froude 数が整流効果の安定性と密接な関係にある点においてもより重要であるということがわかった。

5. 8 総 括

本章においては、沈殿池流入部における整流区域内の流れを集配水の合理化という観点にたつて水理学的に取り扱い、整流壁による整流効果について、理論的、実験的に述べたものである。理論的な取り扱いをある程度簡易化するため整流区域の流れを2次元化し、かつ整流効果については整流壁にそつた1次元的な特性を論ずるにとどめたが、従来では、このような試みすらほとんどなされていなかった状態で、いわゆる経験に基礎をおいた便宜的な手段によつて、その都度問題に対処してきていたため、まず最初に従来の考え方を批判検討し、著者独自の見解を披れきした。すなわち、沈殿池水流の性状に対して最も支配的であるのは流入部整流壁であり、従つて普通に用いられているトレーサー法によつては、流入部整流壁の直接効果は判定できないのではないかというおそれがある。このような考え方を基礎として、流入部整流壁のみを独立に検討すべく、種々考察を加えた結果、整流区域内の流れの状態に応じて仮想的なカーテンを挿入するという方法を導入し、それに平行な主流がカーテンあるいは整流壁を通じての流出入をもつていてと考え、基本式を誘導したのである。この実際の解法の例として、整流区域の形状について2つの典型的な例をとりだして論じたのであるが、成果の概要を述べると以下の通りである。

整流区域の幅と等しい幅の水路が整流壁と平行に接続されている場合には、整流壁を通過する整流流速 v_1 を求めるには、第3章において求めた一樣流出管路の流出量分布比をあらわす式と同じ(3-56)式を用いれば十分ながことが多いが、この場合整流区域内の水面が横方向に1つの定まつた形状をもっている。しかしながら、流入水路と整流区域の接続断面附近には、ある範囲にわたつて遷移領域が存在し、その長さは整流区域の幅が狭いかあるいは整流孔面積の整流壁面積に対する比 e が大きくなると増加することがわかつた。また一般に用いられる形式として、 e の値が整流壁全面について一樣である場合には、流れは常に流入部から遠い側へ偏流し、これが沈殿部において短絡流を起す1つの原因となる。この効果は上述の遷移領域が広くなる場合と全く同じ条件によつて漸次顕著になり、従つて整流流速の理想的な分布を要求する際には、流入部に近い部分の開口比 e を図-3-13に例示するように、相対的に大きくすることが肝要である。

次に整流壁に直角な流入水路をもつ整流壁に対しては、水理学的な考察の結果、逆流域

と順流域と称する2つの領域に分割して論ずるのが適切であつて、これら両領域の境界に上述の仮想的なカーテンを挿入したわけである。この場合に対する実際計算法として、上記両領域の幅を一定とし、かつ整流流速が一様に分布した場合を仮定して、両領域の境界上の横方向流速 v_f に関する方程式 (3-101) あるいは (3-106) 式を導いた。これらの式を解くにあたつて、逆流域、順流域を導入した基礎となつている整流区域内における流れの循環性に着目することにより、かなり適用精度の高い近似解 (3-119) 式を求めることができた。このような v_f あるいはその無次元比 τ_f によつて、整流区域内の流れの性状や、整流孔の必要な配置を計算する方法を具体的に示した。長さ・幅の比が3:1、かつ流入水路幅も整流区域の長さの1/3の場合に対して数値計算した結果、整流区域内で循環率約1.2の循環流の生ずることを数値的に証明し、また整流を完全に行なうための開口比は、図-3-24に示したように微妙な変化を与える必要があることが明らかとなつた。一方、本計算結果をもとにして、実際整流区域における水深の局部的な変化が、微々たるものと考えられるため、整流壁の安定した作用を期待するためには、流れのFroude数を増すことが必須条件である。また以上の結果から一様な開口比を用いたときの v_f 分布も推定ができ、流入部正面から少しはなれた断面において、 v_f が予期しない低い値を示すから、注意を要する点である。

これら理論計算結果に対する実験的検討は、いずれの場合に対しても、沈殿部を切りはなした整流区域のみの実験装置を製作し、整流壁の直接効果である整流流速あるいは整流流量分布の測定に重点をおいた。実験結果は理論計算結果とかなりの適合を示し、本章において述べた理論計算法の妥当性を実証することができた。なお実験装置Ⅱの流入域部において、実験結果が理論値と多少異なつた傾向を示したが、この点については、理論計算法の近似解の適用限界と関連づけてその理由を説明することができた。

最後に模型実験を行なう場合について若干の考察を行ない、通常粘性の影響が無視できる場合に対しては、実物と模型の幾何学的相似性をのみ考慮すれば十分であるが、整流区域内の水深をほぼ一様に保つために、流量に制限値があることを述べた。

以上の研究は整流区域の形状として、図-3-9および図-3-15の2つの典型例に限つて、流れの特性と整流機構について解析を行なつたのであるが、たとえば図-3-6(b)のごとく流入きよが整流壁と平行ではあるがその幅が異なる場合とか、あるいはまた 5.5.3 の数値計算例に示した以外の整流区域の形状がさらに広範囲に変化した場合についても、本章と同様な方法で取り扱かえるはずである。特に (3-119) 式の近似解

の特性についての考察結果を参照することによつて、整流壁の整流効果について理論的根拠をもつた予測を行ないうることになつたことは、従来根本的な解決が得られなかつたこの種の問題をかなり進歩せしめることができたと信ずる。

第6章 急速ろ過池多孔管型集水装置の研究

6.1 概 説

急速砂ろ過池において正常なろ過が行なわれるための諸条件のうち、下部集水装置の設計合理化も重要な一要素である。集水装置の目的は、ろ過水を流出管に集め、逆流洗浄水を洗浄水管からろ過層へ逆に配分することにある。従つて、第5章の多孔式整流壁に関する研究においてすでに概説したごとく、急速ろ過池下部集水装置も広義の整流装置の1つと考えることができ、事実その名の示す通り、浄水装置における最も典型的な集配水設備である。しかしながら後述するように、集水装置の設計はむしろ逆流洗浄水の配分を主に考えて設計されるべきであり、その意味では英語でいう“Underdrain System”という名称も逆であると考え。集水装置そのものは非常に古くから発達してきたものであつて、いわば緩速ろ過池における逆流洗浄水の配分を行なわなかつた集水装置なる名称が、急速ろ過池に対してもそのまま適用されたものとみえる。現在広く用いられている集水装置の原型は、すでに20世紀の初頭においてみることができ、それらの考案、改良などは、集中的に噴出させた洗浄水を如何にしてろ過層底部のある面積に均等に分布させるかという点に主として注意が向けられてきたようである。集水装置の種類の型式に対する名称も機構的にはこのような意味でよばれているものである。急速ろ過池の平面的な大きさが比較的小さかつた時代においては以上のような考え方でも、そして問題はなかつたのであるが、漸次1単位の規模が大きくなつてくると、従来の設計基準が十分なものであるかどうかを検討する必要を生じてきた。しかしながらそれに対する具体的な方策はやはり便宜的な実験によるものが多く、従つて集配水の水理学的な特性を応用することはもちろん、集水装置自身の集配水機構が明確にされることなく今日に至つてきた。

著者は、このような従来の考え方を是正し、集配水の水理機構に応じて新たに集水装置を分類したが、その代表的な例が多孔管型集水装置およびホイラー型集水装置である。

本章においては、これらのうち主として多孔管型集水装置について述べることにしたが、まず従来の設計方法が水理学的には妥当でないことを指摘し、少なくとも損失水頭と逆流洗浄水の分布均等度を要素として導入すべきことを述べた。洗浄水の分布を対象とした多孔管型集水装置は、第3章において述べた流出管路の組みあわせであると考えることが

できるので、本装置を構成する主管および枝管について基礎方程式の意味づけを行ない、第3章で述べた方法が直接利用できることを示す。これらの式を組みあわせて実際に流量、圧力分布を求める方法として本章では試算による数値計算例を示し、その結果を実際ろ過池における実測結果と比較した。一方理想的な洗浄水分布を得るための水理設計法として、枝管の小孔配置を決定する方法を明らかにするとともに、また一方一様配管法を用いる際には、上述のように従来の設計基準を改善するため、第3章で述べた β_{max}/β_{min} 法を応用して、主管流入口における比損失水頭と洗浄水分布均等度を新たな水理設計基準に導入することをはかった。さらに附加的な種々の問題として、多孔管型集水装置構成要素の意義およびそれに関連した配水機構とか、装置の水理的耐久性などについても言及することができた。なおろ過あるいは逆流洗浄による原水の浄化あるいは砂層の清浄化などの水質学的な問題との関連については特にふれないことにした。

一方、ホイラー型集水装置についても、多孔管型と同様に水理設計上の基礎項目を見出し、それに対する普遍的な基準を与えることも、本論文における研究と共通した問題である。しかしながら、ホイラー集水孔の下の圧力水室内の流れがきわめて複雑な現象を呈するたゆ、従来からもホイラー型集水装置による洗浄水配分機構を完全に把握することはほとんど不可能視されてきたようである。本論文においても、このような流れを具体的に解析し、それによつて水理設計を合理化する方法を示すには至らなかったが、その概要を述べて問題点を指摘しておいた。なお多孔管型と比較することによつてある程度その水理的特徴を説明することができ、またその特徴を利用して水理解析を行なう可能性のあることを示唆した。

6.2 集水装置の分類とその概要

一般に集水装置に対して水理学的に課せられた条件は逆流洗浄の場合、ろ過水集水の場合に比しはるかに厳しいものである。それは洗浄速度がろ過速度の数倍ないし10倍程度である関係上、流量分布の若干の不均衡性が洗浄時には大きく拡大されるかそれがあるからである。そこで通常は逆流洗浄時に満足な結果がえられるように設計し、これが実現されたならば、ろ過水集水に対しても十分な機能を発揮するものと考えられてきたのである。

従来からの数種の集水装置も、こうした観点から発達してきたものであるが、逆流洗浄水を洗浄水管からろ過層へ配分する機構によつて、つぎの二つに大別することができる。

すなわち、〔I〕ろ過池底部に1本の主管(Manifold またはHeader とという)とそれから分岐した多くの枝管(Lateral)を配置したもの、〔II〕ろ過池底部に洗淨水管と直結した圧力水室(Pressure chamber)を有するものである。前者に属するものとしては、Perforated-Lateral, Pipe and Strainer, Ridge and Valley, Leopold Block, Wagner Block などがあるが、これらの各型式間の差異は、枝管の断面形とそれを構成する材料の相違、枝管に設ける多くの小孔(PerforationまたはOrifice)の向きおよびストレーナーの有無の点だけである。一方、後者に属するものとしては、Wheeler Bottom, Porous Plate, Wood Grating などがあり、圧力水室の上にあるFalse Bottomを洗淨水またはろ過水が通過する通路の形状に差異がある。なお、両者を組み合わせたものとして、主管を経て圧力水室に接続するものも考えられる。²²⁾

米国およびカナダにおける人口10万以上の都市について調べると、²³⁾ 約半数の浄水場は急速ろ過池の下部集水装置として多孔管型(Perforated-Lateral)を採用しており、これとほぼ同型のPipe and Strainer や Wagner Block を加えると約60%に達する。以下ホイーラー型(Wheeler Bottom)15%、Leopold Block 10%の順であるが、どちらかといえばホイーラー型は新しい浄水場に多いようである。これは集水装置のみについて比較した場合、Precast Wheeler Block の発達によつて、現在ではホイーラー型の建設費が最も安価であるといわれており、かつ多孔管型よりも一般に洗淨水が均等に分布するからであろう。わが国でも最近までは新しく建設される急速ろ過池には、ほとんどホイーラー型を用いている。しかしろ過池全体についてみると、圧力水室の不要な多孔管型を用いた方が建設費が少なくなると思われ、多少の水理的損失を犠牲にできるような小型または簡易急速ろ過池では多孔管型がよく用いられているようである。

以上〔I〕、〔II〕の両型式の代表的なものとして、多孔管型とホイーラー型に関する従来の考え方を略述したのであるが、集水装置の得失を論ずる場合には、少なくとも水理学的条件として損失水頭と洗淨水流量分布均等度、経済的条件として建設費、施工および維持管理の難易を考え、総合的に比較する必要がある。しかし従来の報告^{24), 25)}では多孔管型における枝管の小孔からろ過層内へ洗淨水を配分する形式の良否とそれにとまなうろ過層の構成、装置の製作および耐久性にのみ重点がおかれ、洗淨流量の均等性は損失水頭の増大、すなわち小孔総断面積のろ過面積に対する比の減少によつて実現されるとい

うだけにとどまっているようである。この流量配分の均等化に応じた集水装置における損失水頭の増大は，〔I〕，〔II〕の両型式に共通した欠点であり，集水装置における洗浄水配分の機構を明らかにして，洗浄とろ過効果の要求に適合した合理的設計を行なうことが大切であろう。

6.3 多孔管型集水装置に対する従来の考え方とその検討

最近特に塩化ビニールなどの新材料の発達によつて，管類の工作や施工も一段と容易となつたから，多孔管型集水装置がふたたび大型急速ろ過池に採用される機運にある。しかしこの型式に対する現在の設計基準には水理学的に疑問が多く，さらにろ過速度が上昇されつつある一方表面洗浄の併用によつて逆流洗浄速度が低下され，両者の開きが縮少されてくるのに対し，〔I〕の型式ではろ過水の集水と洗浄水配分における均等性が大小逆になる点を考慮すると，多孔管型集水装置に関する過去の研究を再検討して，問題点を明らかにしておく必要がある。

1920年米国サクラメント市において新しく急速ろ過池の計画を行なうにあたり，既設の多孔管型集水装置を調査した結果によると，設計要素が広範囲に分布しており，それに応じて洗浄特性に相当の差異があつたようである。そこでより有効な設計を行なうべく，Jenks²⁶⁾が実験によつて確かめた逆流洗浄速度15～90 cm/min の場合に対する結論は，つぎのとおりであつた。

- | | |
|---|-----------------|
| (i) $L_l/D_l \leq 60$, | } \dots (3-148) |
| (ii) $1/4'' \leq d \leq 1/2''$ ($6\text{ mm} \leq d \leq 12\text{ mm}$), | |
| (iii) 式(3-148)に於て $3'' \leq S_p \leq 8''$ ($75\text{ mm} \leq S_p \leq 200\text{ mm}$), | |
| (iv) (ii)に於て $1/4 \leq \sum a / \sum A_l \leq 1/2$, | |
| (v) $\sum A_p / A_f \cong 1/500$, | |
| (vi) $S_l \leq 12''$ ($S_l \leq 300\text{ mm}$), | |

ここに， L_l ， D_l ， S_l ， A_l はそれぞれ枝管の長さ，内径，中心間隔および断面積， d ， S_p ， a はそれぞれ小孔の直径，中心間隔および断面積， A_f はろ過面積である。

この当時までは枝管の長さ L_l は6~8 ftを超過すべきでないと考えられていたから、中央排水きよで二分されるろ過池の片幅がこれより大きい場合には、図-3-37(a)のようにろ過池半分ごとに1本の主管を設け、その両側に枝管を配置することを要し、主管の直径あるいは幅や深さに応じてその上部に洗浄効果の悪い部分でさけることをさけるために、主管の頂部にも小孔やストレーナーノズ

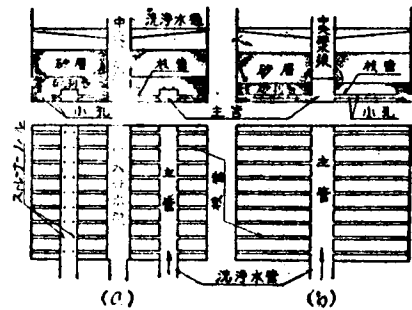


図-3-37 多孔管型集水装置における主管および枝管の配置、a)初期の形式、b)現在の形式

ルを取り付けるという姑息な手段がとられ、砂利層も厚くする必要があつた。
 Ellms²⁷⁾ は Jenks の実験結果のうち、 L_l / D_l によつて流量配分の均等化が支配されることに着目し、適当な D_l のもとにおいてより長い枝管を採用すれば、主管をろ過層のいかなる部分にも影響のない中央排水きよの下の1本ののみとして、1本の枝管を池片幅に延長でき、構造も簡素化される可能性があると考えた。こうして今日一般に用いられている図-3-37(b)のような配管法になつたのであるが、その場合 D_l または A_l と主管の断面積 A_m との関係の妥当な値を求めるための実験を行なつて、つぎの結論をえている。

$$\frac{1}{2} \leq \frac{\Sigma A_l}{A_m} \leq \frac{4}{7} \quad \dots\dots\dots (3-149)$$

その後も、たとえば Enger²⁸⁾ および Levy, Malishevsky²⁹⁾ らが理論的実験的研究を行なつたが、理論を誤るか実用性を欠いて、根本的解決を見るに至らず、以来(3-148)、(3-149)の両式が設計基準となつており、若干の文献³⁰⁾に採録されているものもこれを少し修正したものに過ぎず、わが国の上水道施設設計指針にあるものも上記の数字を換算しただけである。

しかしこれらの結論およびその基礎となつた実験を吟味すると、まず Jenks は種々の D_l , d , S_p の組み合わせのもとに枝管にそう圧力分布を測定して小孔からの流出量の均等性を論じたが、その数学的意味が明確でなく、主管にそつても当然流量分布が考えられ

るのに、その関係がとりあげられていない。Ellmsはこの点に注目して、一応 Jenks の与えた関係を満足するような枝管に主管を組み合わせ、ろ過池の四隅に相当する位置で測定した圧力が均等になるように $\Sigma A_l / A_m$ を求めているが、主管の配管に不備があり、かつ $\Sigma A_l / A_m$ の値を種々変化する場合に、主管を固定して枝管の本数を変えただけであつたから、水理学的にはかえつて複雑な現象を呈しており、普遍性を欠いた特殊な例を示したに過ぎない。また Jenks は (3-148) 式の (ii), (iii), (iv) の関係をみたす枝管の一部をとり、その上においた厚さ 18" の砂利層の表面で洗浄水の分布を観察しているが、それまでは小孔から噴出した洗浄水を砂利層底面に至るまでの砂利層中で完全に分布させるために必要な $\Sigma a / A_f$ の値は 0.28 ~ 0.41 % と考えられており、(3-148) 式の (iii), (iv) の関係をみたす小孔に対しては、 S_l を 9" ~ 6" とすることによつて $\Sigma a / A_f = 0.28 \sim 0.41 \%$ となる。Jenks は S_l の値を種々に変化して観察した結果、 S_l を 12" 程度まで大きくしても、砂利層表面における洗浄水の分布は満足であるとして、 $\Sigma a / A_f$ は 0.2 % 程度まで低下することができると結論したが、 $S_l \leq 12"$ とすることと、 $\Sigma a / A_f$ を小さくすることとの相関関係が明らかでなく首肯しがたい点がある。

常識的にもわかるように、多孔管型の流量配分系で主管または枝管の断面を一樣とすれば、こうした管内の流れはその流量を漸減していくにつれて圧力を回復し、この管内圧力変化を無視できる程度の損失水頭を小孔において生ぜしめることによつて、より均等な流出量分布が得られるわけであり、換言すれば $\Sigma a / A_f$ の値は小さい方が分布均等度を高めることになる。この意味で、比較的損失水頭の少ない砂利層内ではろ過池全体としての洗浄流量の均等化は十分に行なわれなれないと思われるので、主管—枝管—小孔の間で適当な均等度を期待できるような設計を行ない、砂利層は単に砂層を支持し、それぞれの小孔が分担する砂層底面へ洗浄噴出水を均分するのに必要な最小限の厚さとすることが望ましく、こうすることによつて理論的根拠も明快なものとなるであろう。

なお、(3-148), (3-149) 式で与えられる結論は、集水装置の管材料が主として鋼鉄管であつたときに得られたものであるから、新材料を用いる場合や小孔にブッシングを設けたりして流量係数が異なる場合には疑問が残る、また流量分布機構が同じでも、型式〔I〕の多孔管型以外の集水装置に対してはその他附帯的な問題があるはずである。さらに (3-148) 式のうちの (i), (iii), (iv) および (v) の条件を組み合わせると、

$$\left. \begin{array}{l} d=6\text{mmのとき, } \Sigma a/A_f > 0.001258, L_l \leq 692\text{ cm,} \\ d=12\text{mmのとき, } \Sigma a/A_f > 0.001885, L_l \leq 559\text{ cm} \end{array} \right\} \dots\dots (3-150)$$

の関係がえられ、依然として L_l の値に制限があることがわかる。結局問題は実験が行なわれたときと同じ条件に限つても、流量分布の均等度が不明のまま、かなり画一的な基準を作つたので、設計の弾力性を失なつていともいえよう。

6.4 流出管路基礎方程式の多孔管型集水装置への適用³¹⁾

多孔管型集水装置に対する水理設計の基準を逆流洗浄水の均等配分に基礎をおくべきものとすれば、第3章において述べた流出管路に対する基礎方程式およびその解法をそのまま用いることができるはずである。すなわち第3章の(2-36)、(2-37)および(2-42)'式から連続方程式、運動方程式および流出孔における流量方程式をまとめてかけば、一般に、

$$\frac{dQ}{dx} = -q_0, \dots\dots\dots (3-151)$$

$$\frac{\alpha_m U}{g} \frac{dU}{dx} + \frac{1}{\rho g} \frac{dP}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{\tau_0}{\rho g R} - \frac{\alpha_m U q_0}{g A} = 0, \dots\dots\dots (3-152)$$

および

$$q_0 = c \frac{a}{S} \sqrt{2g \left(\frac{P}{\rho g} + z - \frac{P'}{\rho g} - z' \right)} \dots\dots\dots (3-153)$$

となる。各記号は第3章において用いたものとすべて同様であつて、 Q は管内流量、 q_0 は管路単位長あたりの流出流量、 U は管内平均流速、 A は管断面積、 z は管軸の高さ、 z' は流出孔の高さ、 P は管軸における圧力、 P' は流出孔外の圧力、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 τ_0 は管壁の摩擦応力、 R は径深または動水半径、 α_m は流速分布による運動量の補正係数、 c は流出孔における流量係数、 a は流出孔面積の一般表示、 S はその中心間隔、 x は流下方向管軸にそつた距離である。

主管に対する枝管または枝管に対する小孔が連続的になつていて、しかも小孔および枝管の断面積 a および A_l がそれぞれ枝管断面積 A_l および主管断面積 A_m に比較して小さいと

考えられるので、流出量は管内流速水頭の影響を受けないものと仮定している。普通の多孔管型における主管と枝管ではこれらの仮定が十分であり、(3-151)~(3-153)の各式をそのまま用いられることは、第3章における実験結果からもうなずけるはずである。

本文では理論の単純化をはかるために一様管路を取り扱かつて A_m および A_L をそれぞれ一定とし、さらにつぎの仮定を設ける。すなわち(3-152)式の α_m は円管の場合約1.03となるが、管内流速分布が連続した小孔によつてうける影響は無視できるものとして $\alpha_m \cong 1$ とおく。また摩擦抵抗項も前同様通常の管路に対するものが適用できるものとし、本章においては実際問題を考えてManningの粗度係数 n_M を用いることにし、

$$\frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{n_M^2 U^2}{R^{4/3}} \dots\dots\dots (3-154)$$

とあらわす。

次に逆流洗浄中における集水系以後の損失水頭を考えると、これは砂利層中と砂層中の損失水頭および洗浄排水トラフ越流損失落差がおもなものである。トラフ越流水深と砂利層中損失水頭は洗浄速度の大小によつて増減するが、砂層中または枝管の小孔におけるそれと比較してかなり小さく、また結果的に洗浄速度の分布がろ過池内で大差ないものとすれば、これらはろ過池内各部を通じて一様であるとみなせる。砂層中の損失水頭は前者よりはるかに大であるが、通常の30~90 cm/minの洗浄速度で砂粒が浮動してくると、洗浄速度の増減にともなう損失水頭の増減がきわめて少ない³²⁾ので、これもろ過池内を通じて均等と考えてよい。結局洗浄水が小孔を出てから後の損失水頭はおのこの平均洗浄速度ごとに均等であるといえる。トラフの上縁は水平に設置されるから、砂利層底部すなわち小孔の外側における動水頭面もろ過池全域にわたつて水平と考えられる。かりにこれを水平と考えなくても、洗浄流量の多い部分の方が当然損失水頭を増すから、ごくわずかではあるがさらに流量均分化の効果があるわけであつて、結局ろ過層中におけるこの効果をわずかなものとして省略したのである。この〔砂利層底部動水頭面高さ〕=〔トラフ上縁高〕+〔トラフ越流水深〕+〔砂層中損失水頭〕+〔砂利層中損失水頭〕を z の測定の基準にとれば、 $P/\rho g + z$ は集水系各部の動水頭高さと砂利層底部動水頭面との差となるので、(2-49)式と同様の表示に従つて、この値を枝管に対して

は y ，主管に対してのみ Y とあらわすことにする。

各枝管および主管をそれぞれ一様管として(3-151)，(3-152)，(3-153)式を変形すると

$$\text{枝管に対し， } u = u_0 - \int_0^x \frac{q_l}{A_l} dx = \int_x^{L_l} \frac{q_l}{A_l} dx, \dots\dots\dots (3-155)$$

$$y = y_0 + \frac{u_0^2}{g} - \frac{u^2}{g} - \int_0^x \frac{n_M^2 u^2}{R_l^{4/3}} dx, \dots\dots\dots (3-156)$$

$$q_l = \frac{c_p a}{S_p} \sqrt{2gy}, \dots\dots\dots (3-157)$$

$$\text{主管に対し， } U = U_0 - \int_0^X \frac{q_m}{A_m} dX = \int_X^{L_m} \frac{q_m}{A_m} dX, \dots\dots\dots (3-158)$$

$$Y = Y_0 + \frac{U_0^2}{g} - \frac{U^2}{g} - \int_0^X \frac{n_M^2 U^2}{R_m^{4/3}} dX, \dots\dots\dots (3-159)$$

$$q_m = \frac{c_l A_l}{S_l} \sqrt{2g(Y - y_0)} \dots\dots\dots (3-160)$$

となる。ここに x は枝管流入口からの枝管にそと距離に限定し， X を主管にそと同じく流入口からの距離とする。同様に大文字と添字 m は主管，小文字と添字 l は枝管，添字 p は小孔，添字 0 は流入口における値を示す。なお流出を意味する添字 o は省略し，Manningの粗度係数 n_M は枝管と主管で便宜上同じ記号を用いた。

つぎに主管からの流出量 q_m が枝管への流入総量となるから，集水系全体の連続方程式として，

$$S_l q_m = \int_0^{L_l} q_l dx \dots\dots\dots (3-161)$$

が成立する。

以上の関係は主管の片側にだけ枝管がある場合のものであるが，図-3-37のように同じ長さの枝管が主管に対称に両側にある場合には， A_m ， q_m は実際の値の $1/2$ とするか， A_l ， A_p ， q_l を2倍にすればよく，以下においても同様である。(3-156)または(3-159)式は運動方程式(3-152)を連続方程式(3-151)を用いて積分して求めたもので，その際の境界条件として枝管または主管の流入口における y また

は Y と u または U を用いているが、流量または圧力分布を数値計算によつて求めるには、管終端 (u または $U=0$) における y または Y を (3-156) または (3-159) 式の境界条件として与えた方が便利である。枝管における小孔の有無を問わず、図-3-37 のごとき複合管路を解くには、従来われわれのもっていた知識をもつてすれば試算による数値計算を行なう以外に方法はなく、その場合管終端においてちょうど u または $U=0$ となるような流入口における y_0 または Y_0 と u_0 または U_0 を独立に与えることは試算法を用いる限り不可能であり、 $X=L_m$ 、 $x=L_l$ における y の値をまず与え、最後に総洗浄流量と Y_0 を知るという方法をとらざるをえないからである。計算順序は次のようである。³³⁾

(1) 標準枝管 (図-3-38)

枝管の終端 $x=L_l$ における y の値を y_L とすると、終端では $u=0$ であるから、(3-156) 式は、

$$y = y_L - \frac{u^2}{g} + \int_x^{L_l} \frac{n_M^2 u^2}{R f^3} dx \dots\dots\dots (3-162)$$

とかきかえられる。いま y_L を与えて試算によつて y を求めると、(3-157) 式によつて q_p 、ついで (3-155) 式によつて u の値を得るから、(3-162) 式によつ

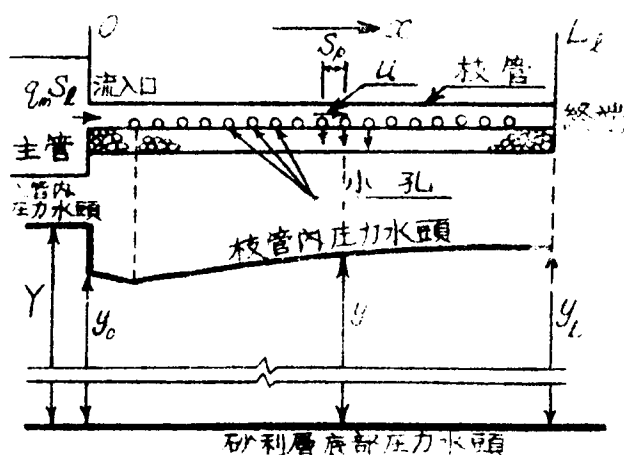


図-3-38 枝 管

てふたたび γ の計算をくり返し、各式が満たされると同時に γ, q_l, u などが決定できる。かくして枝管流入口における γ の値 γ_0 までが求められると、 γ, q_l, u の分布が得られる。標準枝管として γ_L のある値 γ_{L_s} のもとにこの計算を行なつて、標準値としての q_{l_s}, u_s および枝管総流量 $S_l q_{m_s} = \int_0^{L_l} q_{l_s} dx$ を求めておけば、 $S_l q_m$ が種々変化した場合に対しては、 $\gamma_L, \gamma, \gamma_0$ はそれぞれ $\gamma_{L_s}, \gamma_s, \gamma_{os}$ に $(q_m/q_{m_s})^2$ を乗じ、 q_l は q_{l_s} に q_m/q_{m_s} を乗ずることによつて求められる。

(2) 主管 (図-3-39)

枝管の場合と同様に、主管の終端 $X=L_m$ における γ の値 γ_L を与えると、(3-159) 式は次のようにかき改められる。

$$\gamma = \gamma_L - \frac{U^2}{g} + \int_X^{L_m} \frac{n_M^2 U^2}{R_m^{4/3}} dX \dots\dots\dots (3-163)$$

この場合には、まず試算によつて q_m を適当に仮定すると、(3-158) 式によつて U を得るから (3-163) 式によつて γ を求めることができる。他方仮定した q_m と標準枝管の q_{m_s} によつて、いま対象としている点 X にある枝管流入口の $\gamma_0 = \gamma_{os} \times (q_m/q_{m_s})^2$ として求められるから、(3-160) 式によつてふたたび q_m を計算する。これが仮定した q_m に合致するまで計算をくり返せば、同時に γ, U をも決定できる。かくして主管流入口まで計算を行なうと、全流量 $\int_0^{L_m} q_m dX$ を得られ、これをろ過面積

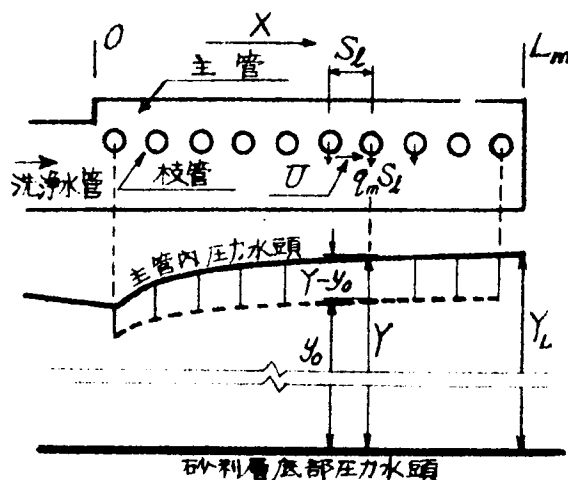


図-3-39 主 管

A_f で割ると、平均洗浄速度 w を得る。前同様に $Y_L = Y_{LS}$ として各標準値 Y_S, q_{mS}, w_S を求めておけば、所要の洗浄速度 w に対する Y, q_m はそれぞれ Y_{mS}, q_{mS} に $(w/w_S)^2, w/w_S$ を乗じて求めることができる。

なお枝管は主管と直角をなし、主管内の静圧 Y のみによつて枝管へ流入するものと考えているが、枝管への流入損失水頭を $0.5 u_0^2 / 2g$ とすると、 $c_l = 1/\sqrt{1.5}$ となる。

(3) 各校管の流量，圧力分布

上述の計算で各校管へ流入する $S_l q_m$ が決定されるから、ふたたび標準枝管の q_{mS}, γ_S, q_{lS} を用いてすべての小孔位置における γ, q_l を計算することができる。なお単に γ および q_l の分布比率のみを求めるには、標準枝管における各 γ_S あるいは q_{lS} の比率と、標準主管における各 Y_S あるいは q_{mS} の比率を掛け合わせると、全ろ過池内を通じての分布比を得ることができる。

このように主管、枝管および小孔の各部寸法、管種が決定され、かつ流量係数 c_l, c_p を与えれば、洗浄水圧および流量の分布が一義的に決定されることは、第3章の理論によつてむしろ当然といえよう。従つて多くの場合、このように試算を含んだ標準状態に対する分布を求めておかななくても、第3章の理論を応用することによつて直接洗浄流量分布を計算することが可能である。

すなわち、まず枝管について考えれば、管長 L_l 、小孔の面積 a とその間隔 S_p 、管断面積 A_l によつて枝管の有効開口面積比が第3章(2-54)式によつて

$$\beta_l = c_p \frac{a L_l}{S_p A_l} \dots\dots\dots (3-164)$$

として定められる。 β_l は以下では枝管に限つて用いるものとする。また n_M を用いて摩擦抵抗に関する無次元比も $\lambda L_l / 2R_l = g n_M^2 L_l / R_l^{4/3}$ として定まつている。しかも $x = L_l$ の枝管終端は閉塞されているから上下流端流量比 $u_L / u_0 = 0$ である。従つて第3章3.4において述べた方法によつて枝管にそつた圧力分布比 $\gamma / (u^2 / 2g)$ 、流出量分布比 r_l あるいは流入口における比損失水頭 K_{0l} を求めることができ、もし全校管を同じ構造配置にしてあれば、これらの値はすべての枝管について等しくなる。

次に主管に対する流出量方程式(3-160)式をかきかえると、

$$\frac{S_l^2 q_m^2}{c_l^2 A_l^2} = 2gY - 2g\gamma_0,$$

上式の両辺を枝管流入流速 u_0 の 2 乗で割ると、 $2gY_0/u_0^2 = K_{01}$ 、かつ (3-161) 式から $S_f^2 q_m^2 / A_f^2 = u_0^2$ であるから、

$$K_{01} + \frac{1}{c_f^2} = \frac{2gY \cdot A_f^2}{S_f^2 q_m^2},$$

従つて、

$$q_m = \frac{1}{\sqrt{K_{01} + 1/c_f^2}} \cdot \frac{A_f}{S_f} \sqrt{2gY} \dots\dots\dots (3-165)$$

とかくことができる。この (3-165) 式を (3-160) 式のかわりに用いれば、 $1/\sqrt{K_{01} + 1/c_f^2}$ *) を新たに流量係数と考えることによつて、主管に対する基礎方程式が、枝管に対するものあるいは第 3 章において述べた基礎的な流出管路に対する方程式と全く同型となる。上述のようにすべての枝管が同じものであれば c_f を一定とする限り $1/\sqrt{K_{01} + 1/c_f^2}$ も一定となり、主管に対するいわば等価有効開口比ともいふべき $A_f L_m / S_f A_m \sqrt{K_{01} + 1/c_f^2}$ および $gn_M^2 L_m / R_m^{4/3}$ の値、かつ $U_L / U_0 = 0$ を用いて、全く同様に主管における $Y / (U^2 / 2g)$ あるいは $q_m L_m / U_0 A_m = r_m$ を求めることができ、何ら試算を行なう必要がないことがわかる。流量係数については、一般に逆流洗浄水の均等配分を目的とすれば、開口比を小さくすることになるので、第 3 章 (2-162) 式あるいは図-2-36 における δ_0 の値も大きくなり、 c を一定としてよいと思われるが、これが変化する場合についても、すでに第 3 章で述べた修正計算方法を採用すれば、全く同じ手順で流通分布状態を求めることができる。

6.5 実際池に対する計算結果と水理試験 ³³⁾

上に述べた計算法の 1 例として、図-3-40 に示すような配置となつている大阪市工業用水道福島浄水場急速ろ過池の多孔管型集水装置の流量、圧力分布について、1 例として標準枝管を用いて行なつた計算結果を示す。

なお、本集水装置は Jenks および Ellms の設計基準 (3-148), (3-149) 式によつて設計されている。

*) この場合 $\alpha_m = 1$ としたが、 $\alpha_m \neq 1$ とすると $1/\sqrt{\alpha_m K_{01} + 1/c_f^2}$ となる。

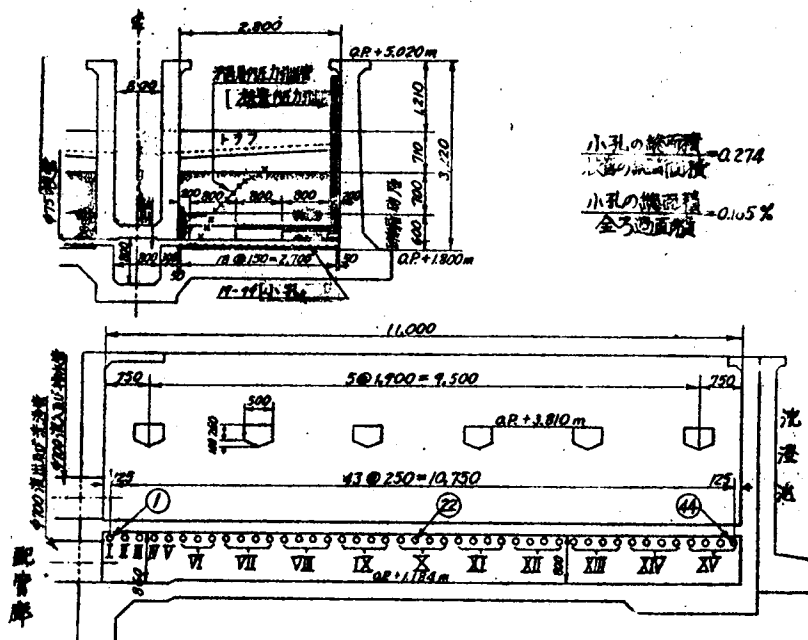


図-3-40 大阪市福島浄水場急速ろ過池の多孔管型集水装置

6.5.1 計算結果

(1) 枝管および小孔の置換

主管はその全長 11 m にわたって内径 75 mm の枝管を左右 4 本ずつ有する。第 3 章 3.6.2 における孔間隔の影響についての考察の結果、ある程度流出孔を集約して考えても、その中央位置に注目する限り、計算誤差はきわめて少ないことがわかったので、計算を簡単にするため主管の流入部を除いた大部分では左右 4 本計 8 本を 1 群とし、これらの中央位置に合計 8 本分の断面積を有する枝管があるものとする。ただし枝管の計算を行なうときには置換枝管のままで行なうことはできないので、置換枝管への流入量を 8 本分に分割し、置換前の枝管に適用する。

また枝管においてはその有効長 2.8 m の間に直径 9 mm の小孔を 19 個有するが、この場合も総断面積が等しくなるように選んだ径 14.82 mm の小孔 7 個に置換した。

(2) 摩擦損失水頭

枝管は石綿セメント管、主管はコンクリート管であるが、ともに $n_M = 0.013$

$m^{-1/3} \cdot \text{sec}$ としてよいであろう。従つて (3-154) 式を用いると, (3-156), (3-159) 式の摩擦損失水頭項は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{枝管: } R=0.01875m, \quad \Delta h_f=0.03395 u^2 S_p, \\ \text{主管: } R=0.20m, \quad \Delta H_f=0.001445 U^2 S_L. \end{array} \right\} \dots\dots (3-166)$$

ただし Δh_f , ΔH_f はそれぞれ枝管, 主管における, ある置換流出口間の摩擦損失水頭を意味し, それに応じて, S_p , S_L も置換小孔, 置換枝管の間隔を意味する。

(3) 小孔における流量係数 c_p

c_p の値は小孔の径および圧力 γ などによつても変化するものであり, また枝管にそつても変化する可能性がある。しかし小孔の外側を砂利が囲んでいることの影響なども考慮する必要があり, 速断することは許されないが, ここでは各校管の各小孔につき一定の値を採用することによつて計算の簡略化をはかつた。後述するように実測結果にもとづき $c_p=0.760$ とした。

(4) 標準枝管の計算

総流入量が 10.0000 l/sec となるものを標準枝管とした。計算結果は表-3-3に示す通りである。

なお表中に示した r_l は q_{ls} の平均値すなわち $10.0000 \text{ l/sec} / 7 = 1.4286 \text{ l/sec}$ に対する各 q_{ls} の比である。また実際の第1番目の小孔は置換小孔 '1' より上流 0.150 m の点にあつて, この点で γ_s または γ が最低となる。直線外挿によつてこの点の γ_s を求めると 5.8004 m となり, この点から流入口までの 0.350 m の間の摩擦損失水頭を加えて流入口における γ_{0s} を求めた。

(5) 平均洗浄速度 $w=58.878 \text{ cm/min}$ の場合の主管

主管自身は $0.8 \times 0.8 \text{ m}^2$ の一様断面となつてゐるが, 洗浄水管は内径 700 mm の鑄鉄管であつて, 主管流入部においては断面が急拡している。計算に際しては, 模型による実験結果²²⁾を参考にして流入端から第7番目の実際枝管に相当する位置まで, すなわち流入部 1.625 m の間で流水断面積 A_m が 0.385 m^2 から 0.640 m^2 に直線的に増加するものと考えた。こうして一様断面の場合の運動方程式 (3-159) がこの部分にも近似的に成立するものとして計算を行なつた。

計算結果を表-3-4に示す。表中の r_m は表-3-3と同様, q_m の平均値に対する各 q_m の比をあらわす。また主管流入口における γ_0 はこの場合約 2.77 m となつてい

表-3-3 標準校管の流量・圧力分布

置換小孔の断面積 $a=0.0001726 \text{ m}^2$, $c_p a=0.0001312 \text{ m}^2$, 實際校管の断面積 $A_l=0.004418 \text{ m}^2$,

	単位	流入口	置換小孔番号						終端
			イ	ロ	ハ	ニ	ホ	ヘ	ト
u_s	m/s	2.2635	2.2635	1.9460	1.6261	1.3041	0.9802	0.6546	0.3277
u_s^2/g	m	0.5228	0.5228	0.3864	0.2698	0.1763	0.0980	0.0437	0.0110
γ_s	m	$\gamma_{os}=5.8612$	5.8322	5.9171	5.9978	6.0709	6.1335	6.1820	6.2132
$q_{ls} S_p$	l/s		1.4028	1.4130	1.4226	1.4311	1.4385	1.4442	1.4478
$\Sigma q_{ls} S_p$	l/s		10.0000	8.5972	7.1842	5.7616	4.3305	2.8920	1.4478
r_l	%		98.196	98.908	99.579	100.179	100.696	101.095	101.346
S_p	m		(0.350)	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
Δh_{fs}	m		(0.0608)	0.0515	0.0360	0.0231	0.0130	0.0058	0.0015
$\Sigma \Delta h_{fs}$	m		—	0.1309	0.0794	0.0434	0.0203	0.0073	0.0015

るが、これにろ過層中の損失水頭を加えたものが洗浄時のろ過池内総損失水頭である。

(6) $w=58.878 \text{ cm/min}$ の場合の各枝管の圧力水頭

表-3-4に示した各枝管への流入量 $S_l q_m$ と表-3-3に示した標準枝管の $S_l q_{ms}$ 、 γ_s 、 q_{ls} から先に述べた比例計算によつて、各小孔からの分布流量を求めることができるが、ここでは後述の圧力実測設備を有する実際枝管①、②② および ④④ における γ の分布を表-3-5に掲げる。なお ②②、④④ の枝管への流入量は表-3-4の置換枝管への平均流入量から挿間法によつて求めた。

表-3-5 各枝管の圧力分布 ($w=58.878 \text{ cm/min}$)

枝 管 番 号			①	②②	④④
流 入 量 $S_l q_m (\text{l/s})$			6.6555	6.8842	6.9169
γ (m)	流 入 口		2.5963	2.7778	2.8042
	圧 力 最 低 点		2.5693	2.7778	2.7751
	置 換 小 孔 番 号	イ	2.5834	2.7640	2.7903
		ロ	2.6211	2.8043	2.8310
		ハ	2.6568	2.8425	2.8696
		ニ	2.6892	2.8772	2.9045
		ホ	2.7169	2.9068	2.9345
		ヘ	2.7384	2.9298	2.9577
		ト	2.7522	2.9446	2.9726
	終 端		2.7521	2.9498	2.9779

(7) 逆流洗浄流量の分布

表-3-3に示した枝管における各 q_l の百分比 r_l および表-3-4に示した主管における q_m の百分比 r_m を互に掛け合わせると、全ろ過面積を通じての平均洗浄速度に対する全小孔からの分布流量百分比を得る。これを零百分比線であらわしたものが図-3-41である。図-3-41には同時に、 $w=58.878 \text{ cm/min}$ の場合の各点の γ の分布をも示したが、これにろ過層の損失水頭を加えると、枝管からトラフに至る間の洗浄損失水頭分布図が得られる。ただしこの損失水頭の値のみは洗浄速度によつて変化するのはいうまでもない。

表-3-4 主管の流量・圧力分布 (w=58.878 cm/min)

$$A_1 = 0.004418 \text{ m}^2, \quad c_1 = 0.82, \quad \gamma_0 = 5.8612 \text{ m} \times (S_i q_m / 10.0000)^2$$

置換枝番号	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	終端
実測枝番号	①	②	③	④	⑤	⑥~⑧	⑨~⑫	⑬~⑮	⑯~⑳	㉑~㉒	㉓~㉔	㉕~㉖	㉗~㉘	㉙~㉚	㉛~㉜	
実測枝数 m	2	2	2	2	2	6	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
$m c_1 A_1$	m ²	0.00725	0.00725	0.00725	0.00725	0.00725	0.02175	0.02900	0.02900	0.02900	0.02900	0.02900	0.02900	0.02900	0.02900	
A_m	m ²	0.405	0.444	0.483	0.522	0.561	0.640	0.640	0.640	0.640	0.640	0.640	0.640	0.640	0.640	6.640
U	m/s	14.925	1.3315	1.1962	1.0809	0.9816	0.8393	0.0751	0.6895	0.6037	0.5178	0.4317	0.3455	0.2592	0.1729	0.08645
U^2/g	m	0.2273	0.1809	0.1460	0.1192	0.0983	0.0719	0.0613	0.0485	0.0372	0.0274	0.0190	0.0122	0.0069	0.0031	0.00076
Y	m	27684	28139	28482	28745	28950	29209	29307	29428	29536	29630	29711	29778	29830	29868	29891
$Y - \gamma_0$	m	0.1721	0.1750	0.1769	0.1786	0.1800	0.1815	0.1821	0.1829	0.1835	0.1842	0.1847	0.1851	0.1854	0.1857	0.1857
$m S_i q_m$	l/s	13.311	13420	13502	13564	13612	41019	54784	54899	54998	55085	55160	55222	55270	55305	55327
$\Sigma m S_i q_m$	l/s	604478	591167	577747	564245	550681	537069	496050	441266	386367	331369	276284	221124	165902	110632	55327
$S_i q_m$	l/s	66555	67100	67510	67820	68060	68365	68480	68621	68748	68856	68950	69028	69088	69131	69159
γ_0	m	25963	26390	26713	26959	27150	27394	27486	27600	27701	27789	27865	27927	27976	28011	28034
r_m	%	96.891	97.584	98.281	98.732	99.082	99.526	99.893	99.999	100.083	100.241	100.377	100.490	100.578	100.641	100.681
S_i	m	—	0.250	0.250	0.250	0.250	0.500	0.875	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ΔH_f	m	—	0.00084	0.00064	0.00050	0.00040	0.00053	0.00076	0.00069	0.00053	0.00039	0.00027	0.00017	0.00010	0.00004	0.00001
$\Sigma \Delta H_f$	m	—	0.00586	0.00501	0.00437	0.00388	0.00348	0.00295	0.00219	0.00151	0.00098	0.00059	0.00032	0.00015	0.00005	0.00001

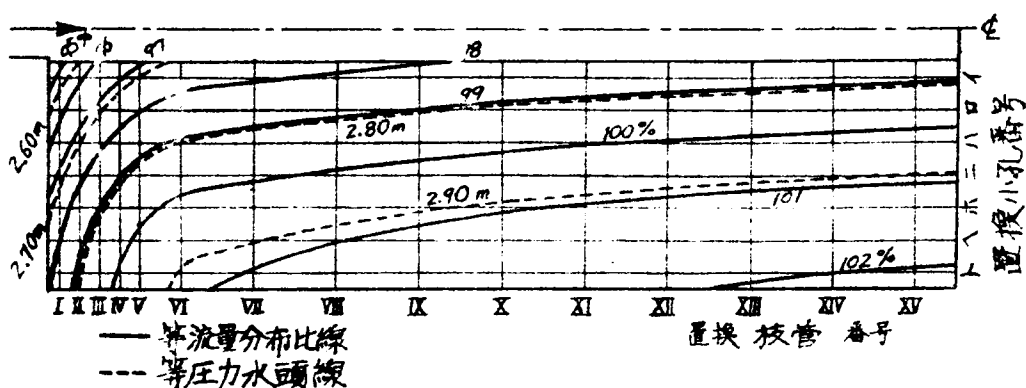


図-3-41 福島浄水場急速ろ過池逆流洗浄流量・圧力分布 ($w=58.878\text{ cm/min}$)

図-3-41あるいは表-3-3, 表-3-4からわかるように, 主管の最終端にある枝管④のさらに最終端にある小孔からの流出量が最も多く平均値に対し102.13%となる。逆に主管流入口に最も近い枝管①の最初の小孔からは平均値の94.88%の流出しかない。これは主管流入部の流水断面が洗浄水管との接続の関係で小さくなることに特に影響されている。

6.5.2 実際池における水理試験

圧力分布実測の対象としたのは上述の計算例と同じく福島浄水場急速ろ過池であるが, 第1号急速ろ過池のうち中央きよで2分された片側に図-3-40にその大要を示したような試験設備が設置され, 枝管①, ②②, ④④のおのおのにおいて, 置換小孔'イ', 'ベ', 'ボ', 'ト'の位置の計12カ所の圧力およびろ過層中鉛直方向の圧力を測定し得るようになっている。

(1) 実測期間 昭和31年7~8月

(2) 洗浄速度の実測

計算および実測圧力の比較, または小孔における流量係数決定のために, 正確な洗浄速度を知る必要があつたので, 洗浄排水汚水溜にフロートゲージを設けて洗浄速度を実測した。

(3) ろ過層中の損失水頭

ろ過層内圧力実測設備附属のマノメーターによつて逆流洗浄実施中のろ過層内各部の

動水頭高を求めた。その例を図
 3-42に示す。図3-42
 によれば平均洗浄速度58.82
 cm/min の場合、砂利層中の損
 失水頭が21.0 cm、砂層中におい
 て55.0 cm、トラフ越流深3.0 cm。
 合計ろ過層中において79.0 cm
 となり、トラフ上縁がO.P.+
 3.810 mであるから砂利層底部

圧力水頭面の高さはO.P.+ 4.6
 00 mとなる。

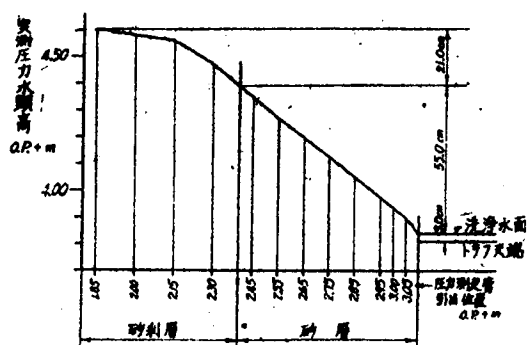


図-3-42 福島浄水場急速ろ過池逆流洗浄時
 ろ過層内損失水頭実測値
 ($w=58.82 \text{ cm}/\text{min}$)

(4) 枝管内圧力の測定

枝管内の圧力測定には、1 端に 3 方コックを有する水銀マノメーターを枝管の圧力引出管に接続し、洗浄開始後コックを操作して圧力を測定した。なお洗浄中平均速度が一定に保たれていても、ポンプ直結式であるためか圧力の変動すなわち時々刻々の洗浄速度の変動があり、マノメーターの水銀面の動揺を数多くの写真に記録して平均値を求めた。

(5) 小孔における流量係数 c_p の決定

圧力水頭の平均高を求め、これから実測砂利層底部圧力水頭高を差引くと γ の平均値を得る。これから逆に小孔における流量係数 c_p を求めると表-3-6 のようになる。普通洗浄速度 50 ~ 70 cm/min の範囲内ではこの c_p 値を一定として用いても差しつかえないものと思われる。

(6) 圧力実測値および計算値の比較

洗浄速度 58.82 cm/min の実測値と比較するため便宜上 58.878 cm/min の場合の計算値をとる。表-3-4 の Y あるいは表-3-5 の γ の計算値に砂利層底部圧力水頭面の高さ O.P.+ 4.600 m を加えると、各圧力水頭線の標高を得る。この計算値を実測圧力水頭の標高と比較すると図-3-43 のようになる。図中、実測圧力にはその平均値とともに最高および最低の変動範囲を示してあるが、実測値は計算値にかなり一致しているものといえ、枝管、主管とも理論計算値のほぼ正しかつたことを示している。従って実際池における流量分布が図-3-41 に示すものとほとんど同じであると考えて差しつかえない。従って実際問題としては、本節の計算例に示したように各小孔にお

表-3-6 流量係数 c_p の決定

w の実測値 (cm/min)		59.17	58.82	52.57
①	主管へ流入する総流量 (m^3/s)	0.60750	0.60386	0.53974
②	小孔1個から流出する平均流量: ①/88×19 (m^3/s)	0.0003633	0.0003612	0.0003228
③	小孔1個から流出する平均流速: ②/0.0000636 m^2 (m/s)	5.712	5.679	5.075
④	枝管内圧力水頭実測平均高 (O.P. + m)	7.5099	7.4349	6.8324
⑤	砂利層底部圧力水頭実測高 (O.P. + m)	4.6000	4.6000	4.5750
⑥	y の平均値: ④ - ⑤ (m)	2.9099	2.8349	2.2574
⑦	$\sqrt{2g \times ⑥}$ (m/s)	7.552	7.454	6.652
小孔の流量係数 c_p : ③/⑦		0.756	0.762	0.763
c_p の平均値		0.760		

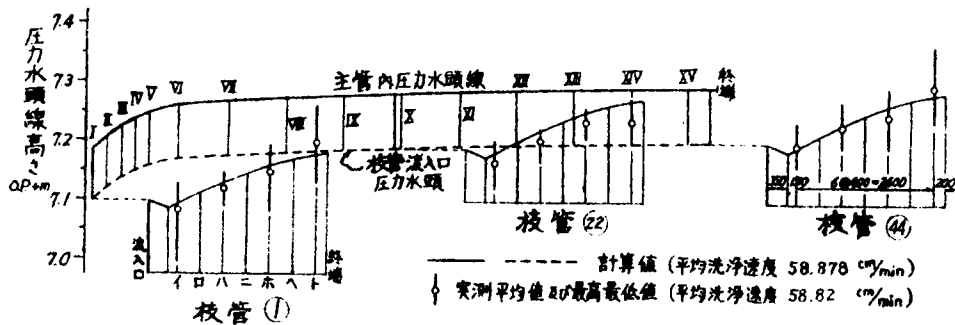


図-3-43 福島浄水場急速ろ過池多孔管型集水装置における逆流洗浄時圧力分布計算値および実測値の比較

る流量係数を一定として取り扱かつても工学的には十分であるものと推定される。

計算値が実測値と異なる原因の主なもの、実測圧力のかなりの変動が第一に考えられ

るが、また施工された枝管の各小孔の孔径、形状あるいは小孔外部にある砂利粒の状態の相違などによるものと考えられる。

6.6 多孔管型集水装置の合理的設計法と設計基準の普遍化³¹⁾

6.6.1 均等な洗浄水分布を得るための基礎式

いま枝管にその流出量 q_l が砂利層を上昇する間に枝管の間隔 S_l の範囲に均等に分布するものとする。ろ過池各部における洗浄速度は q_l/S_l によつてあらわされる。 S_l を x 、 X に無関係に一定とした場合、洗浄速度をろ過池全域を通じて均等とするためには q_l も x 、 X の値の如何にかかわらず一定とする必要がある。 q_l を一定とすれば、(3-155) 式は

$$u = u_0 - \frac{q_l x}{A_l} = \frac{q_l}{A_l} (L_l - x) \dots\dots\dots (3-167)$$

となり、(3-161) 式によつて $q_m = q_l L_l / S_l$ も一定となるから、(3-158) 式は

$$U = U_0 - \frac{q_m X}{A_m} = \frac{q_m}{A_m} (L_m - X) \dots\dots\dots (3-168)$$

(3-156) と (3-157) の両式から y を消去し、さらに (3-167) 式を代入すると、

$$y_0 = \frac{q_l^2 S_p^2}{2 g c_p^2 a^2} - \frac{q_l^2 x}{g A_l^2} (2 L_l - x) + \frac{n_M^2 q_l^2}{3 R_l^{4/3} A_l^2} (3 L_l^2 - 3 L_l x + x^2) x \dots\dots (3-169)$$

となる。上式の両辺を $u_0^2/2g = q_l^2 L_l^2/2g A_l^2$ で割つて無次元化すると

$$\frac{y_0}{u_0^2/2g} = \left(\frac{S_p A_l}{c_p a L_l}\right)^2 - 2 \frac{x}{L_l} \left(2 - \frac{x}{L_l}\right) + \frac{2 g n_M^2 L_l}{3 R_l^{4/3}} \left(3 - 3 \frac{x}{L_l} + \frac{x^2}{L_l^2}\right) \frac{x}{L_l} \dots\dots\dots (3-170)$$

となり、同様に (3-159)、(3-160) および (3-168) 式から次式がえられる。

$$\frac{Y_0 - y_0}{U_0^2/2g} = \left(\frac{S_l A_m}{c_l A_l L_m}\right)^2 - 2 \frac{X}{L_m} \left(2 - \frac{X}{L_m}\right) + \frac{2 g n_M^2 L_m}{3 R_m^{4/3}} \left(3 - 3 \frac{X}{L_m} + \frac{X^2}{L_m^2}\right) \frac{X}{L_m}.$$

..... (3-171)

A_p, S_p が一定値のときは, L_l / S_p が1本の枝管にある小孔の数を示すから, (3-170) 式の $a L_l / S_p A_l$ は枝管断面積に対する小孔の総開口面積比を示し, Jenks の設計基準 (3-148) 式の $\Sigma a / \Sigma A_l$ に相当する。同様に (3-171) 式の $A_l L_m / S_l A_m$ も主管に対する枝管の総開口面積比で, Ellms の結論 (3-149) 式の $\Sigma A_l / A_m$ に相当する。そこで枝管に対する小孔の総開口面積比を, 第3章 (2-54) 式と同様に, 小孔の流量係数 c_p を含めて β_l と定義したのが (3-164) 式であり, 主管に対する枝管の開口面積比 $A_l L_m / S_l A_m$ については,

$$\beta_m = \frac{A_l L_m}{S_l A_m} \quad \dots\dots\dots (3-172)$$

と定義する。

ここで β_l にのみ流量係数を含ませたのは, 小孔における流量係数 c_p はさきに述べたように少なくともブッシングあるいはストレーナーの採否によりその値が一定でない。一方, 主管に対しては枝管を直角に配管し, その始端が主管内面に一致するようにするのが普通であるので, 特殊構造としない限り先に述べたように $c_l = 1/\sqrt{1.5}$ となる。これらを加味して β_l には c_p を含めた有効値をとるのが望ましく, 反対に主管に対しては (3-172) 式の β_m で十分であるからである。このようにすると, 床面積に対する小孔の有効面積比 r_f は,

$$r_f = c_p \frac{a}{S_l S_p} = c_p \frac{a L_l}{S_p A_l} \cdot \frac{A_l L_m}{S_l A_m} \cdot \frac{A_m}{L_l L_m} = \beta_l \beta_m \frac{A_m}{L_l L_m} \quad \dots (3-173)$$

とあらわされる。 $L_l L_m = A_f$ であるから a, S_p が一定の場合には r_f は Jenks の $\Sigma a / A_f$ に c_p を乗じたものである。つぎに $2 g n_M^2 L_l / 3 R_l^{4/3}$, $2 g n_M^2 L_m / 3 R_m^{4/3}$ はそれぞれ枝管および主管における摩擦損失水頭の大きさをあらわす無次元量であり, これらを

$$\frac{2 g n_M^2 L_l}{3 R_l^{4/3}} = N_l, \quad \frac{2 g n_M^2 L_m}{3 R_m^{4/3}} = N_m \quad \dots\dots\dots (3-174)$$

とかくことにする。 γ_0 および Y_0 は定義によりそれぞれ枝管流入口および主管流入口から砂利層底部に至る間の損失水頭を示し、 $\gamma_0/(u_0^2/2g)$ 、 $Y_0/(U_0^2/2g)$ はそれぞれ流入口における流速水頭との比をとつたものであり、第3章においてのべた比損失水頭にはかならない。前者は枝管のみに対する K_{0l} であり、後者は主管に対する比損失水頭でこれを K_{om} とかくことにする。特に $K_{om}=Y_0/(U_0^2/2g)$ は全集水系に対する比損失水頭と考えることもでき、多孔管型集水装置の水力特性を左右する重要な要素となる。

(3-172) 式を用いて (3-161) 式をかきなおすと、

$$U_0 = \beta_m u_0 \quad \dots\dots\dots (3-175)$$

となるので、(3-164)、(3-172)、(3-174)、(3-175) の各式を用いて、(3-170)、(3-171) 式は

枝管に対し、

$$\frac{\gamma_0}{u_0^2/2g} = K_{0l} = \frac{1}{\beta_l^2} - 2 \frac{x}{L_l} \left(2 - \frac{x}{L_l} \right) + N_l \left(3 - 3 \frac{x}{L_l} + \frac{x^2}{L_l^2} \right) \frac{x}{L_l},$$

..... (3-176)

主管に対し、

$$\frac{Y_0}{U_0^2/2g} - \frac{\gamma_0}{\beta_m^2 u_0^2/2g} = K_{om} - \frac{K_{0l}}{\beta_m^2} = \frac{1}{\beta_m^2 c_p^2} - 2 \frac{X}{L_m} \left(2 - \frac{X}{L_m} \right)$$

$$+ N_m \left(3 - 3 \frac{X}{L_m} + \frac{X^2}{L_m^2} \right) \frac{X}{L_m} \quad \dots\dots\dots (3-177)$$

となる。 A_l 、 S_l 、 A_m は一定とするので、 β_m は一定であり、(3-177) 式から $\gamma_0/(u_0^2/2g)$ を求め、(3-176) 式から β_l を求めれば、洗浄速度を一様にするような a 、 S_p が x 、 X のすべての値について決定できる。これを (3-155) ~ (3-157) 式および (3-158) ~ (3-160) 式にもどつて考えると、 q_l 、 q_m が一定の場合、(3-156)、(3-159) 式は γ 、 Y が一定でないことを示し、一方 A_l 、 S_l を一定とすれば (3-160) 式から $Y - \gamma_0$ が一定で γ_0 が X の函数となり、したがつて γ が x および X の函数になつて、(3-157) 式から a/S_p が x および X によつて変ることがわかる。

6.6.2 小孔の孔径と間隔を階段的に変化させる方法

多孔管型集水装置では A_m, A_l, a, S_l, S_p などすべて一様として前述の設計基準 (3-148), (3-149) 式に従った場合、洗浄速度は $X=L_m, x=L_l$ において最も大、逆に $X=0, x=0$ において最も小となり、その他の点においてはこの両極値の間を一様に変化していることは前節に示した計算例あるいは実験結果からも明らかである。従つて洗浄速度の分布が各小部分ではむしろ若干不均等であつても、ろ過池全体として均等にすることが合理的であり、そのための設計計算を行なうには、(3-176), (3-177) 式をそのまま用いればよい。まず L_l, L_m, S_l, A_m の値と用いる管種によつて (3-172), (3-174) 式から β_m, N_l, N_m を算出し、洗浄速度と洗浄時に利用できる水頭から適当に比損失水頭 K_{om} を求めておく。 S_p を一定として a を変化しようとする場合には、ろ過池を主管にそつて間隔 S_l 、枝管方向間隔 S_p の矩形に分割し、各区域の平均の $x/L_l, X/L_m$ について β_l を計算する。さらに小孔の形状によつて c_p の値を定めれば、(3-164) 式から a が求められるから、それに相当する孔径 d の小孔を該区域の中央に設ければよい。しかし小孔を1個ずつ変化させることは実際問題としては不可能であるので、適当数の区域ごとにそれらの中央径に統一することになる。また a を一定として S_p を変化させるときは、あらかじめ枝管にそつて S_p の分布を求めておき、第5章5.4で示した (3-72) 式と同じ考え方で、

$$\int_0^x \frac{dx}{S_p} + \frac{1}{2}$$

の値と x の関係を描いておくことによつて、小孔を設けるべき位置を容易に見出すことができる。なお S_l, S_p, d などの絶対値については、砂利層の厚さに応じて Jenks の結論 (3-148) 式も十分参考とすることができ、 $S_p > S_l$ となるような部分では d を小さくして $S_p \cong S_l$ とするか、 a すなわち d の変化が急激すぎるときは S_p も若干変化せしめて a の変化率を緩和することが必要な場合も生ずるであろう。

以上の計算は (3-176), (3-177) 式を図式化しておくことによつて非常に簡易となる。図-3-44はこれらの関係を $c_l = 1/\sqrt{1.5}$ として描いたものである。図-3-44の第II象限は (3-177) 式によつて β_m と $(Y_0 - y_0)/(U_0^2/2g)$ の関係を求めたもので、 $X/L_m, N_m$ の値が異なる各曲線は縦軸の方向に互に平行移動すればえられる。同様に第IV象限は β_l と $y_0/(u_0^2/2g)$ の関係を (3-176) 式から求めたもので $x/L_l, N_l$ にしたがつて横軸方向に平行移動すればよい。第I象限は (3-176) および (3-177) 式のおのおの左辺の間の関係となり、 $Y_0/(U_0^2/2g)$

が等しければすべて縦軸上の一点で交わる勾配 $(-1/\beta_m^2)$ の直線で示される。なお第三象限は参考のため (3-173) 式において $r_f L_l L_m / A_m = r_f A_f / A_m$ の一定の場合の β_m と β_l の関係を示す双曲線である。まず β_m から $X/L_m, N_m$ をパラメーターとして $(Y_0 - y_0)/(U_0^2/2g)$ を求め、これからふたたび β_m と $Y_0/(U_0^2/2g)$ によつて $y_0/(u_0^2/2g)$ を知り、ついで $x/L_l, N_l$ をパラメーターとして β_l を得ることが出来る。このように図-3-44を用いると階段的設計法を容易に適用できるわけである。

なお、図-3-44からわかるように、一般に β_m が小さい場合は β_l を大きくできるが、ろ過池内における β_l の変化率が大きくなり、反対に β_m が大きいほど β_l は小となり、ろ過池内におけるその変化率も少ない。また $Y_0/(U_0^2/2g)$ を大にするほど β_l は均等になる。 β_l の変化率が大きいほど、 a あるいは S_p の一方を一定としたときの他方の変

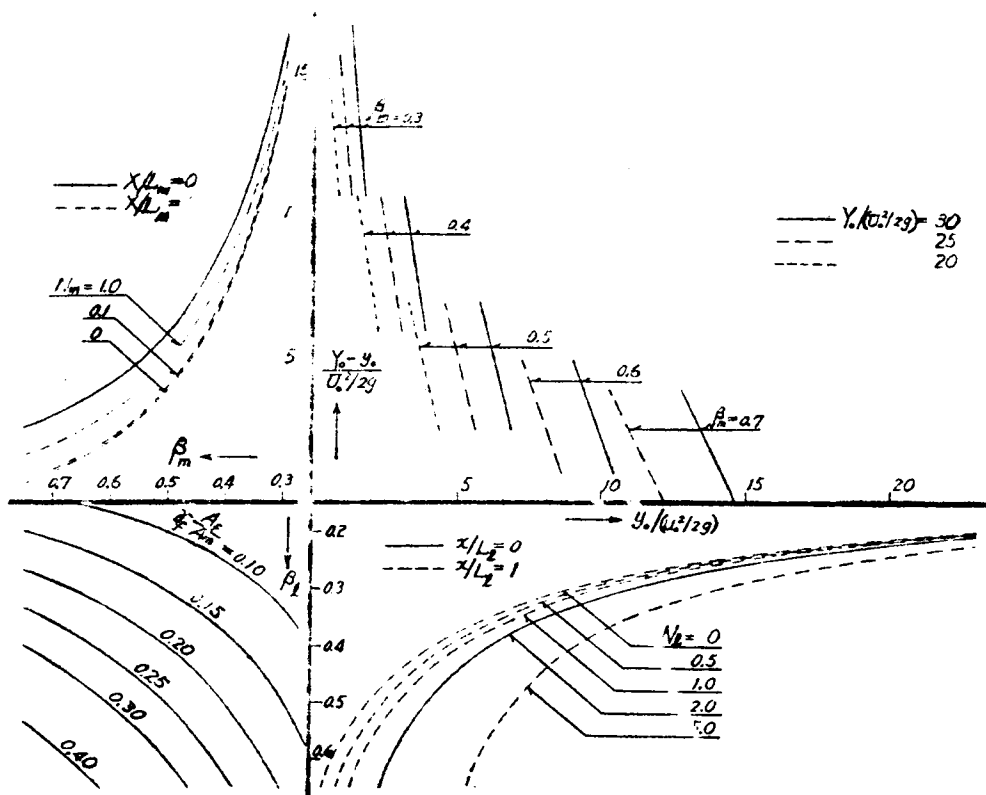


図-3-44 均等な洗浄水量分布を得るための β_l を求める図

化がはなはだしいことは当然である。また、 N_l または N_m が 2.0 以下のときには、 $x/L_l = 1$ または $X/L_m = 1$ における β_l がそれぞれ $x/L_l = 0$ または $X/L_m = 0$ における β_l より小さくなっているが、 N_l または N_m が 2.0 以上となると、これが逆になることは注意を要する。

6.6.3 最大最小流量比と一様な配管系の合理的設計法

ろ過池内の洗浄速度の分布を均等にするための一方法として、理論的には各点で全く均等な y の値を生じるように A_m と A_l の値を変化させることも不可能ではない。しかし実際設計において施工できるのは、 A_m 、 A_l 、 S_l を一定とし a または S_p を数段階に変化させる程度が限度でないかと考えたわけであるが、さらに施工を容易にする意味で a および S_p をともに一定とする従来の形式もなお重要であると考えられる。この場合たとえば (3-148)、(3-149) 式の設計基準によれば、洗浄速度のろ過池内における均等度がどの程度になるかを確かめる必要があり、かつこの基準に流量分布の均等度を導入するためには、多孔管型集水装置の水理機構を左右する種々の要素と均等度との関係を明らかにしておかねばならない。 q_l が一定の場合の基礎式 (3-176)、(3-177) を用いれば、第3章において述べた β_{max}/β_{min} 法の考え方を応用することによりつぎのように簡単に流量分布の均等度を求めることができる。すなわち、(3-157) 式は

$$q_l = c_p \frac{a}{S_p} \sqrt{2gy} = c_p \frac{aL_l}{S_p A_l} \cdot \frac{A_l}{L_l} \sqrt{2gy} = \frac{A_l}{L_l} \beta_l \sqrt{2gy} \quad \dots (3-178)$$

とかける。(3-176)、(3-177) 式から q_l を一定としたときに求められる β_l を β'_l とかき、このとき各点の y の値 y' は、(3-178) 式から

$$\sqrt{2gy'} = \frac{q_l L_l}{A_l} \cdot \frac{1}{\beta'_l} = u_0 \frac{1}{\beta'_l} \quad \dots \dots \dots (3-179)$$

として求められる。いまあらためて (3-164) 式の値が一定値 β_l である場合にも q_l の分布がかなり均等であつて、その場合の y の分布が (3-179) 式で求めた y' と大差ないものとする、

$$q_l \cong \frac{A_l}{L_l} \beta_l \sqrt{2gy'} = \frac{A_l}{L_l} \beta_l u_0 \frac{1}{\beta'_l} \quad \dots \dots \dots (3-180)$$

となり、 A_l, L_l, β_l, u_0 は一定であるから、 q_l は β_l' に逆比例することとなる。したがって (3-180) 式において β_l' を $\beta_{l,min}'$ とすれば $q_{l,max}$ が得られ、 $\beta_{l,max}'$ とすると $q_{l,min}$ が得られる。ろ過池内洗浄速度の最大最小比を R_w とすると、

$$R_w = \frac{q_{l,max}}{q_{l,min}} \cong \frac{\beta_{l,max}'}{\beta_{l,min}'} \dots\dots\dots (3-181)$$

とすることができ。

(1) $N_l = 1.0$ の場合 設計基準 (3-148) 式は

$$L_l \leq 60 D_l = 240 R_l \quad \text{あるいは} \quad L_l / 240 R_l \leq 1.0$$

であるが、これはつぎのようにかき改められる。

$$\frac{2 g n_M^2 L_l}{3 R_l^{4/3}} \cdot \frac{R_l^{1/3}}{2 g n_M^2 \cdot 80} = N_l \frac{R_l^{1/3}}{2 g n_M^2 \cdot 80} \leq 1.0 \dots\dots\dots (3-182)$$

いま通常用いられる値として、 $n_M = 0.013$ 、 $D_l = 0.075\text{m}$ とすれば、 $R_l^{1/3} / 2 g n_M^2 \cdot 80 \cong 1.0$ となるから、(3-182) 式は

$$N_l \leq 1.0 \dots\dots\dots (3-182)'$$

となる。ところが主管の断面は大きいので摩擦の影響を無視し、 $N_m = 0$ 、 $N_l = 1.0$ 、 $1/c_l^2 = 1.5$ として R_w を求めてみよう。この場合、 $\beta_{l,min}' (q_{l,max})$ は $x/L_l = X/L_m = 1$ において生じるから、これらの値を (3-176)、(3-177) 式に代入して

$$\beta_{l,min}' = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^2 (K_{om} + 2) - 1/2}} \dots\dots\dots (3-183)$$

同様に $x/L_l = X/L_m = 0$ として (3-176)、(3-177) 式を解いて、

$$\beta_{l,max}' = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^2 K_{om} - 3/2}} \dots\dots\dots (3-184)$$

を得る。従って (3-181) 式から、

$$R_w = \sqrt{\beta_m^2 (K_{om} + 2) - \frac{1}{2}} / \sqrt{\beta_m^2 K_{om} - \frac{3}{2}} \dots\dots\dots (3-185)$$

となる。(3-180)式における一定の β_l の値としては、分布した β_l の値をできるだけよく代表するものがよいが、ここでは簡単のために $\beta'_{l,max}$ と $\beta'_{l,min}$ の算術平均をとるものとして、

$$\beta_l = \frac{1}{2} (\beta'_{l,max} + \beta'_{l,min}) \dots\dots\dots (3-186)$$

とすれば、(3-173)式より、

$$\tau_f \frac{A_f}{A_m} = \beta_m \beta_l = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{K_{om} + 2 - 1/2\beta_m^2}} + \frac{1}{\sqrt{K_{om} - 3/2\beta_m^2}} \right) \dots\dots (3-187)$$

となり、(3-185)、(3-187)の両式から R_w と $\tau_f A_f / A_m$ の関係として次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_f \frac{A_f}{A_m} &= \frac{(1+R_w)\sqrt{R_w^2-1}}{2R_w\sqrt{2+1/\beta_m^2}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(R_w^2-1)(1+R_w)^2}{2R_w^2} - 2\beta_l^2} \\ &= \frac{(1+R_w)\sqrt{3R_w^2-1}}{2R_w\sqrt{2(K_{om}+3)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-188)$$

(3-188)式の関係を図示したものが図-3-45である。図からわかるように、 β_m 、 β_l 、 $\tau_f A_f / A_m = \beta_m \beta_l$ 、 K_{om} のうちの2つを与えれば他の2つと R_w が決定するわけで、しかも R_w は洗浄速度の大小に無関係である。また比損失水頭 $K_{om} = Y_0 / (U_0^2 / 2g)$ も β_m 、 β_l のみの函数であり、やはり洗浄速度によつて変化しないことは顕著な特性である。しかし β_m 、 β_l のみを与えて R_w を決定した場合には、 A_f / A_m の値いかんによつては $\tau_f = c_p a / S_l S_p$ をどのような値にでもすることができる。洗浄速度の最大最小比すなわち均等度 R_w に対する各要素の影響をとりまとめると、つぎのようである。

(i) 一般的には β_m 、 β_l が小なる方が洗浄流量の均等度が高いが、 β_l あるいは β_m

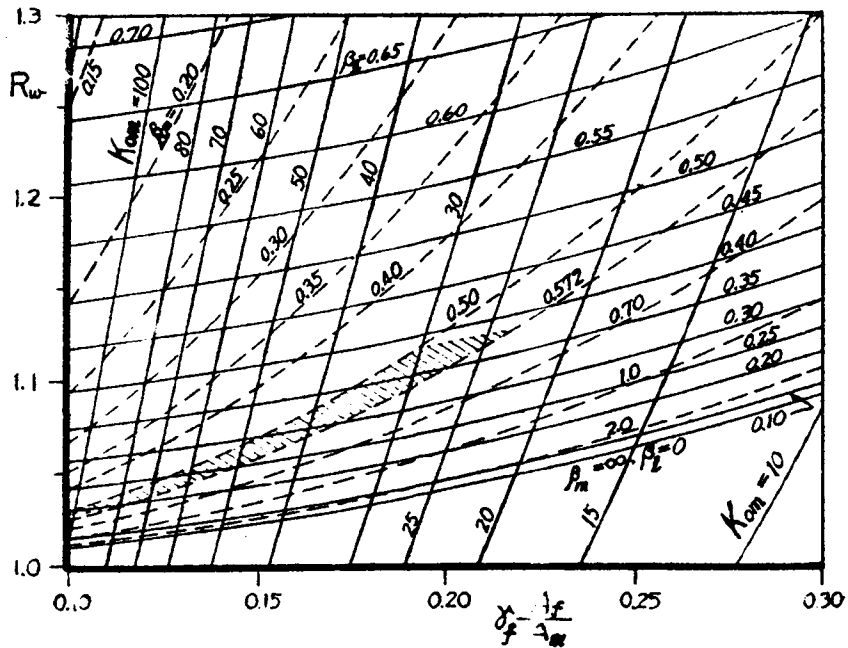


図-3-45 多孔管型集水装置における洗浄水分布均等度，比損失水頭と開口比との関係 ($N_m=0$ ， $N_l=1.0$)

を一定とする場合はそれぞれ β_m あるいは β_l を大きくすることにより $r_f A_f / A_m$ が増加して R_w が大きくなる。また β_m あるいは β_l を一定としたときは，比損失水頭 K_{om} を小さくするほど R_w が大になるが，逆に $(\beta_m \beta_l)$ を一定としたときは比損失水頭を小さくするほど R_w が小となる。ただ β_m と β_l をともに小さくすると，損失水頭が極度に増加するので， r_f を一定とするようなときは β_l を小にして β_m を大きくすると R_w ， K_{om} の両者をともに減らすことができ都合である。

(ii) $\beta_m = \infty$ ， $\beta_l = 0$ の両線は一致し，この線以下の均等度は一様配管の多孔管型において望むことはできない。ただしこの極限状態においては $r_f A_f / A_m = \beta_m \beta_l$ および K_{om} の値が不確定となり， R_w もこの線上の任意の値をとりうる。従つて β_m が大， β_l が小になるにつれて R_w は小さくなるが，不安定に近くなるわけであり，換言すれば β_m および β_l に相当する部分の実際施工においてかなりの正確性が要求されることになる。 β_m を大きく， β_l を小さくすることは，任意の大きさの主管に対して大きな断面の

主管を数多く設け、それに対して小孔総面積を減少することである。

(例) (3-148) および (3-149) 式で示される Jenks, Ellms の結論のすべてを完全に図-3-45の上に描くことは不可能であるから、いまかりに $c_p = 0.76$ として (3-148) 式の (iv) と (3-149) 式のみをとりあげると、 $\beta_m = 1/2 \sim 4/7$, $\beta_l = 0.19 \sim 0.38$ の領域は、図に斜線を施した部分となり、 $R_w \cong 1.03 \sim 1.13$ にあることがわかる。この R_w 自身は別に過大ともいえないが、 $K_{om} \cong 100 \sim 23$ となつて、さきに述べたように q_l の均等化が単に損失水頭の増加にのみ依存していることを如実に示している。

(iv) 図-3-45からわかるように、 β_l をパラメーターとする線群は他の値をパラメーターとするそれらと比較して特に勾配がゆるやかである。したがつて β_l のみを与えれば、他の値の如何にかかわらず、 R_w の値にさして大きな変化はない。

そこで β_m を与え、また別に与えた β_l から $r_f A_f / A_m$ を決めるという方法をとらず、設計基準 (3-148) 式が成立するための条件式 (3-150) を満足するように適当に r_f を選び、さらに A_f / A_m をも勝手に選定しても R_w がかなり小さくなる場合もあるわけである。これは β_m の値には β_l ほどの重要性のないことを示している。この事実は枝管においては γ の変化が直接 q_l の値に影響するが、主管においては各枝管への流入量が若干変化することにより、主管中の Y と枝管流入口の γ_0 の差が一定に近くなることに基因している。すなわち枝管および主管における流出量分布比を同一の物理的条件で比較するためには、主管に対しては (3-160) 式をかきかえた (3-165) 式を用いるべきであり、枝管の β_l に対応する有効開口比は前述のように $A_l L_m / S_l A_m \sqrt{K_{ol} + 1/c_l^2} = \beta_m / \sqrt{K_{ol} + 1/c_l^2}$ であり、主管の有効開口比自身に枝管の要素を含んでいるのである。 β_l を小さくすれば K_{ol} は大きくなるので、 β_m が少々大きくても大して問題にならないわけで、またこの意味においても c_l の値もさして重要ではない。

β_m および β_l の変化率に対する R_w の変化率 dR_w/R_w を求めるには、(3-188) 式から

$$\frac{dR_w}{R_w} = \frac{8R_w^2 \beta_m^2 \beta_l^2 \{d\beta_m/\beta_m + (1+1/2\beta_m^2)d\beta_l/\beta_l\}}{(1+R_w)^2(1-R_w+R_w^2)} \dots\dots (3-189)$$

となる。ところが $R_w > 1$ であるから、 $d\beta_m = 0$ すなわち β_m 一定、または $d\beta_l = 0$ すなわち β_l 一定のとき、それぞれ β_l または β_m の増加により R_w が増加することがわか

るが、これは(i)に述べたとおりである。なお(3-189)式からわかるように、 β_m の小さいところほど β_l の変化による R_w の変化が大きいから、 β_m を増しても β_l を減らすことによって R_w を減少しうるのである。

結局(3-148)式の基準を用いた場合には、小孔の孔径を $d=6\sim 12\text{ mm}$ から決定するとそれにもなつて a/S_p が決定され、したがつて β_l を与えれば $L_l/A_l=\beta_l S_p/c_p a$ が定まり、 L_l が短かいほど A_l を小さくとれることになる。しかし施工上 A_l はある限度以下には小さくできないので、 L_l が(3-150)式の限度以下大幅に短かいようなときには β_l/c_p が $1/4$ 以下になる場合もあり、それによつてほとんど R_w がきまるから、小型ろ過池ほど R_w が小さくなりうることは一応諒解されるのである。

(2) $N_l=2.0$ の場合　さきに少しふれたように枝管あるいは主管においては N_l 、 $N_m<2.0$ の場合、 $x/L_l=0$ における β_l' が $x/L_l=1$ における β_l' より大きく、また $X/L_m=0$ におけるものも $X/L_m=1$ における値より大きくなる。(3-181)式の R_w は、

$$R_w \cong \left[\frac{\beta_{l',max}}{\beta_{l',min}} \right]_{x/L_l=0} \times \left[\frac{\beta_{l',max}}{\beta_{l',min}} \right]_{X/L_m=1} \dots\dots\dots (3-181)'$$

ともあらわすことができ、しかも上述のように主として枝管における流量分布に依存しているから、いま任意の枝管における r_w の値

$$r_w \cong \left[\frac{\beta_{l',max}}{\beta_{l',min}} \right]_{X/L_m=const.} \dots\dots\dots (3-190)$$

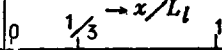
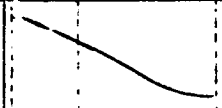
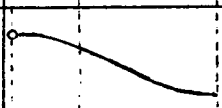
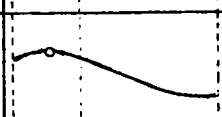
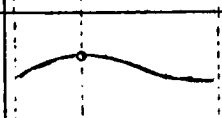
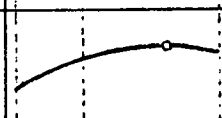
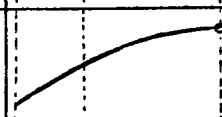
に対する N_l の影響をしらべてみる。これに対しては、第3章の β_{max}/β_{min} 法において得られた $\lambda L/2R$ と β' 分布の関係を示す表-2-1において、上下流端流量比を $U_L/U_0=0$ 、 $\lambda L/2R=3N_l/2$ とおけばよい。 N_l の種々の値に対し枝管にそつた β_l' の大小関係、 $\beta_{l',max}$ と $\beta_{l',min}$ の位置およびその比を示すと表-3-7のようになる。 K_{ol} を一定として N_l の各変域ごとに r_w がどう変化するかを調べると、通常 $N_l=2.0$ ($\lambda L_l/2R_l=3.0$)のときに枝管にそつた流量分布が最も均等になることがわかる。

一方主管については、 β_m 、 β_l を適当な値にとれば、長さに比し大きな断面となり、 N_m を増すには人工粗度を与える必要があらうと思われるので、かりに $N_l=2.0$ 、 $N_m=0$ とすると、ろ過池全域について $\beta_{l',min}(\beta_{l',max})$ を生ずるのは $X/L_m=1.0$ 、

$x/L_l = 1.0$ あるいは 0 であり, $\beta'_{l,max}(q_{l,min})$ を生ずるのは $x/L_m = 0$, $x/L_l = 1/3$ であるから, $N_l = 1.0$ の場合の (3-188) 式に相当するものとして,

$$\left. \begin{aligned} r_f \frac{A_j}{A_m} &= \frac{(1+R_w) \sqrt{R_w^2 - 1}}{3R_w \sqrt{2 + 4/27 \beta_m^2}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(R_w^2 - 1)(1+R_w)^2}{2R_w^2}} - \frac{8}{27} \beta_f^2 \\ &= \frac{(1+R_w) \sqrt{89R_w^2 - 81}}{2R_w \sqrt{8K_{om} + 178}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-191)$$

表-3-7 枝管にそう β_l の分布と r_w

N_l	β_l 分 布 	x/L_l		$r_w \cong \beta'_{l,max} / \beta'_{l,min}$
		$\beta'_{l,max}$	$\beta'_{l,min}$	
$< 1\frac{1}{3}$		0	1	$\sqrt{\frac{K_{ol} + 2 - N_l}{K_{ol}}}$
$= 1\frac{1}{3}$		0	1	$\sqrt{\frac{K_{ol} + 2/3}{K_{ol}}}$
$> 1\frac{1}{3}$ < 2		$0 \sim \frac{1}{3}$	1	$\sqrt{\frac{K_{ol} + 2 - N_l}{K_{ol} + 2 - N_l - 32/27 N_l^2}}$
$= 2$		$\frac{1}{3}$	1, 0	$\sqrt{\frac{K_{ol}}{K_{ol} - 8/27}}$
> 2		$\frac{1}{3} \sim 1$	0	$\sqrt{\frac{K_{ol}}{K_{ol} + 2 - N_l - 32/27 N_l^2}}$
$= \infty$		1	0	∞

(○印は極大点)

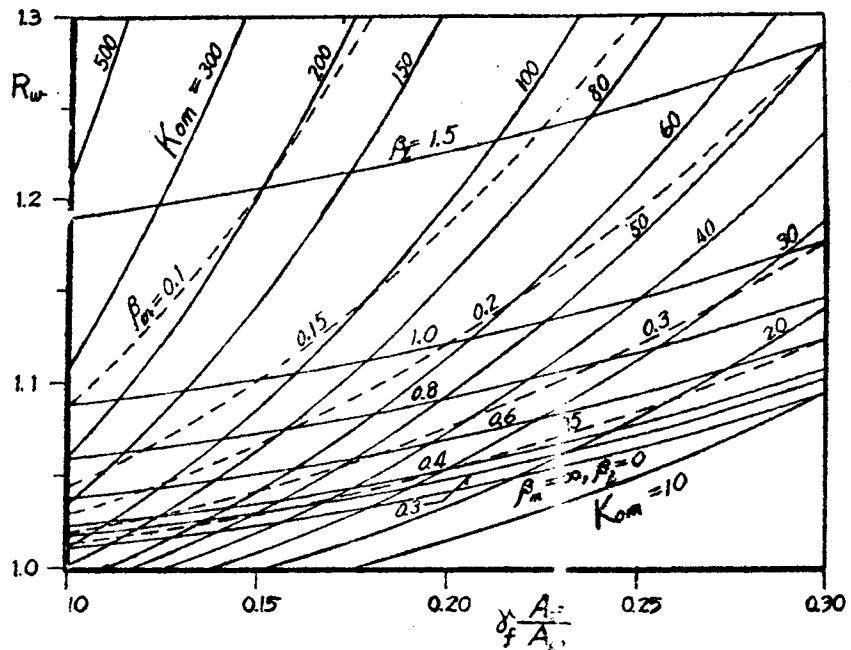


図-3-46 多孔管型集水装置における洗浄水分布均等度，比損失水頭と開口比との関係 ($N_m=0$ ， $N_l=2.0$)

がえられる。ここに， β_l は (3-186) 式と同様に定義し，やはり $c_l^2=1/1.5$ としている。

(3-191) 式の関係を図示したのが図-3-46であつて，その一般的傾向は (3-188) 式を示す図-3-45と同様であるが，同じ β_m ， β_l の値に対する R_w の値がさらに小さくなつており，この傾向は R_w の大きいほど顕著である。ただ $\beta_m=\infty$ ， $\beta_l=0$ なる限界線が図-3-45と同じ線であることと，比損失水頭が若干増加することに注意すればよい。この場合 R_w に対する β_m と β_l の影響を示す式は

$$\frac{dR_w}{R_w} = \frac{8R_w^2 \beta_m^2 \beta_l^2 \left\{ d\beta_m / \beta_m + (1 + 2/27 \beta_m^2) d\beta_l / \beta_l \right\}}{(1+R_w)^2 (1-R_w+R_w^2)} \dots (3-192)$$

となり，(3-189) 式の場合と比較して， β_l の影響に較べたときの β_m の影響がやや大きくなつていくことがわかる。

かくして洗浄特性の最も良好な一様配管の多孔管型集水装置を設計するには，図-3-46

を用いることが望ましいが、その計算順序はつぎのようである。

(i) ろ過池の幅 L_l および用いる管種を決定すると、 $N_l = 2.0$ をほぼ満たすように、 A_l したがって D_l を求める。

(ii) 所要の洗浄効果から R_w を定め、また利用しうる洗浄水頭と洗浄速度から $Y_0/U_0^2/2g = K_{om}$ を与えると、図-3-46 から β_m 、 β_l 、 $r_f A_f/A_m$ が同時に求められる。 S_p を与えると β_l から a を計算でき、また S_l を与えると、 $c_p a/S_l S_p = r_f$ がわかるから、 A_f/A_m 従つて A_m を決定できる。あるいはまず S_l を与えて β_m から A_m を求め、つぎに a を与えて S_p を決定してもよい。いずれにしても S_l 、 S_p 、 a などが一義的に決定されることはないから、砂利層の構成や小孔によつて、これらをともに妥当な値にする余裕が残されている。

6.6.4 その他

(1) 急速ろ過池の大型化への貢献

上述のように $N_l = 2.0$ として一様多孔管を設計すれば合理的なことがわかったが、(3-174) の第1式から

$$N_l = \frac{2g n_M^2}{0.75 (D_l/4)^{1/3}} \cdot \frac{L_l}{D_l} = 2.0 \quad \dots (3-193)$$

とかき改めると、上式から最も能率のよい L_l/D_l が求められる。 L_l/D_l は D_l そのものによつて若干変化するが、 $n_M = 0.013$ としたとき種々の D_l に対する最も能率のよい L_l/D_l および L_l を求めると表-3-8 のようになり、 n_M が小さく平滑な管ほど、 L_l/D_l はさらに大と

表-3-8 最も能率的な L_l/D_l ($n_M = 0.013$)

なるはずである。多孔管

型集水装置は (3-148)

式の設計基準に従う限り、

小型ろ過池におけるほど流

量分布が均等となることが

明らかとなつたが、事実は

上述のようにむしろ大型ろ

過池に好適とさえいえるの

D_l (mm)	L_l/D_l	L_l (m)
50	112	5.6
75	128	9.6
100	141	14.1
125	153	19.1
150	161	24.2

であつて、(3-150) 式のような L_l に対する制限はない。急速ろ過池の大型化を

妨げていたいま一つの要素は、 L_f の増大にともなう洗浄排水用トラフの断面増大であるが、表面洗浄の併用による逆流洗浄速度の低下が可能となり、またトラフ設計法の合理化に伴って、この問題も解決されてきたから、今後はさらに大型ろ過池の建設が可能となるであろう。

(2) 近似計算法の精度

(3-188), (3-191) 式あるいは図-3-45, 3-46は洗浄流量が均等という仮定から出発してその均等度 R_w を求めたものであるから、 R_w が大きくなるほど誤差が大きくなり、実際の最大最小流量比 R_w' の方が R_w より常に大となる。いま $N_f = N_m = 0$ の場合には、第3章の理論により R_w' の厳密な値を容易に求めることができるので、これに対して上と同様の近似法による R_w を比較し、その誤差率($R_w'/R_w - 1$)を計算すると表-3-9の程度となり、 $R_w < 1.20$ ぐらいでは図-3-45, 3-46をこのまま用いても実用上なら差支えないことがわかる。

表-3-9 近似計算法の誤差 ($N_f = N_m = 0$)

β_m	R_w				
	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
1.0	0.035%	0.15	0.37	0.70	1.12
0.5	0.055	0.23	0.54	0.99	1.55

(3) 洗浄流量分布均等度

以上において洗浄流量分布の均等度を簡単に計算し、これを設計計算の基準として導入する方法を述べたが、通常急速ろ過池にどの程度の逆洗浄流量の均等性が要求されるかという点については、確然とした理論がない。この問題はろ過池の大きさと用途、洗浄速度と洗浄時間、未ろ水の水質、表面洗浄の有無とその効果、洗浄中洗浄水が砂層中を横方向へ移動する現象などと関係してきわめて複雑であり、今後なお研究を必要とする。Hazen²⁴⁾は洗浄中の水頭比が12:8 (R_w に換算すると約1.23)程度であれば、砂粒が横方向へ移動することは不可能であるとしている。一方、巽博士はろ過層の清浄保持に関する研究³⁴⁾に際し、逆流洗浄中の実際砂ろ過層において大きな層化層の乱れの発生していることを指摘し、ろ過池全域を通じて、洗浄水を均等に分布させる必要性と、また砂利層配置法の改良³⁵⁾によつてその局部的均等性が向上することを述べている。し

かしこのような現象を単に洗浄流量の分布均等度のみによつて関連づけることは不可能であり、さらに、洗浄中における砂粒の動的特性ひいては砂層における粒径分布に帰因した統計学的要素をも考慮することが必要であろう。図-3-45によつてわかつたように、設計基準(3-148)、(3-149)式に従つた場合、 R_w は平均1.1と考えられ、この程度の R_w によつても砂層の大きな乱れが生じている以上、 R_w のさらに小さな値を標準にするか、あるいは N_m 、 N_L をともに2.0に高めてろ過池全域における r_w の分布様式を合理的なものとすべきであると考えられる。

(4) ろ過集水の機能

いままで述べてきたように、集水装置の水理設計は逆流洗浄水の配分の点から考慮すればよいのであるが、ろ過水を集水する場合の水理特性を知り、ないしはその際の綿密な水頭計算を行なうためには、洗浄時と全く逆に主管および枝管を流入管路として組みあわせればよい。枝管の x 軸、主管の X 軸を逆に管の閉塞端からとるものとすれば、(3-155)~(3-160)式に対応してそれぞれつぎのようになる。

$$\text{枝管に対し } u = \int_0^x \frac{q_l}{A_l} dx, \dots\dots\dots (3-194)$$

$$y = y_L + \frac{u_L^2}{g} - \frac{u^2}{g} - \int_0^x \frac{\lambda u^2}{2gR_l} dx, \dots\dots\dots (3-195)$$

$$q_l = \frac{c_p a}{S_p} \sqrt{-2gy}, \dots\dots\dots (3-196)$$

$$\text{主管に対し } U = \int_0^X \frac{q_m}{A_m} dX, \dots\dots\dots (3-197)$$

$$Y = Y_L + \frac{U_L^2}{g} - \frac{U^2}{g} - \int_0^X \frac{\lambda U^2}{2gR_m} dX, \dots\dots\dots (3-198)$$

$$q_m = \frac{c_l A_l}{S_l} \sqrt{-2g(Y - Y_L)}. \dots\dots\dots (3-199)$$

ただし u_L 、 y_L は $x=L_l$ における u 、 y 、 U_L 、 Y_L は $X=L_m$ における U 、 Y を示すものとし、 $U_L A_m$ がろ過水量、 $U_L A_m / A_f$ がろ過速度となる。また q_l 、 q_m は流入を示す添字 i を省略してあり、(3-195)および(3-198)式の摩擦項は、 u 、 U の値がかなり小さいと考えてManningの n_M を使用していない。

もし砂利層底部圧力水頭を均等と考え、これを基準にして y, Y を測るものとすれば、
(3-199) 式は (3-165) 式と同様に

$$q_m = \frac{1}{\sqrt{-K_{LI} + 1/c_f^2}} \sqrt{-2gY} \quad \dots\dots\dots (3-200)$$

と変形されるから、枝管は有効開口比 $\beta_l = c_p a L_l / S_p A_l$ の流入管路として、主管は
等価有効開口比が $A_l L_m / S_l A_m \sqrt{-K_{LI} + 1/c_f^2}$ の流入管路として、それぞれ上下
流端流量比が $u_o / u_L = U_o / U_L = 0$ とすればよく、第3章で述べた種々の方法を直接用
いることができる。ただし $K_{LI} (< 0)$ は枝管の下流端比損失水頭 $\gamma_L / (u_L^2 / 2g)$
である。流入管路においては、 q_l あるいは q_m の分布は常に不均等となり、 x, X が
 L_l, L_m に近づくほど大きくなる。すなわち図-3-41の r_w とは逆の傾向をもつて
いる。また運動方程式の附加項によつて総合抵抗をかなり増加しているのであるから、
その不均等の度合は流出管路の場合より大きいのが当然である。しかしながら、ろ
過速度自身が非常に小さいので枝管の小孔における損失水頭が非常に少なく、むしろ砂層
中におけるろ過抵抗が最も卓越しているはずである。ろ過抵抗はろ過の進行に従つて増
加してゆくものであるが、一応ある瞬間の値をとつて定常的に考えることは許されるので、
この水頭損失を $-\gamma_f$ としておく。 γ_f と q_l との関係をもし (3-196) 式中に含め、
これを

$$q_l = \frac{c_p' a}{S_p} \sqrt{-2g(\gamma + \gamma_f)} \quad \dots\dots\dots (3-201)$$

とあらわしたとき c_p' は γ_f によつて変化し、 γ_f も変化するから、一定とはならないが、
 $\gamma_f + \gamma \gg \gamma$ であるから $c_p' \ll c_p$ と考えてよい。従つて γ および Y をろ過水面を基
準にとつて測ることにすれば、(3-195), (3-196), (3-198), (3-200)
式がそのまま成立し、 c_p を c_p' とかきかえるだけでよい。すなわち枝管の等価開口比
 $c_p' a L_l / S_p A_l$ は時々刻々変化するがきわめて小さく、 $|K_{LI}|$ はきわめて大きくなる。
ゆえに主管の等価開口比もそれに応じて十分小さくなり、結果的にはほとんど均等集水さ
れるものと考えてよい。このような事実は、洗浄時において、主管の開口比 β_m が β_l に
比し重要性が低いのも同様に、ろ過集水に関しては枝管の β_l の意義もあまり重要でなく、
砂層の閉塞が進行するほど集水装置の水理的な意義は減じてゆくことになる。

6.7 多孔管型集水装置の水理的耐久性

多孔管型に限らず集水装置一般を通じて、これらが一たん設備されてろ過池が運転をはじめると、集水装置は厚いろ過層によつておおわれているため点検、補修を加えることは容易でない。従つて従来からも集水装置の耐久性については種々論議されているが、ここでは水理学的な立場からその耐久性について述べる。

上述のように β_l の値は小さい方が流量分布の均等度を高めるので、 a を小さくするか、あるいは c_p を小さくするような小孔の形を選ぶとよい。しかしその結果必然的に小孔における流速が増大して小孔が磨滅拡大し、したがつて β_l が大きくなつて、長年月の間には漸次均等度が悪化してくるおそれがある。小孔に磨滅に強いブツシングをはめることは、 c_p したがつて β_l を小さくしつつ磨耗を防いで効果的であるが、上述の新設計法によれば、 β_l を若干小さくするかわりに β_m を大きくし、 R_w の値を変えることなく r_f を増すことによつて、全損失水頭および小孔の噴出速度を減ずることができることがわかつた。そこで、あらかじめ急速ろ過池全体を考えた耐用期間の間に、逆流洗浄によつてどの程度小孔が拡大し、その流量係数が変化するかを実験などから推定しておき、その期間の最終状態において所定の洗浄流量の均等性がえられるように設計を行なえば、必ずしもブツシングを用いる必要がなく、かえつて経済的にもなる。

6.5.2において、大阪市工業用水道福島浄水場急速ろ過池に設けられた多孔管型集水装置につき圧力分布を実測した結果を述べたが、その際得られた小孔の流量係数の平均値は、表-3-6に示したように $c_p=0.760$ であつた。その後約22ヵ月を経過して、ふたたび同じろ過池の試験装置によつて、表-3-6と全く同様に c_p を測定したところ、0.768となり約1%の増加を示した。この場合小孔の孔径自身の変化は不明であるので、 c_p の測定値はいわばみかけの流量係数であるが、これがすなわち孔径の増大と c_p の増大とを総合した β_l の増加率を示すことになる。この程度であれば R_w の増加はほとんど問題とはならないと思われる。本集水装置は前にも示したように、石綿セメント管の枝管に直径9mmの小孔を設けてありブツシングは用いていない。上述の期間中における総洗浄回数が約400回、延時間にして約40時間、逆流洗浄速度は60~70 cm/min 従つて小孔からの平均噴出速度が5.7~6.5 m/sであつたことを考慮すると、本装置の水理的耐久性は十分であるとしてよいと思う。

6.8 ホイラー型集水装置の概要と多孔管型集水装置との比較

急速ろ過池下部集水装置の水理設計に関して、その集配水上の機能向上を対象として取り扱かうため、6.2において示したように集水装置を分類するに際し、著者は、集水装置によつて逆流洗浄水がろ過池内各部へ配分される機構的な相違点によつて〔I〕、〔II〕の2つの型式に大別したのである。多孔管型を代表とする〔I〕の型式に対して、〔II〕の型式の代表的なものとして現在広く用いられているものが、ホイラー型集水装置であつて、同種のものとしてはPorous Plate型がある。Porous Plate自身はFalse Bottomともいわれ、その上に直接ろ材を支持することができて砂利層を省略しうるのが特徴であるが、Porous Plateの下に圧力水室を備えている点ではホイラー型と同じであつて、単に圧力水室とろ過層間との連絡孔がら密にあるか否かの差異があるだけである。この意味で著者はホイラー床も広義のFalse Bottomであると定義する。圧力水室内の流れを管路と同一視することはできないけれども、洗浄流出水のみに注目する限り、ある範囲について考えた量的な分布特性は、流出孔をある程度集約してもほとんど誤差を伴うことなく論じうることとすでに第3章で明らかにされた通りである。従つて以下に述べることもすべてホイラー型、Porous Plate型に対して共通して成立するはずである。

さてホイラー型集水装置の起源も相当に古く、1907年Wheelerによつて創始され、Weston³⁶⁾とともにその効果を確かめた後、1913年にはじめて実際に用いられたものである。いわゆるホイラー底というのは、図-3-47に示すような逆ピラミッドの部分を指すのであるが、現在標準

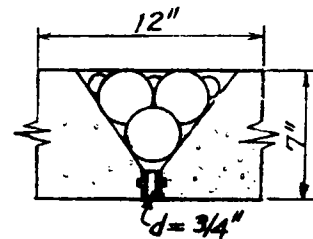


図-3-47 ホイラー集水孔

的に用いられている図-3-47の各寸法は、Wheelerが最初に設計したものとほとんど同じであり、ただWheelerはピラミッドの中に磁器の球を合計30個入れただけである。

Westonらの実験結果によれば、砂利層および砂層の構成によつても異なるが、洗浄速度がほぼ100 cm/minまでであると満足な結果を示した。しかし実験は単に4個のホイラー孔をもつ面積4 ft²のろ過池で行なわれたにすぎず、型式〔I〕の各種の集

水装置と同様に，集配水上の特性は何ら考慮されなかつたのである。しかも当初このホイラー孔は図-3-48に示すように，実は多孔管型の枝管のストレーナーとして用い

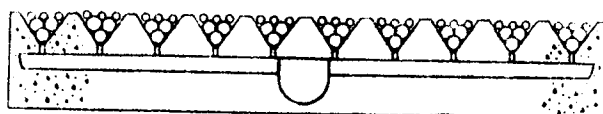


図-3-48 ホイラー型集水孔の初期の配置

られたものであり，その後圧力水室上に用いる場合にも，ただ図-3-47のブロックでろ過池底を覆つただけであり，ろ過池の平面形状ないしは大きさについて特に検討が行なわれたという事実もなく，図-3-47の装置につき種々の洗浄速度における損失水頭が実測された^{32), 37)}程度であり，しかも損失水頭が洗浄水分布均等度と関連づけられることもなく今日に至っている。

ホイラー型集水装置を多孔管型と比較すると，まずそれらの機構的な相異点は，多孔管型がいわば1次元的な集配水路を組みあわせて2次元的な効果を得ようとするものであるのに対し，ホイラー型の圧力水室自体が2次元的なものである。従つて前節までに示したように，多孔管型に対しては1次元的な流出管路の理論式が適用でき，その解析もさして困難ではない。しかるにホイラー型に対しては，洗浄速度 w をもつて単位ろ過面積あたりの横（上）方向の流出量とするような少なくとも2次元流を考慮しなければならない。

図-3-49は急速ろ過池の中央きよで仕切られた片側に対する圧力水室と洗浄水管の平面的配置の一般形であるが，図のごとく座標軸をとつて，鉛直断面について平均をとつた x 方向および y 方向の

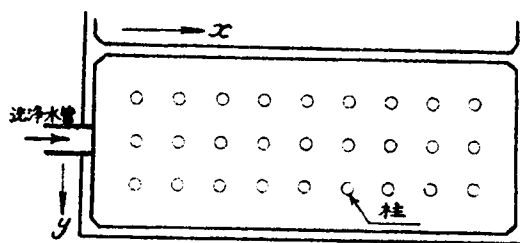


図-3-49 ホイラー型集水装置の圧力水室

流速成分を u, v とすれば，連続方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{w}{H} \dots\dots\dots (3-202)$$

となる。ただし w は局部的な断面平均洗浄速度、 H は圧力水室の高さである。一方運動方程式としては一般 2 次元流の運動方程式 (3-17) をとりあげることができるけれども、(3-17) 式は x, y 方向と直角方向には流出入のない場合の 2 次元的な流線にそった流速成分 u, v に対して運動量の関係から得られたものであり、第 2 章あるいは第 3 章に述べたごとく附加項を加える必要がある。すなわち流出量 w を考慮して、

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{uw}{H} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\epsilon_u}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{vw}{H} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\epsilon_v}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-203)$$

ただし P は水室内圧力、 ϵ_u は渦粘性係数、 ρ は密度である。さらにホーラー孔における流出量方程式として、

$$w = c \frac{a}{S^2} \sqrt{2(P/\rho - p'/\rho)} \dots\dots\dots (3-204)$$

が成立する。 c はホーラー孔面積、 c はその流量係数、 S はホーラーブロックの 1 辺の長さ従つてホーラー孔の間隔、 p' は砂利層底部の圧力である。(3-202)、(3-203)、(3-204) 式を解けば与えられた c, a, S, H, p' に対して w, u, v, p の分布がわかるはずであるが、水室内の周囲の 4 辺において u, v に対する境界条件があるためこれらの各式を解くことは容易でない。実用的な解析法としては、 w を x, y に関して均一化することによつてまず (3-204) 式を別に取り扱かつて a を未知数とすること、また第 5 章で用いたような仮想カーテンを x, y 方向とも水室内に数多く挿入し、これらカーテン間で (3-203) 式を積分しつつ簡易化することなどが考えられる。現在 (3-202)、(3-203) 式をこのような手段によつて繰返し計算を行なつてゆく方法をなお研究中であるので、ここではホーラー型集水装置を多孔管型と比較した結果にもとづいて、その洗浄水配分機構の概略にふれておくことにする。

いま上述したようなカーテンを図-3-50 のごとく洗浄水管の正面を残して y 方向に挿入し、このカーテンが x 方向に水を通さないものとする、多孔管型と類似の形状となる。この場合仮にホーラー型の小孔総面積とろ過面積との比 ca/S^2 が多孔管型に対する $r_f = c_p a / S_p S_p$ とほぼ等しいものとしても、圧力水室の高さ H は枝管の口径 D_1

よりもはるかに大きいから、
図-3-50(a)の枝管相当部
分の有効開口比は β_l よりはる
かに小さく、逆に主管相当部
の開口比は β_m より大きい。

従つて図-3-45あるいは
図-3-46で β_m を大きく
 β_l を小さくしたと同じことにな
り洗浄水分布均等度 R_w を小
さくして損失水頭をも減少す

る効果がある。しかし流れ
はある意味で不安定に近くな

る。枝管相当部の断面が大

きいことはその摩擦効果が少なく、従つていまの場合圧力水室内の圧力分布は常に図-3-50(b)のごとく洗浄水管流入部で最低、その点から水室内最遠点で最高となる。もしこの状態でカーテンをすべて撤去すれば同図の矢印の方向に流れが生じ、循環流をひきおこすであろうことが容易に想像される。実験によつてもこのような現象は確認されている。^{22), 38)} 第4章において述べた整流区域内における場合と同様に、このような循環によつてさらに幾分か洗浄水分布の均等性を高められるはずであるが、ただこの場合には循環の中心に相当するところにもホーラー孔があるため、その点では局部的に w の値が小さくなるであろう。このような多孔管型に比較した利点は、給配水管系統における樹枝状配管法に対する管網配管法の利点に類似しているが、管網のごとく定まった通水路がないため現象は一そう複雑となる。実際には圧力水室の平面形状、水室の高さ、洗浄水管の口径および洗浄速度によつても、流量、圧力分布の様相を変化するであろうが、今後の研究成果が期待されるところである。

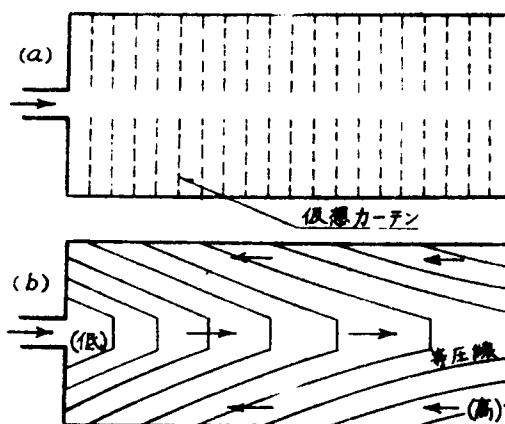


図-3-50 圧力水室の多孔管型化と仮想的な流状

6.9 総括

本章において、急速ろ過池下部集水装置の1例として、主として多孔管型集水装置について述べたものである。本章において得られた主要な成果はおおよそ次のようである。

元来、急速ろ過池の集水装置の発展過程は、小孔から噴出させた洗浄水をその分担面積

範囲内に均等に分布させることにのみ主眼点がおかれ、小孔の形状、構造、ストレーナーなどの工夫、あるいは小孔の水平方向間隔を実験的に決定するなどの方策がとられてきた。集水装置を分類する種々の名称も、これら小孔に相当する部分の形状によつて区別されているだけであり、それらの集水装置によつてろ過池全域における洗浄水分布の挙動あるいは所費損失水頭を左右する要素などについては十分な結果が得られてなかつたといつてよい。これら集水装置に対して現在用いられている設計基準が求められた際には、もちろんろ過池全域に対する洗浄水圧の均等度という点に注目して実験が行なわれたのではあるが、こうした集水現象の水理学的特徴が完全に把握されていなかつたので、関係要素のとりあげ方あるいは実験の行ない方にも不備があり、結局普遍的な設計基準であるとはいひ難いのである。

著者はこのような集水装置内の流れが典型的な集配水現象であることに着目し、集配水の水理学的特性を応用して、逆流洗浄水の配分機構を明らかにしようとしたわけであり、そのため、まず集水装置を集配水路の水理学的配置によつて分類した。それらが樹枝状管路型と水室型であり、それぞれの代表例が多孔管型とホイラー型である。多孔管型とホイラー型の水理機構を明らかにしておけば、それぞれに属する他の型式の集水装置に対しても同様に適用できるはずである。

多孔管型集水装置に対しては、JenksおよびEllmsによる設計基準(3-148)、(3-149)式を示してそれらの基礎となつている実験資料を検討し、洗浄水分布均等度あるいは損失水頭の大きさが不明であるがゆえに、画一的で弾力性に乏しい設計基準であることを指摘した。

ついで、第3章において述べた流出管路の基礎方程式を、主管および枝管に対して適用しそれらを組みあわせて、洗浄流出量分布を求めるための標準枝管による方法を示した。洗浄時においては、砂利層底部の圧力水頭がほぼ均等に分布する事実を応用して、(3-155)～(3-161)式を解けばよく、特に枝管流入口の比損失水頭 K_{01} を、主管の流出量方程式(3-160)式に導入することによつて、枝管および主管の基礎方程式は全く同型となり、必らずしも試算法を用いなくても各管路の洗浄流量分布を計算することができる。この場合主管に対する枝管の等価流量係数が $\sqrt{1/K_{01} + 1/c_f^2}$ となり、主管における流出量分布がほとんど枝管の有効開口比によつて左右され、従つて主管の開口比を規制したEllmsの(3-149)式は意義が少ないことも明らかとなつた。

これら流出管路に対する理論計算結果によつて実際現象を十分取り扱かいうことは、

第3章における実験結果からもすでに明らかになっているけれども、複合管路の場合、あるいは若干の附帯的假定に対する実用性をも検討するため、大阪市福島浄水場急速ろ過池の多孔管型集水装置について標準枝管法による理論計算と圧力分布の実測結果とを比較した。理論計算結果によれば、逆流洗浄流量は平均値に対し約102～95%の間に分布していることがわかった。また洗浄速度60 cm/minでは、小孔における損失水頭は2.57～2.98 mの間に分布しろ過層内の損失をも含めると3.36～3.77 mとなる。(3-148), (3-149) 式の設計基準を用いた多孔管型集水装置では、上述の分布の模様は常に図-3-41に示したごとく、主管の流入口附近において最も低く、主管の終端にある枝管の終端附近において最も高くなる。このような事実は流出管路の流出量分布に関する水理特性からも諒解できる。実際の装置においては、洗浄中の圧力がかなり動揺しているが、それらの中央値は計算値にかなりよく一致し、理論の妥当性を確かめえた。また小孔における流量係数も実用的にはろ過池全域について一様として差支えないようであつた。

次にろ過池全域に対して均等な洗浄水分布を得るための計算式(3-176)および(3-177)式を導き、これらを用いて、より合理的な洗浄特性を与える階段的設計の図式計算法を提案した。さらに一様配管型の場合に対して設計基準を普遍化するため、第3章で示した β_{max}/β_{min} 法によつて洗浄流量の最大最小比 R_w を求める図-3-45あるいは図-3-46を作成した。これらによつて従来の設計基準に洗浄水分布均等度および比損失水頭を導入することが可能となり、また枝管、主管の有効開口比の水理学的意義をも明確にすることができた。すなわち β_m を若干大きくしても β_l を小さくすることにより R_w を均等化しつつ比損失水頭を小さくすることができる。特に枝管の摩擦抵抗をあらわす N_l を2.0とすれば洗浄特性が最も合理的になり、大型ろ過池に採用しても満足な結果を与えることができる。

多孔管型集水装置の水理的耐久性については、小孔における洗浄噴出水による孔径の拡大と流量係数の増大を予測すればこれを設計時に考慮することもできることを福島浄水場急速ろ過池での測定を例にひいて述べた。

一方多孔管型に対し、ろ過池底部が1水室となつたホイラー型集水装置についても水理設計上の問題点を述べたが、水室内における洗浄水の挙動がきわめて複雑であるため、本論文においては基礎式を示すにとどめた。しかし多孔管型と比較してホイラー型の水理的利点はある程度説明することができ、また仮想カーテン法を併用してその洗浄水分

布機構を解析することも可能であろう。

なお集水装置のろ過集水上の機能はろ過が進行するにつれて漸次重要でなくなるものと思われ、以上のごとく逆流洗浄水の配分のみを考慮して集水装置を設計すれば十分である。

以上の研究によつて、少なくとも多孔管型集水装置に関しては集配水の合理化という立場から問題点は解決されたものと考えてよく、今後の実施設計上有益な指針を与えたものと信ずる。

参 考 文 献

- 1) 合田 健, 末石富太郎, 林田和久: 工業用水水源の選定とその配分に関する研究, 日本水道協会第12回上下水道研究発表会講演概要集, 28 (昭36)
- 2) 水理公式集, 土木学会編, 157 (昭32)
- 3) Muskat : Flow of Homogeneous Fluid in Porous Media, 175.
- 4) 物部長穂: 水理学, 485 (昭8)
- 5) 吉田彌七: 水源としての地下水の利用について (続), 土木学会誌, 17, 1286 (昭6)
- 6) 丹保憲二: 集水埋渠の水理(1), 日本水道協会第9回上下水道研究発表会講演概要集, 22 (昭33)
- 7) 上下水道施設設計指針, 建設省計画局編, 39 (昭30)
- 8) 末石富太郎 樹から流出入のある管流の特性と集水埋渠の水理設計について, 工業用水, 17号, 20 (昭35)
- 9) G.M. Fair and J.C. Geyer : Water Supply and Waste Water Disposal, John Wiley and Sons, Inc., 607 (1954)
- 10) A. Hazen : On Sedimentation, Trans. ASCE, 53, 68 (1904)
- 11) A.B. Morrill : Sedimentation Basin Research & Design, Jour. of AWWA, 24, 1442 (1932)
- 12) C.V. Davis : Handbook of Hydraulics, McGraw-Hill Inc., 807 (1942)
- 13) H. Wiegmann und G. Müller-Neuhaus : Zwei neue Kläranlagen der Emschergenossenschaft; Die Wasserwirtsch. (1950)
- 14) G.E. Mau : A Study of Vertical Slotted Inlet Baffles, Sewage and Industrial Waste, 31, 1349 (1959)
- 15) T. Goda and T. Sueishi : Control Effect of Flow

- through Perforated Diffuser in Rectangular Settling Tanks, I, Theoretical Considerations, Memoirs of Faculty of Engng., Kyoto Univ., 23 (1961)
- 16) 合田 健：矩形沈砂池の隅角部に曲線を入れた場合の影響について，土木学会論文集，4号，69 (昭24)
- 17) 本間 仁：水理学，技術者のための流体の力学，164 (昭27)
- 18) T.R.Camp : Sedimentation and Design of Settling Tanks, Trans., ASCE, 111, 895 (1946)
- 19) T.Goda and T.Sueishi : Control Effect of Flow through Perforated Diffuser in Rectangular Settling Tanks, II, Experimental Investigations, Memoirs of the Faculty of Engng., Kyoto Univ., 23 (1961)
- 20) 南 勘：熱線流速計による微流速の測定，農業土木研究，27，403 (昭34)
- 21) 前出の論文14)，1370.
- 22) 長谷川寛一，太野垣俊彦，末石富太郎：急速ろ過時における圧力水室の水圧分布に関する実験，日本水道協会第7回上下水道研究発表会講演紙要集，42 (昭31)
- 23) K.W.Cosens : Design and Operation Data on Large Rapid Sand Filtration Plants in United States and Canada, Jour. of AWWA, 48, 819 (1956)
- 24) R.Hazen : Elements of Filter Design, Jour of AWWA, 43, 208 (1951)
- 25) M.L.Stuppy, F.C.Roe, R.Muller and J.R.Hartley : Types of Filter Bottoms, Jour. of AWWA, 46, 548 (1954)
- 26) H.N.Jenks : An Investigation of Perforation of Perforated-Pipe Filter Underdrains, Engng. News Record, 86, 162 (1921)
- 27) J.W.Ellms : Design of Perforated Pipe Strainer

- Systems, Jour. of AWWA, 18, 664 (1927)
- 28) M.L. Enger and M.I. Levy : Pressure in Manifold Pipes,
Jour. of AWWA, 21, 659 (1929)
- 29) N. Malishevsky : Pressure Head in Perforated Pipes,
Jour. of AWWA, 27, 413 (1935)
- 30) たとえば 前出の書 9), 688.
- 31) 末石富太郎: 多孔管型集水装置の水利設計について, 土木学会論文集, 63号,
36 (昭34)
- 32) G.G. Dixon : The Hydraulics of Rapid Sand Filters,
Some References, Comments and Examples, Water Works
and Sewerage, 80, 104 (1933)
- 33) 末石富太郎: 多孔管型集水装置による逆洗浄水の流量・圧力分布について, 水道協
会雑誌, 271号, 19 (昭32)
- 34) 巽 巖: 急速砂ろ過槽の層化の乱れについて, 日本水道協会第10回上下水道研
究発表会講演概要集, 123 (昭34)
- 35) J.R. Baylis : Review of Filter Bed Design and
Methods of Washing, Jour. of AWWA, 51, 1433 (1959)
- 36) R.S. Weston : The Wheeler Filter Bottom, Engng.
News Record, 72, 22 (1914)
- 37) F.A. Barbour : Discussion of the Paper, A Study of
the Behaviour of Rapid Sand Filters Subjected to
the High-Velocity Method of Washing, by J.W. Ellms
and J.S. Gettrust, Trans. ASCE, 80, 1411 (1916)
- 38) 末石富太郎: 逆流洗浄時の Pressure Chamber 内の流速分布について, 土
木学会第16回年次学術講演会講演概要, V部, 71 (昭36)

第 III 編

下水道における雨水の排水に関する研究

本論文では、集配水現象が常に横方向に流入を伴った流れによつて構成されていることに注目し、それらの水理機構を明らかにすることによつて、集配水設計の合理化の基礎事項としようとしているのであるが、このような観点から広く下水道の各施設をみると、またきわめて多くの集配水現象がみられる。まず下水処理場内における水の流れ自身が、浄水処理と同様に、一連の処理施設を通じて行なわれている集配水であり、沈殿池における整流壁、流出水集水きよ、越流トラフ網のように浄水施設における広義の整流壁をはじめ、活性汚泥式下水処理法に対する曝気槽において採用されているステップエアレーション方式のように処理過程すなわち流入をうける流れであるという例もある。このように下水処理における集配水の現象はまた、上水道以上に水質学上の問題と関連をもっており、第Ⅰ編の緒論においても述べたように、集配水機構が水理学的に解明されるとともにその水質学上の意義をも明確にすべく今後に残された問題は大きい。本論文においてはこのような水質学的ないしは管理上の問題は含まないことにした。またその他広義の整流設備における水理機構の基礎的な解明およびそれによる水理設計の是正といった問題は第Ⅱ編において述べた上水道施設における集配水設計に関するものと共通した事項であり、これらの結果を組みあわせるとかあるいは若干の修正を行なうことによつて下水処理施設に対しても適用可能なはずである。従つて本編においてはこれらの問題を除外して、上水道における給配水と表裏の位置にある下水道管きよによる雨水の排除に問題を絞ることにした。第7章においては、第2章で述べた横から流入のある開水路不定流の解析法としての特性曲線法を中心として、その下水道管きよへの適用につき工学的な実用化を旨として研究した結果を述べ、それによつて市街地における雨水流下機構を説明するとともに、従来の排水設計法を合理化するうえでの指針としようとしたものである。次に第8章においては雨水排水上の重要課題である低地区に対するポンプ排水設備の計画方法につき、低地区の浸水機構と関連して若干の考察を行ない、さらに実際計画例を対象として経済的效果を加味した具体的方法を提案したものである。

第7章 雨水流出量算定法への特性曲線法の適用 に関する研究

7.1 概 説

下水道で処理すべきものは、家庭下水、産業廃水、雨水および地下水に大別されるが、これらを輸送し、適当かつ安全な方法で排除するための下水管きよの設計にあたっては、多くの場合不定期でかつその量が最も多い雨水量が建設費を決定的に支配するものである。なかでも合流式下水道として上述のごとき各種の排水を一括して取り扱おうとする場合には、緒論においても述べたごとく処理場における処理能力あるいは放流水による水質汚染の問題^{1),2),3)}を惹起し、水理学的、水質学的な関連があるうえ、さらに管きよの容量と放流量、処理量とに対し経済的な問題まで加わり、複雑には違いないがきわめて興味ある課題といえよう。このような経済的な問題をごく単純に考えれば、最近では、あらたに計画あるいは処理区域の拡張に際しては、欧米においても分流式下水道が採用されているようであり、³⁾このような傾向はわが国においても同様である。しかしながら分流式による場合でも、豪雨による流出水は在来の側溝ないしは水路によるか、あるいは雨水単独の管きよによつて、河川などへ排出しなければならず、都市における生産活動および生活環境の機能を維持するためには、汚水処理と雨水の速やかな排出は常に両立して対処されるべきであり、おのおのの重要性には何ら変りはないものと考えてよい。家庭汚水あるいは産業廃水の管きよ中における挙動も一種の流出問題には違いないが、雨水流出すなわちその根源となる降雨の性格と比較すればほとんど定常であると考えてよく、これらに対して管きよの設計をすることはさして問題とはならず、これまで述べてきたような集排水路としての特性をよく認識しておけば十分であろう。

元来、下水道における雨水量算定の問題は河川における高水量計画と同じ目的をもつものであり、主要な相違点は河川流域が自然的要素を多く含んでいるのに対して、市街地では人工的要素が多いことおよび流域の広狭のほか、河川では現象変化が緩慢な場合運動方程式の $\partial U / \partial t$ の省略ができる場合もある。⁴⁾しかしながら下水道における雨水流出を対象にする場合には、後述するようになりかなり単時間の豪雨を取り扱うことになり、一般に現象の変化はきわめて急激である。従つて雨水量算定法に対しても、不定流としての要素を欠くことはおそらく不可能と思われる。しかしながら従来用いられていた多くの雨水量算定公式は、こうした考慮がほとんど払われておらず、単に経験公式あるいは便

宜的な仮定にもとづいた理論公式がほとんど深く検討されることもなく使用されてきた状況であり、建設費を少なくするために比較的少流量を与える公式が採用されたというくらいさえある。不定流現象の問題の性質上、厳密に解析を行なうことはきわめて困難であり、従つて計算方法を提示することはできても、一般的な公式の形で結果を提供することは厳密な意味ではほとんど不可能であろう。しかしながら水理学的な基礎に立脚し、理論的にも妥当な仮定のうえにたつて流れの基本機構を解析することによりある程度の設計の合理化は可能であると思われる。下水道および河川計画を通じて問題の解明を遅らせていた一因として、流水特性の複雑さのほかに、実際流量の把握がきわめて困難であることも挙げられるが、わが国においても最近特に河川流出の問題が真剣にとりあげられ、単位図法あるいは総合単位図法の適用に関する石原博士をはじめとする一連の研究^{5), 6), 7)}や、あるいは流出演算用アナログコンピューターの完成⁸⁾などきわめて著しい成果が得られている。

本章においては、下水道管きよあるいは市街地における雨水排水路の設計合理化を志し、もつて水質管理と経済設計の問題をも総合した設計手法を得るための基礎的研究として、集配水の水理という立場から行なつた研究を述べるものである。

本章において中心をなす理論は、第2章において、横から流入のある不定流に関する従来の研究に一括して述べた岩垣博士の特性曲線による近似計算法^{9), 10)}であつて、著者はこの方法を下水道管きよおよび市街地排水区域における雨水の流出現象に適用するにあたり、標準特性曲線の対数図式法を提案しさらに等価排水区域における等価粗度係数なる概念を導入することによつて、流出機構の説明を試みるなど工学的な実用化をはかつたものである。これらとともに従来の雨水量算定公式に対して種々の検討を加えるとともに、本章で得られた主要な結果によつて、雨水量を支配する種々の要素、たとえば流出係数、流入時間、流下時間、降雨の継続時間などの水理学的意義を明確にしようとしたものである。

7.2 従来の雨水量算定公式とその検討

従来下水道管きよにおける雨水流出量算定公式として用いられてきた主要なものは、合理公式および実験公式の2つに大別することができる。後者の実験公式の代表的なものとして次に示すBürkli-Ziegler 公式を挙げることができよう。

$$Q = C_i F \sqrt[4]{\frac{\sin \theta'}{F}} \dots\dots\dots (4-1)$$

ここに Q は最大雨水流出量 (m^3/s)、 C は流出係数、 i は降雨強度で、 $0.125 \sim 0.200 \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{ha}$ ($45 \sim 72 \text{ mm/hr}$)、 F は排水区域面積 (ha)、 $\sin \theta'$ は地表勾配で、 $1,000$ 分数であらわす。本公式は 1880 年に Zürich における幹線管きよの実測流量から導かれたものであるが、この公式の適用の結果は多くの場合過少の値を与えたようである。(4-1) 式の $C_i F$ なる量は、合理公式の基礎の式形が、

$$Q = C_i F \dots\dots\dots (4-2)$$

であるように確かに流出流量を示すものである。 $\sqrt[4]{\sin \theta'/F}$ なる係数は遅滞係数とよばれ、同じ雨量でも F が大きく θ' が小さいほど流出量が小さくなる効果をあらわしている。しかしながら $\sqrt[4]{\sin \theta'/F}$ なる係数をもつため (4-1) 式は次元的には正しくなく、このため実測された土地と同じ条件のもとでないと適用できないのはむしろ当然といえよう。同じ意味でこの遅滞係数を $\sqrt[5]{\sin \theta'/F}$ と変えた McMath 公式あるいは $\sqrt[6]{\sin \theta'/F}$ とした Brix 公式も、ただより急峻な地域に適合するというだけのことで、特別な意義は認められない。従つて考え方としてはむしろ (4-2) の合理公式の方が正しいといえるが、合理公式では明らかに、降つた雨がただちに少しも停滞することなく完全に排除されたものとする、最大どれほどの流出量になり得るかという目標のもとで行なう計算方法である。従つて i なる強度の降雨が、 F なる面積をもつ排水区域の全域から集まっていることが必要で、流域時間の間降りつづけていることが必要である。このような観点で降雨の継続時間 T と降雨強度 i の関係が導入されるようになり、しかも降雨の生起確率を加味した確率降雨曲線に関する研究がさかんに行なわれ、かなりの精度をもつて実際に適用できるようになった。^{11), 12), 13)} しかしながら、合理公式においては、流出係数 C によつてある割引きを行なつても、なおその降雨が遅滞なく流出するとする限り、過大な雨水量を与えるのはむしろ当然である。このような事実が把握されておれば、戦後わが国における合理式か実験式かといった無意味な論争はなされなくてもすんだはずである。合理公式において、実験公式の遅滞係数に相当するものは、実は降雨強度 i を決定する際に、排水区域を雨水が流下するに要する時間を求め、これを降雨の継続時間 T とするのであるから、 T を決定するときに、排水区域の形状ない

しは下水管きよの勾配が当然加味できるはずであり、まずこの T の決定が合理的に行なわれれば、理論的に正確な雨水量を求めることができよう。

しかるに、現在合理公式の実際への適用に際し、地面貯溜などの影響を無視して、水の流下速度を同一口径、同一勾配の管きよでは常に一定と仮定されるところに大きな欠点がある。この事実は、水理学的にはつぎに示すような意味をもっている。

いま図-4-1の

ごとく、排水区域を

1次元化して管きよ

のみを考え、 L を管

きよの長さ、 A を管

きよ内流水断面横、

Q を流量、 t を

時間、 x を流下方向

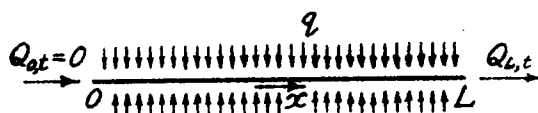


図-4-1 横から一様な流入のある下水管きよ

の距離とする。以下においては q_i を単に q とかくことにし、 q は降雨によつて供給される管きよ単位長さあたりの横からの流入量を示すものとする。 $x=0$ においては、上流からの流入がない状態で、急に降雨がはじまり q がただちに供給されはじめるものとする。管きよ内の連続方程式は明らかに、第2章(2-2)式が成立し、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad \dots\dots\dots (4-3)$$

となる。もし管きよ内平均流速を U とすれば、 $Q=AU$ であるから(4-3)式は、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + U \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial U}{\partial x} = q \quad \dots\dots\dots (4-3)'$$

となる。もし図-4-1の管きよが一様口径、一様勾配であるものとする、上述の合理公式の仮定によつて $U=\text{const.}$ となり、これがこの管きよの運動方程式にほかならない。これを(4-3)'式に代入すると、 $\partial U / \partial x = 0$ であるから、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + U \frac{\partial A}{\partial x} = q \quad \dots\dots\dots (4-3)''$$

となる。従つて(4-3)''式から

$$\frac{dx}{dt} = U \text{ において, } \frac{dA}{dt} = q \dots\dots\dots (4-4)$$

なる関係が成立し、これは図-4-2のごとく勾配が一定値 U なる特性直線上で $dA/dt = q$ となることを意味している。従つて任意点における A の値は (4-4) 式を特性直線にそつて積分することによつて得られ、いまの場合 $t=0$ において $A=0$ とすれば、 $t=x/U$ において、 $A=q t$ 、従つてあらゆる点で、

$$\left. \begin{aligned} A &= q \frac{x}{U}, \\ \text{あるいは } Q &= q x \end{aligned} \right\} \dots\dots (4-4)'$$

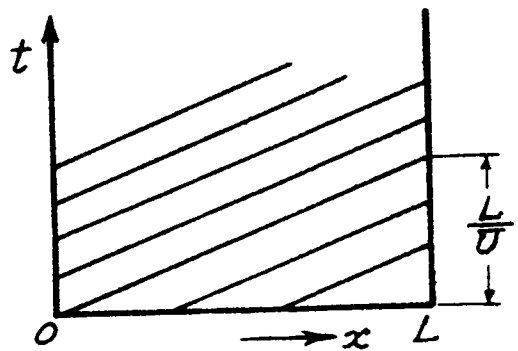


図-4-2 合理公式による特性直線

となる。すなわち下流端の流量 Q_L は図-4-3のごとく直線的に増加し、 $x=0$ では常に $A, Q=0$ であるから $t=L/U$ において定常かつ最大となる。⁹⁾ 従つ

て流下時間 L/U にちょうど等しく T をとり、 i すなわち q を決定すればよいわけである。しかしもし厳密な運動方程式を用いれば、後述するように、 $dx/dt > U$ であり、しかもこの U が一定ではない。仮定した一定値 U がたまたま実際の dx/dt の特性曲線にそつた平均値に等しいときは、 Q_L は単に図-4-3の破線のように変化するだけで最大値 qL には変わりはないが、 T の差異によつて q 従つて U が変化することは容易に想像できることであり、 $i \sim T$ 曲線の形如何によつては、より短かい継続時間 $T_1 (< T)$ の豪雨によつて、上流端から出発した特性曲線が T_1 の間には $x=L-\Delta x$ までしか到着せず、下流端ではいわゆる遅滞現象を起すような場合にも、その際の最大流量 $q_1 (L-\Delta x) > qL$ となることはないとは限らない。このように逆断を許せない要素をも含んでおり、注意すべき点であろう。

一方、合理公式によらず、なお種々の要素を折込んだ実験式を作製した例は最近におい

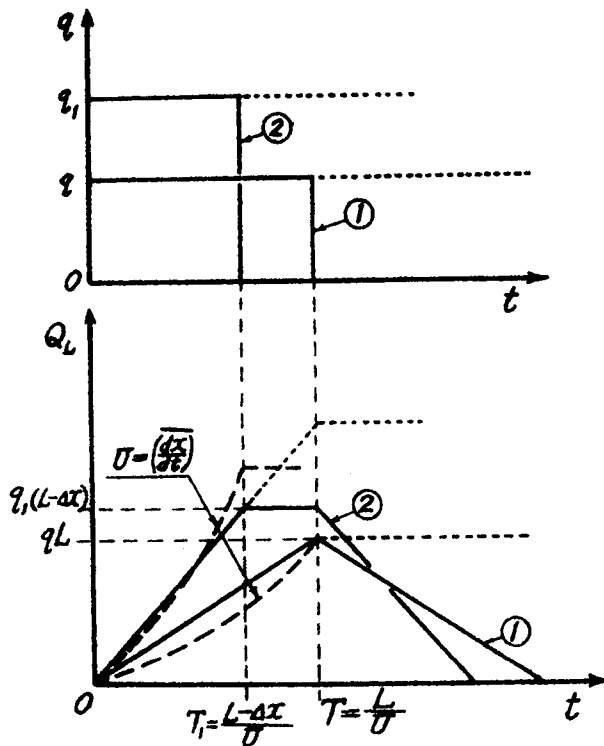


図-4-3 合理公式による管きよ下流端の時間流量曲線

でもみうけられぬ¹⁴⁾が、合理公式において $i \sim T$ 曲線が導入されたのにならつて、実験式における i にもこの関係をあてはめているようである。しかしながら実験式では、合理公式に対して上述のごとく意義づけられたような理論的根拠によつてゐるものではないから、ある特定の排水面積 F に対して Q を実測し、 $\sin \theta'$ とか F の効果を適当に加味した後、ふたたび F の大小によつて i を変化させることは、はなはだしく考え方を混同しているものといつてよい。

最後に、合理公式にしる実験公式にしる、それらを適用するにあつて常に問題となるものとして、流出係数 C の決定がある。現段階ではもちろん実験係数の域を出ないものではあるが、 C のもつ具体的な意義については2通りの考え方があるようである。1つは河川流出に対して用いられているように、

$$C = \frac{\text{〔総雨水流出容量〕}}{\text{〔総降雨容量〕}} \dots\dots\dots (4-5)$$

と定義されたいわゆる一連の降雨に対する損失降雨に関するものであり、いま1つは板倉博士の提唱¹⁵⁾するように、

$$C = \frac{\text{〔管きよへの最大流入流量〕}}{\text{〔降雨強度〕} \times \text{〔排水面積〕}} \dots\dots\dots (4-6)$$

と考えるもので、たとえ降雨のうちいずれ管きよへ入るものであつても、最大流量に関与しないものは除外しようとするものである。Cの値が(4-5)あるいは(4-6)式のいずれによつて決定されても差支えないが、それに従つてCの値を決定する実験方法がそれぞれの定義に合致したものであることを要し、特に(4-6)式によると管きよへの流入時間と密接な関係があるようである。いずれにしても、地表面の状態、気象条件、降雨強度およびその継続時間などに関係があることは確かであり、適確にその値を定めることは非常に困難である。従つてたとえば米国方式¹⁶⁾のごとく雨水が着目点に到達するに要する時間帯ごとに区別して計算するような複雑な方法をとつても、その意義ははなはだ不明確であるといわざるを得ない。

以上のように現在用いられている雨水計算定公式には多くの問題点があることを明らかにしたが、結局は雨水流下に伴う不定流の基礎方程式を解くことが必要であり、このような意味で Tholin および Keifer¹⁷⁾が示した、Muskingham 方式に Manning の抵抗法測を併用し側溝から枝線きよをへて幹線きよに至る流出を解析する方法は新しい方法として注目することができよう。

7.3 横から流入のある一般断面水路の不定流に対する特性曲線法

市街地における雨水の排水計画を行ない、あるいは下水道管きよの断面を決定しようとする場合には、いずれも開水路の不定流を対象として考えればよい。通常、管きよの流量あるいは流速は流水断面が満管となる以前の部分流状態において最大容量を示すものであるから、管きよ断面としては計算上必要な断面積にいくぶんの余裕を加えたものを用いるのが常である。従つて計画最大雨水量を対象とする限り、下水管きよに対しても開水路の理論が適用できることになる。

第2章で述べたように、横から流入のある矩形断面水路に対する理論^{9),10)}は、つぎのようにして一般断面水路の場合に拡張することができる。すなわち、運動方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \alpha_m U \frac{\partial U}{\partial x} - (\alpha_m - 1) \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \\ - g \sin \theta + \frac{\tau_0}{\rho R} + \frac{\alpha_m U q}{A} = 0 \quad \dots\dots\dots (4-7) \end{aligned}$$

とあらわされる。¹⁸⁾ここに、 h は水深、 R は径深、 α_m は運動量の流速分布に対する補正係数、 θ は水路の傾斜角、 ρ は水の密度、 τ_0 は底面摩擦応力、 g は重力の加速度である。連続方程式としては、前節に示した(4-3)あるいは(4-3)'式をそのまま用いればよい。

7.3.1 厳密法

いま水路の一般断面形につき、流水断面積 A と水深 h との関係が

$$A = b h^m \quad \dots\dots\dots (4-8)$$

とあらわされるものとする、連続方程式(4-3)'は

$$m \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + m U \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{U h}{b} \frac{db}{dx} = \frac{q h}{A} \quad \dots\dots\dots (4-9)$$

となる。ここに、係数 b は x のみの函数とし、指数 m は常数とする。簡単のために $\alpha_m = 1$ 、 $\cos \theta = 1$ として $W = \sqrt{gh/m}$ とおけば(4-7)および(4-9)式からつぎの特性曲線式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 : \frac{dx}{dt} &= U + W \quad \text{において,} \\ \frac{d}{dt}(U + 2mW) &= g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{q}{A}(U - W) - \frac{UW}{b} \frac{db}{dx}, \end{aligned} \right\} \dots\dots (4-10)$$

$$\left. \begin{aligned} C_2 : \frac{dx}{dt} &= U - W \quad \text{において,} \\ \frac{d}{dt}(U - 2mW) &= g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{q}{A}(U + W) + \frac{UW}{b} \frac{db}{dx}. \end{aligned} \right\} \dots\dots (4-11)$$

初期条件および境界条件を与えて $x \sim t$ 平面を C_1, C_2 の特性曲線群でおおい、差分法を用いて数値計算を行なえば、 $x \sim t$ 平面上の各点の U, W , 従つて h, A, Q などを求めることができる。しかし計算が非常に面倒になるので実用的ではない。

7.3.2 一様断面水路の場合の近似法

ここで一様断面水路というのは、水路のある区間について、 q, b, θ などが一様であることを意味するものとする。水路勾配が比較的急な場合を対象とすることにし、流れが等流に近いものと仮定して、Manning の粗度係数 n_M を用い (4-7) 式の摩擦項を $\tau_0/\rho R = n_M^2 g U^2 / R^{4/3}$ とあらわし、また $\alpha_m \cong 1$ と近似する。矩形断面水路の場合⁹⁾と同じ方法によつて (4-7) および (4-3) 式を組みあわせてゆくと、特性曲線の近似計算法が得られるが、その順序を簡単に示すつぎのようである。

まず (4-7) 式から U を解けば、

$$U = \sqrt{\left(\frac{q R^{4/3}}{2 n_M^2 g A}\right)^2 + \frac{R^{4/3}}{n_M^2 g} (g \sin \theta - J)} - \frac{q R^{4/3}}{2 n_M^2 g A} \dots\dots\dots (4-12)$$

となる。ここに $J = \partial U / \partial t + U \cdot \partial U / \partial x + g \cos \theta \cdot \partial h / \partial x$ である。まず第1近似として $J \cong 0$ とみなした (4-12) 式から $\partial U / \partial x$ を計算して (4-3)' 式に代入することにより、

$$\frac{dx}{dt} = \left(1 + \frac{2}{3\varepsilon}\right)U + \frac{(1-2/3\varepsilon)U q R^{4/3}}{2 n_M^2 g A U + q R^{4/3}} \dots\dots\dots (4-13)$$

において、

$$\frac{dA}{dt} = q \dots\dots\dots (4-14)$$

が得られ、また (4-3)' 式の代りにこれを Q と U であらわした

$$\frac{1}{U} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{U^2} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots (4-3)$$

を用いれば、(4-13) の第1式と同じ特性曲線上で、

$$\frac{dQ}{dx} = q \quad \dots\dots\dots (4-15)$$

となる。ただし

$$\varepsilon = \frac{R/A}{dR/dA} \quad \dots\dots\dots (4-16)$$

である。さらに第2次近似として仮定のごとく比較的急勾配の場合で、流れが等流に近いことから、 $\partial h/\partial x \cong 0$ 、 $\partial U/\partial x \cong 0$ 、 $J = \partial U/\partial t$ とし、第1近似の(4-12)式から J を計算することにより、つぎのごとく A と U の関係式が得られる。

$$U = \sqrt{\left\{ \left(1 + \frac{2}{3\varepsilon} \right) \frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g A} \right\}^2 + \frac{R^{4/3}}{n_M^2} \sin \theta - \frac{2 \left(1 - \frac{2}{3\varepsilon} \right) U \left(\frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g A} \right)^2}{U + \frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g A}} \right.}$$

$$\left. - \left(1 + \frac{2}{3\varepsilon} \right) \frac{qR^{4/3}}{2n_M^2 g A} \right. \quad \dots\dots\dots (4-17)$$

そして(4-13)、(4-14)および(4-15)の各式はそのまま成立する。すなわち $dx/dt > U$ である。

従つて q が与えられれば、(4-17)式によつて $U \sim A$ の関係を求め、一方与えられた水路の初期条件および上流端の境界条件から出発して、(4-13)式の特性曲線を数値積分しつつ、(4-14)あるいは(4-15)式によつて任意の x 、 t における U 、 A あるいは Q を決定してゆくことができる。

$q=0$ の場合には上の各式でそれぞれ $q=0$ とおけばよく、特性曲線の表示式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \left(1 + \frac{2}{3\varepsilon} \right) U \quad \text{において,} \\ A &= \text{const.} \quad \text{あるいは} \quad Q = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-18)$$

となり、特性曲線は直線となる。 Q, U, A の間の関係は、

$$Q = AU = \frac{A}{n_M} R^{2/3} (\sin \theta)^{1/2} \dots\dots\dots (4-19)$$

となる。

流入量が時間とともに段階的に変化する場合とか、流入量とともに流路条件が流れの方向に段階的に変化する場合には、 $x \sim t$ 平面において流入量および流路条件が一定である範囲内で上の関係が成立する。しかし (4-17) 式よりわかるように、 q とか n_M , $\sin \theta$, ε が異なれば、 U と A の関係が違ってくるから、急に流入量あるいは粗度、勾配、断面形などの流路条件が変化してから、流れがつぎの領域における新しい U と A の関係に従うようになるまでには、ある程度の時間あるいは距離が必要である。

いま流入量あるいは粗度、勾配、断面形などが $x \sim t$ 平面上の点 (x_1, t_1) までは一様な値 $q_1, n_{M1}, \sin \theta_1$ および b_1 であり、この点で急変して $q_2, n_{M2}, \sin \theta_2$ および b_2 となつたものとし、特性曲線の過渡領域が $(x_1, t_1) \sim (x_2, t_2)$ であるとするとき、厳密法の (4-10) 式を差分表示したものをを用いると、

(i) q が q_1 から q_2 へ時間的に急変し、流れが等流に近いとき、

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= q_2 (t_2 - t_1) + A_1, \\ \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} &= \frac{U_1 + U_2 + W_1 + W_2}{2}, \\ U_2 - U_1 + 2m(W_2 - W_1) + \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{n_{M1}^2 g U_1^2}{R_1^{4/3}} + \frac{n_{M1}^2 g U_2^2}{R_2^{4/3}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2g \sin \theta_1 \right) + \frac{U_1 + U_2 - W_1 - W_2}{A_1 + A_2} q_2 \right\} (t_2 - t_1) = 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-20)$$

(ii) q, n_M, θ が q_1, n_{M1}, θ_1 から q_2, n_{M2}, θ_2 に距離的に変化し、 b が x_1 から x_2 の間で b_1 から b_2 に変化するものとし、流れが定常に近いとき、

$$Q_2 = q_2 (x_2 - x_1) + Q_1,$$

$$\left. \begin{aligned}
\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} &= \frac{U_1 + U_2 + W_1 + W_2}{2}, \\
U_2 - U_1 + 2m(W_2 - W_1) + \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{n_{M2}^2 \delta U_1^2}{R_1^{4/3}} + \frac{n_{M2}^2 \delta U_2^2}{R_2^{4/3}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2g \sin \theta_2 \right) + \frac{U_1 + U_2 - W_1 - W_2}{A_1 + A_2} q_2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{(U_1 + U_2)(W_1 + W_2)(b_2 - b_1)}{2(b_1 + b_2)(x_2 - x_1)} \right\} (t_2 - t_1) = 0
\end{aligned} \right\} \dots\dots (4-21)$$

が近似的に成立するので、点 (x_1, t_1) における初期条件あるいは境界条件である U_1, W_1, A_1 および Q_1 を与え、(4-20) あるいは (4-21) 式の各式を満たすような x_2, t_2 および (x_2, t_2) における U_2, W_2, A_2 および Q_2 を求めることができ、過渡領域を過ぎるとふたたび上述の様な流入および流路条件の場合の理論式が成立する。

7.4 特性曲線法の下水管きよへの応用

以上に述べた方法を下水管きよにおける雨水の流出に適用するには、まず第一に対象とする管きよの勾配が比較的急で、流量の低減が著しくないことを要する。下水管きよの勾配は地表面の傾斜によつても異なるが、一般に、なるべく地勢に順応して急勾配とするのが得策であり、しかも雨水流は晴天時に管きよ内に堆積した汚泥などを排除する役割をもつものであるので、 $\sin \theta$ を $1/200 \sim 1/300$ 以上にすることが好ましい。¹⁹⁾ このような急勾配をとれないときは、むしろポンプ排水を併用した方が経済的であることは、上水道における低落差送水管の経済設計²⁰⁾ の問題と同様であると考えられる。従つてこの点からは、上述の特性曲線法を下水道管きよに適用するうえにおいてほとんど問題を生じないものと思われる。次に、支管の合流点その他で管きよをある区間ごとに分割したとき、その区間内では、管きよ断面、勾配および粗度とか横からの流入量が管きよにそつて一様に近いものと仮定できなければならない。管きよが人工工作物であり、また街路の平面的構造から推して管きよ1区間のうけもつ排水区域が矩形に近いと考えられるので、この点についても実用上何ら支障はなく、むしろ河川流域への適用を考えるよりも好適とさえ考えられる。このようにして管きよあるいは水路を分割すれば、この区間内

でのおおの流入量を一定と考えた時間内ごとに、上述の理論式が適用できることになる。

7.4.1 断面積と流量の関係

管きよの断面形、勾配、粗度および流入量を与えられると、(4-17)式を用いて A と U 、従つて A と Q の関係が求められるが、降雨を対象とする場合には q の値はかなり小さく、たとえば降雨強度 $i=100\text{ mm/hr}$ 、排水区域幅 $B=1,000\text{ m}$ の場合を考えてみても、(4-17)式の $qR^{4/3}/2gn_M^2A$ はせいぜい 10^{-2} m/sec 程度であるのに対し、 $R^{2/3}\sin\theta/n_M$ は $1\sim2\text{ m/sec}$ の大きさをもっているから、 q を含む項は十分無視できることがわかる。従つて(4-17)式で $q=0$ とおいた場合の Manning の抵抗法則である(4-19)式のみを、 q の値の如何にかかわらず用いてよい。従来下水道管きよに対しては主として Canguillet-Kutter 公式が用いられてきたが、最近では乱流の抵抗法則に関する研究が進展し、粗度係数 n_M の水理学的意義も明確になっている²¹⁾から、むしろ簡単な指数型の Manning 法則を用いた方がよいと思われる。

7.4.2 標準特性曲線

分割した水路の1区間をとりあげてその上流端を $x=0$ にとり、上流端よりの流入はないものとして $x\sim t$ 平面の原点より出る特性曲線を求めたとき、著者はこれを標準特性曲線となづける。²²⁾

(4-13)、(4-14)および(4-19)式を用いると、断面積 A あるいは時間 t を適当に区分して逐次計算を行なうことによつて、標準特性曲線が原点より順次描かれるが、(4-13)、(4-15)および(4-19)式を用いても同様に求めることができる。(4-14)および(4-15)式の関係はともに(4-13)式であらわされる同じ特性曲線の上で成立するので、(4-14)および(4-15)式と $A\sim Q$ の関係とを用いれば、逐次計算を行なうことなく特性曲線上の点の座標 (x, t) を求めることができる。この簡易計算法は降雨を対象とする場合以外の集配水現象のように q がかなり大きいときには、特性曲線自身に近似法の誤差が累積されてよくない結果を与えるが、 q が小さい場合には、上述の2つの方法で求めた特性曲線のいずれともよく一致する。このようにして標準特性曲線が q の値の異なるごとに描けるわけである。

7.4.3 過渡領域の省略

A と Q の関係を左右する q 、 n_M 、 θ 、 ε などが急変したのちにはしばらく過渡領域が存在し、過渡領域内の特性曲線は、前後の領域の境界で特性曲線の勾配が急に变化

するのを緩和するわけである。しかし q の値にかかわらず A と Q の関係式として (4-19) 式が用いられると、 q の値が時間的に急変しても A と Q の関係は変わらないから、まずこの場合の過渡領域は存在しなくなる。

距離的に n_M , θ などが変化すれば、(4-19) 式を A と Q の関係式として用いても過渡領域は一応存在する。この場合も (4-21) 式を用いて上述した x_2 , t_2 を求めることができるが、いま仮に過渡領域を省略し、(x_1 , t_1) における流量 Q_1 が連続で、流れはただちに下記の $A \sim Q$ の関係に従うものとして、一様水路の近似法により x_2 までの特性曲線を求め、その間の時間の進みを過渡領域内の時間の進み ($t_2 - t_1$) と比較してみると、上流側に対し下流側区間の管きよ条件の θ が小さくなりかつ n_M が大きくなるとき ($t_2 - t_1$) の方が小さくなるはずである。従つて河川の場合のように下流部の勾配がゆるやかになる場合には、多少ともこの誤差が累積してゆく。しかし、市街地においては勾配の変化は必ずしも規則的ではなく、しかも管きよの延長自身が短少であるから、距離方向の過渡領域も実用上省略して差支えなく、断面、勾配、粗度などが急変する点においても流量が連続であるとして以後の計算を進めることができる。

このように過渡領域を省略し、かつ $A \sim Q$ の関係式として (4-19) 式を用いれば、特性曲線上では常に $dQ/dx = q$, また分割した管きよの境界を除けば $dA/dt = q$ の関係が成立することになる。

7.4.4 下流端における時間流量曲線

ある区間において水路または管きよにそつて等分布せしめた横からの流入量の時間的变化が与えられると、これを適当な時間ごとに区切つた階段的变化におきかえ、各流入量について標準特性曲線を描く。さらに境界条件として $x=0$ における上流端よりの流入流量の時間的变化および初期条件として $t=0$ における流量の水路にそつての分布がわかっていると、この標準特性曲線を利用して $x \sim t$ 平面上を特性曲線群でおおうことにより、任意時刻、任意地点の Q , A , h などを求めることができる。つぎに下流端 $x=L$ における時間流量曲線を求める方法を詳述しよう。

いま前掲の図-4-1に示すごとく、水路あるいは管きよにそつて横から一様に q なる流入のある長さ L の区間において、図-4-4に示す境界条件および初期条件が与えられているものとする。図中の $Q_{0,t}$ および $Q_{x,0}$ はそれぞれ上流端からの流入量および $t=0$ における流路中の流量をあらわす。図-4-5は $q=q_1$ および $q=q_2$ の場合の

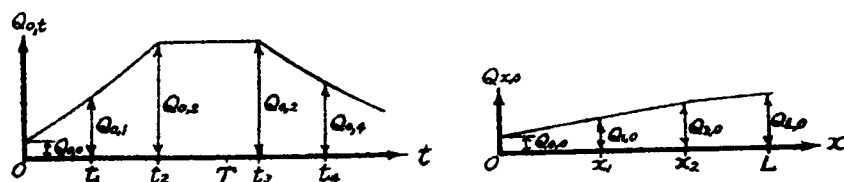


図-4-4 境界条件および初期条件

標準特性曲線と断面横流量曲線の関係を示すもので、 q の変化は図-4-6に示すように
 $0 \leq t \leq T$ では $q = q_1$, $T < t$ では $q = q_2$ とする。

(4-13) 式からわかるように、 q および Q (Q が与えられると U , A , R ,

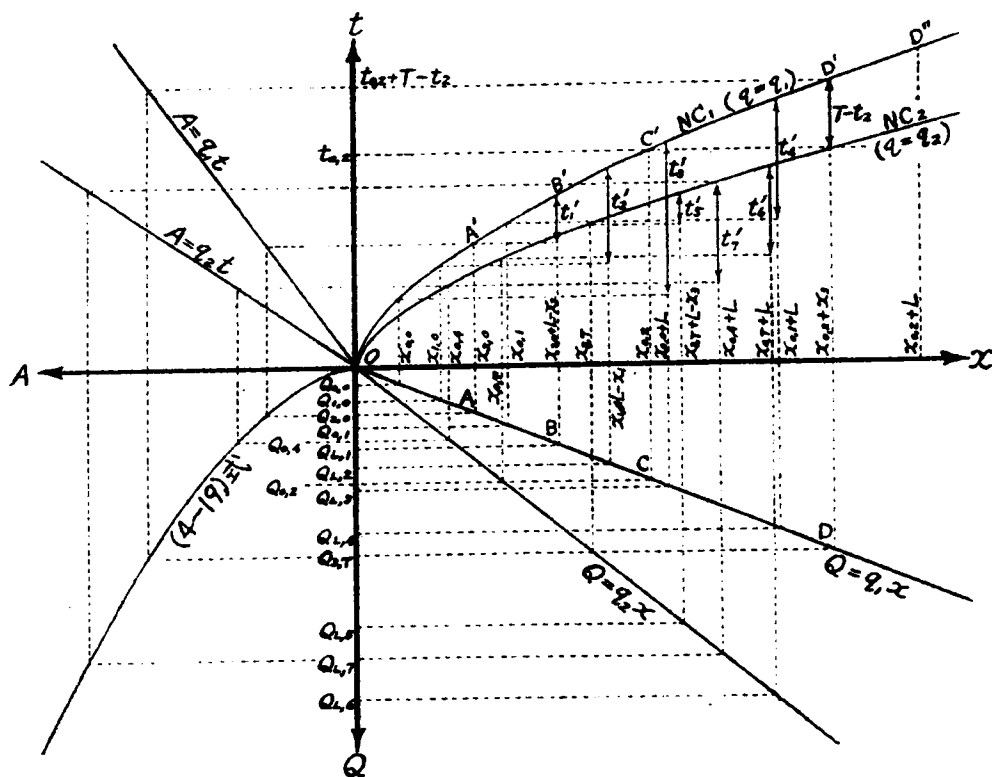


図-4-5 標準特性曲線と断面横流量曲線との関係

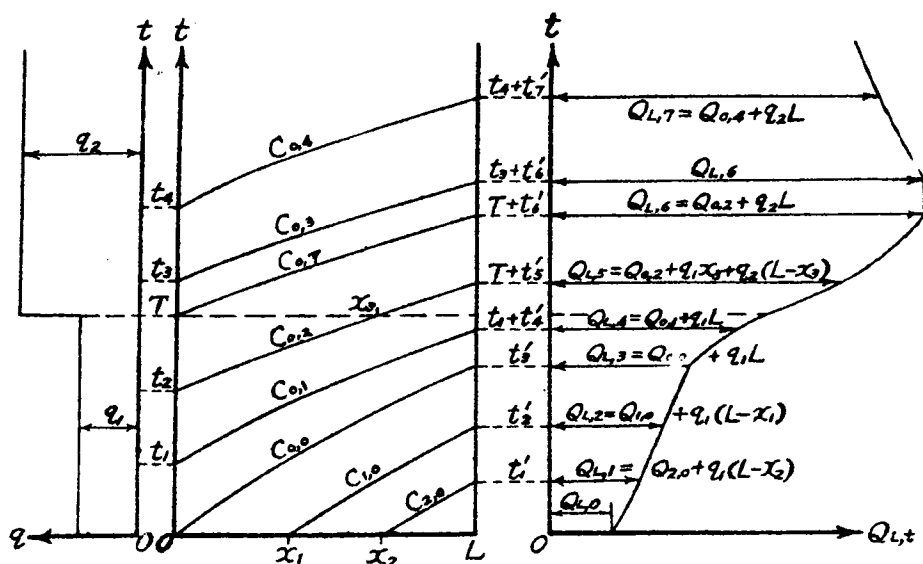


図-4-6 横からの流入量の時間的变化に伴う特性曲線と下流端の流出曲線

ε が一義的にきまる。)が同じときは特性曲線の dx/dt の値も等しいから、図-4-5において $Q=q_1 x$ の直線上に $Q=Q_{2,0}$ なる点 A をとると、 A 点の x 座標は $x_{2,0}=Q_{2,0}/q_1$ であり、 $q=q_1$ のときの標準特性曲線 NC_1 上で x 座標が $x_{2,0}$ である点 A' における曲線の勾配は、図-4-6で同じく $Q=Q_{2,0}$ である点 $(x_2, 0)$ における特性曲線 $C_{2,0}$ の勾配に等しい。 $C_{2,0}$ および NC_1 ともその上では $dQ/dx = q_1$ であるから、 $(x_2, 0)$ 以後の $C_{2,0}$ の形は NC_1 の A' より右側の部分に等しく、従つて点 A' より $L-x_2$ だけ進んだ点すなわち NC_1 上で x 座標が $x=x_{2,0}+L-x_2$ である点 B' をとれば、この区間内における特性曲線 $C_{2,0}$ は図-4-6に示すように $A'B'$ と同じものとなる。さらに図-4-5からわかるように曲線 NC_1 の A' 、 B' 間の時刻差は t'_1 であるから、下流端 $x=L$ の $t=t'_1$ における流量は、図-4-5の $Q=q_1 x$ の直線上 $x=x_{2,0}+L-x_2$ なる点 B の流量 $Q_{L,1}$ が所要の流量であつて、その値は当然 $Q_{L,1}=Q_{2,0}+q_1(L-x_2)$ とあらわされる。同様に点 $(x_1, 0)$ 、 $(0, 0)$ より出る特性曲線 $C_{1,0}$ 、 $C_{0,0}$ がそれぞれ $x=L$ に到達する時刻 t'_2 、 t'_3 、さらにそのときの流量 $Q_{L,2}$ 、 $Q_{L,3}$ が求められる。もし初期条件すなわち $t=0$ のときの流量が水路にそつて等しければ $C_{1,0}$ および $C_{2,0}$ は $C_{0,0}$ を x 軸方向に平行移動したも

のとなり、 $x=L$ における流量 $Q_{L,t}$ の変化は $C_{0,0}$ 上における流量の変化に等しくなる。
また $Q_{0,0}=0$ ならば $C_{0,0}$ は NC_1 そのものとなる。

点 $(0, t_1)$ より出る特性曲線 $C_{0,1}$ も、図-4-5に示すように同じく NC_1 上の
 $Q=Q_{0,1}$ に対応する点から $Q=Q_{L,4}=Q_{0,1}+q_1L$ に対応する点までの部分であるが、
この間の時刻の進みを t_4' とすると、 $x=L$ で $Q=Q_{L,4}$ となる時刻は t_1+t_4' であ
る。しかし点 $(0, t_2)$ より出る特性曲線 $C_{0,2}$ は NC_1 上の点 C' ($x_{0,2}, t_{0,2}$)
より出発するが、これが下流端に到達すべき $x=x_{0,2}+L$ なる点 D'' に達する前に時
刻は $T-t_2$ だけ進み、 D' 点で図-4-6に示すように $t=T$ の線と交わる。すなわち、
 NC_1 上で C' より x_3 だけ進み、そのときの流量は点 D における流量 $Q_{3,T}=Q_{0,2}+q_1x_3$
であらわされ、これが $t=T$ 以後横からの流入量が $q=q_2$ となつた場合の初期条件とな
るわけである。 $t_2 \leq t \leq T$ では図-4-4のように上流端の境界条件は変化しないの
で、流れは $C_{0,2}$ にそつて定常となり、従つて図-4-6の $x \sim t$ 平面で $t=T$
と $C_{0,2}$ の間にある特性曲線は $C_{0,2}$ を t 軸方向に平行移動したものになるから、
 $0 \leq x \leq x_3$ の部分では $t=T$ における水路にそつた流量の分布は $Q_{x,T}=Q_{0,2}$
 $+q_1x$ であらわされることになる。

ついで横からの流入量が $q=q_2$ となつたのちも、この $t=T$ のときの初期条件および
 $q=q_2$ の場合の標準特性曲線 NC_2 を用いて $q=q_2$ のときと同様に計算を進めてゆくこ
とができる。

この例では $T \leq t \leq t_3$ の間も $Q_{0,t}=Q_{0,2}=\text{const.}$ であるから、流れは特性曲線
 $C_{0,T}$ にそつてふたたび定常になり、従つて $C_{0,T}$ と $C_{0,3}$ の間の特性曲線はすべて $C_{0,T}$
あるいは $C_{0,3}$ を t 軸方向に平行移動して求められ、流出量は $C_{0,3}$ にそつてはじめて減少
しはじめる。下流端では $T+t_6' \leq t \leq t_3+t_6'$ の間最大流量 $Q_{L,6}=Q_{0,2}+q_2L$
をあらわし、この場合に対する管きよ設計流量となる。そして $t=t_3+t_6'$ 以後はじ
めて減水する。

以上のような操作をくり返せば、順次図-4-6に示すような特性曲線を描きながら下
流端の時間流量曲線を求められるが、実際には特性曲線を描かなくても図-4-5のよう
な標準特性曲線のみを用いて時間流量曲線を算出することができる。

7.4.5 降雨強度 i と横からの流入量 q との関係

市街地における下水管きよあるいは排水路のごとく、その1区間のうけもつ排水区域は
多くの場合矩形に近いものである。またさらに大きな幹線きよを対象にする場合にも、

q の値を一様と仮定するため、排水区域を長さ L に等しい矩形におきかえることが必要となる。これらの場合流域平均幅 B は、 F を排水区域面積として

$$B = \frac{F}{L} \dots\dots\dots (4-22)$$

となる。いま排水区域に強度 i の有効降雨があつたとき、全雨水がただちに管きよに集中するものとすれば、横からの流入量は

$$q = \frac{F i}{L} = B i \dots\dots\dots (4-23)$$

となる。しかし実際には雨水が排水区域を流下したのち管きよに流入するわけであるから、排水区域内における雨水流を考えなければならない。排水区域における流れを模型的に考えると、降雨が横または上から流入する2次元不定流として取り扱ふことができ、下流端の流量すなわち排水区域から流路に入るところの流入量 q を水路中の流れと同様に特性曲線の近似法を用いて容易に求めることができる。

一様な勾配でかつ一様な粗度であるような流下長 $B/2$ の矩形の排水区域が水路の両側（流下長を B とする場合は流路の片側）にあるものと仮定し、この排水区域から水路への横からの流入量と実際排水区域のそれとがなるべく等しくなるようにしたとき、これを等価排水区域となづける。この仮想した排水区域を等価排水区域ならしめるような一様粗度 n_e が存在するものとし、これを等価粗度とする。等価排水区域の傾斜面上の流れに対する特性曲線法の近似式は、前述の諸式に対応してつぎのようにかくことができる。

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{5}{3} U' + \frac{U' i h'^{4/3} / 3}{2 n_e^2 g h' U' + i h'^{4/3}} \dots\dots\dots (4-24)$$

において、

$$\frac{dh'}{dt} = i \dots\dots\dots (4-25)$$

あるいは

$$\frac{dq}{dx'} = i \dots\dots\dots (4-26)$$

および

$$q = \frac{1}{n_e} h'^{5/3} (\sin \theta')^{1/2} \dots\dots\dots (4-27)$$

ここに〔'〕をつけた記号は等価排水区域における値を示す。

(4-25), (4-26) および (4-27) 式を用いれば, 等価排水区域の標準特性曲線が描かれるが, この場合区域の上流端すなわち等価排水区域の分水線における境界条件は常に $q_{0,t} = 0$ であり, $x' = B$ における q の時間的变化を求めれば (流下長 x' が $B/2$ のときは後で2倍する), そのままこれが水路あるいは管きよ単位長さあたりの横からの流入量 q の変化になる。

7.4.6 そ の 他

上述の標準特性曲線による計算法を実際に適用する場合, 附加的な問題としてつぎのような考慮を払えば一層実用的となる。

排水支線の合流によつて生ずる, 幹・支線の背水その他の複雑な影響が省略できるものとする, 合流点における時間流量曲線は, それぞれの時間流量曲線を重ねあわせたものとなり, これをつぎの水路区間の上流端の境界条件として与えることができる。

つぎに上述の理論式は直線水路に対するものであるが, 水路あるいは管きよの屈曲あるいは多数存在する人孔などの影響も, 巨視的にManningの粗度係数 n_M を適当に大きく見積ることによつて, その効果を具体化することができるものと考えられる。

また本計算法によつて得られる時間流量曲線は, 当然晴天時流量および地下流出分を対象とはしていない。従つて降雨強度 i としては地下流出分その他の損失を差し引きたいいわゆる有効降雨をとらねばならない。この点については, (4-5), (4-6) 式の流出係数とも関連して後にもう一度ふれるはずである。しかしながら晴天時流量の存在すなわち降雨開始時の初期条件が $Q = 0$ でないことは, 当然特性曲線の到達時間を短くする影響をもっている。ただし, その量は豪雨時流量に比してきわめて小さく, 米国における調査結果では降雨強度に換算した場合約 $0.25 \text{ mm/hr}^{1), 2)}$ とされている程度であり, 事実上これを無視しても差支えない。

実際に排水区域および管きよを分割する場合, 最上流端の小管きよに至るまで細かく分割することは, 計算精度を高めるようにはみえるけれども, 計算に手数を要するばかりかある程度の仮定または実験によつて定めなければならない係数を, 各分割区域に対して精密に決定できるかどうかという点に疑問が残る。従つてある範囲までの支線きよをも一

括して等価排水区域の中へ包含することになる。この場合等価流域上の仮想的な流れは、実際排水区域と複合管きよ内の流れとあまりにも異なるため、一概に論ずることはできないが、市街地のごとく地下滲透分が少なく、表面流出が卓越している場合には、(4-27)式のような乱流の抵抗法則を用いてよいと思われる。

7.5 標準特性曲線の対数図式法²²⁾

図-4-5に示した標準特性曲線上では $Q=qx$ の関係が成立するから、1つの x に対して1つの Q が対応し、従つて q の値を種々変えて描いた標準特性曲線上に、 Q に対する等流量線が描けるはずである。同様の考えで $x \sim i$ 平面の x 軸の代りに Q 軸をとると、種々の q に対して標準特性流量曲線が描かれ、その上に x の値が等しい点を結ぶ等距離線が描ける。標準特性曲線と標準特性流量曲線とはもちろん同じ性質のものであるが、後者の方が取り扱い上非常に便利なので、以後は前者の代りに後者を用いることにする。

いま断面積 A と径深 R との関係が κ_0 、 Z_0 を常数として、

$$R = \kappa_0 A^{Z_0} \dots\dots\dots (4-28)$$

によつてあらわされるものと仮定する。下水管きよに用いられる2, 3の断面形について、この仮定を検討したのが図-4-7である。図-4-7は断面形の代表長さを D として、 R/D と A/D^2 との関係を示したもので、すべての断面形に共通して、ある A/D^2 の値で R/D が最高値をもっていることがわかる。この $(R/D)_{max}$ に相当する A/D^2 が、実は同一勾配のもとにおいて流速が最大になる位置である。流量が最大になる A/D^2 は一般に $(R/D)_{max}$ の場合より大きい、これらを近いものと考え、さらに前述したようにこれらの A/D^2 位置を対象として管きよ断面を設計する方針をとれば、実際にあらわれる管きよ内の R と A の関係は、 $(R/D)_{max}$ を生ずる A/D^2 より大きな範囲を除外することにより、(4-28)式の関係がほぼ成立することがわかる。

(4-28)式を用いると、(4-19)式はつぎのように変形される。

$$Q = \frac{\kappa_0^{2/3}}{n_M} A^{(2Z_0+3)/3} (\sin \theta)^{1/2}, \text{ または } A = \kappa Q^2 \dots\dots\dots (4-29)$$

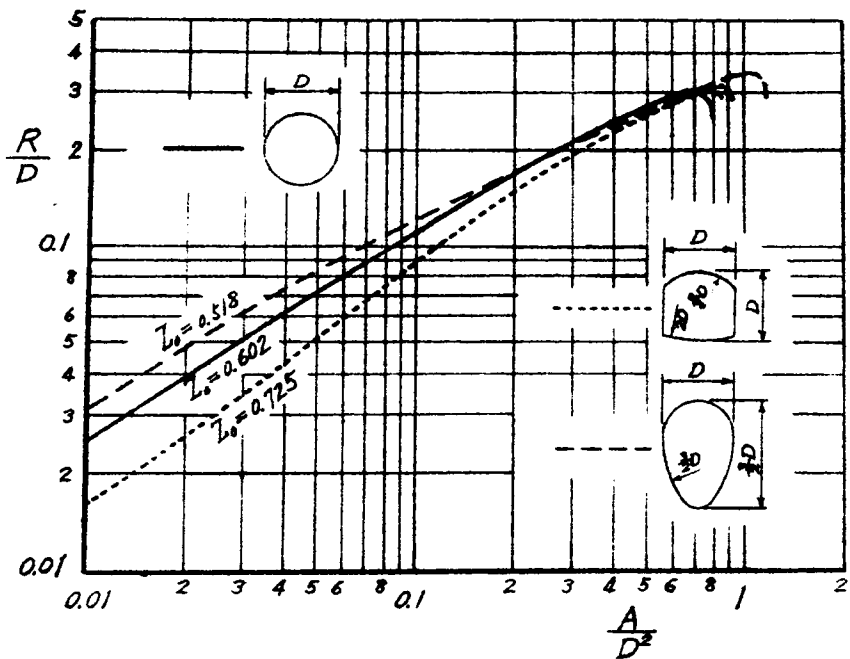


図-4-7 種々の断面の下水管きよにおける断面積と径深の関係

ただし,

$$\frac{3}{2Z_0 + 3} = Z, \quad \left\{ \frac{n_M}{(\sin \theta)^{1/2} \cdot \kappa_0^{2/3}} \right\}^Z = \kappa. \quad \dots\dots\dots (4-30)$$

従つて A と Q の関係も両対数紙上に描けば直線であらわされる。

(4-29) 式に標準特性曲線上で成立する (4-14) 式の関係 $A = q t$ を代入すると,

$$t = \frac{\kappa Q^Z}{q}, \quad \dots\dots\dots (4-31)$$

あるいは

$$\log t = \log \kappa - \log q + Z \log Q \quad \dots\dots\dots (4-31)'$$

となり, 縦軸に $\log t$, 横軸に $\log Q$ をとれば, 標準特性流量曲線は図-4-8 のように q をパラメーターとする勾配 Z の直線となる。また (4-31) 式と同じく標準特性

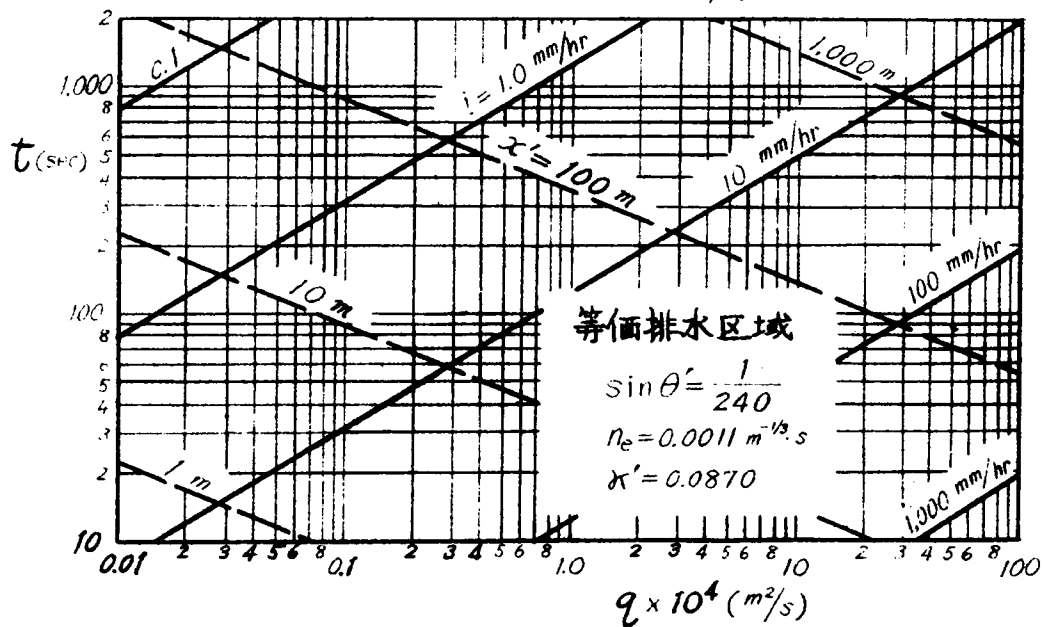
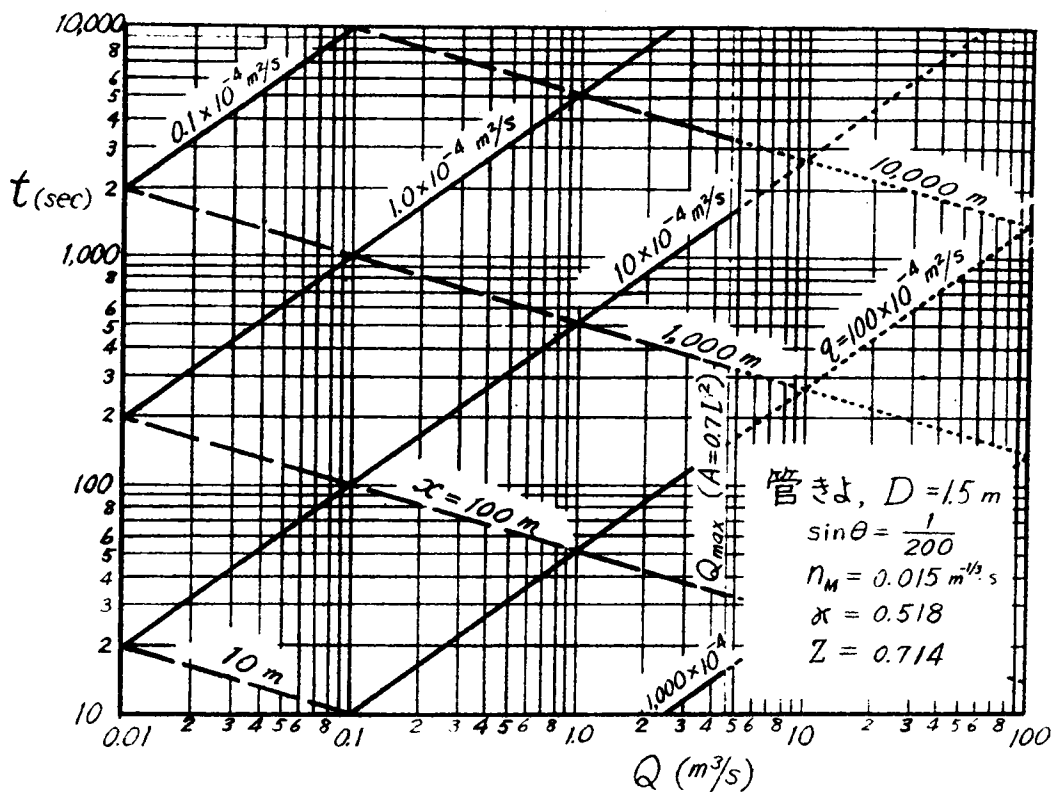


図-4-8 下水管きよおよび等価排水区域における標準特性流量曲線

曲線上で成立する (4-15) 式すなわち $Q=qx$ の関係から q を消去すれば,

$$t = \kappa \cdot x \cdot Q^{Z-1}, \dots\dots\dots (4-32)$$

あるいは

$$\log t = \log \kappa + \log x + (Z-1) \log Q \dots\dots\dots (4-32)^{\prime}$$

となり、標準特性流量曲線に対する x の等距離線が図-4-8に示すように x をパラメーターとする勾配 $(Z-1)$ の直線として得られる。従つて Z および κ を与えれば、容易に標準特性流量曲線および x の等距離線を描くことができる。特に分割区間の上流端からの流入がなく $Q_{0,t} = 0$ であり、かつ $t = 0$ における流路の初期条件が $Q_{x,0} = 0$ の場合の、任意の位置 x における時間流量曲線は、与えられた q に対する標準特性流量曲線自身であり、この線がその位置の x に対応する等距離線と交わる点で流れは定常になることを示すものである。なお図-4-7において (4-28) 式の関係が不十分であり、 Z_0 が小さくなるような場合には当然 Z が大きくなり、標準特性流量曲線の勾配を部分的に大きくすることなども不可能でない。また図-4-8に示したごとく、管きよの口径、敷設勾配に応じて、最大容量が定まっているから、その値を Q 軸に対する直交線で示しておけば、実際計算時に便利となる。

同じような関係が等価排水区域の場合にも成立し、(4-27) 式からわかるように、両直線の勾配はそれぞれ $Z' = 0.6$ および $Z' - 1 = 0.4$ となる。

分割区間の下流端における時間流量曲線を求める場合、連続的に変化する $q \sim t$ 曲線を階段的变化におきかえて考える必要があるが、 $t = t_j$ において上流端 $x = 0$ より出る特性曲線が下流端 $x = L$ に到達するに要する時間を t_{Lj} とすれば、図-4-9に示すように階段的变化におきかえる時間間隔を少なくとも $t = t_j - t_{Lj}$ から $t = t_j + t_{Lj}$ までにとり、その間の q の値を $t = t_j$ における $q = q_j$ によつて代表させれば、つぎに述べるように q の変化を具体的な階段的变化とする必要がなく、計算の手順が簡単になり、非常に都合がよい。すなわち、 t_{Lj} は q, L および $x = 0$ における境界条件 $Q_{0,t}$ の値によつて変化するが、一般に急勾配水路では、かなり小さい値となる。 $x = 0$ において、 $t = t_j$ のとき $Q_{0,t} = Q_{0,j}$ であれば、図-4-8の $x = L$ の等距離線上で $q = q_j$ の点の Q の値 $Q_j = q_j L$ を求め、さらに $q = q_j$ の標準特性流量曲線上で $Q = Q_{0,j} + Q_j$ に対する t 軸上のよみと $Q = Q_{0,j}$ に対するよみの差を求

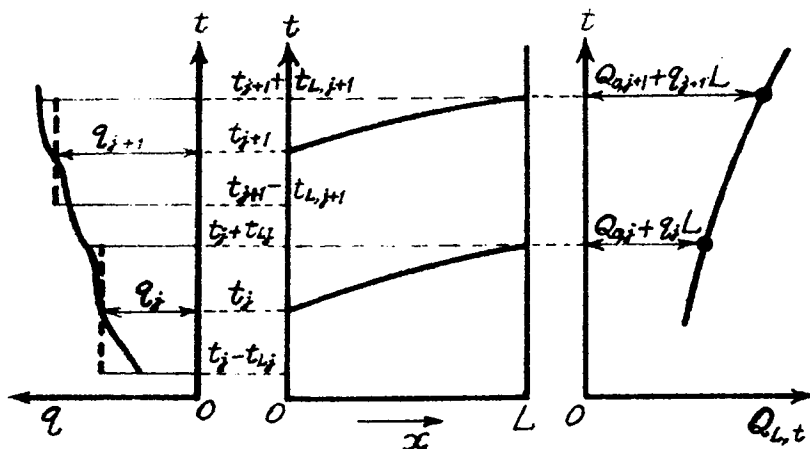


図-4-9 横からの流入量が任意に変化するときの下流端時間流量曲線

めるとこれが $t_{L,j}$ となる。 $(0, t_j)$ から出る特性曲線が $x=L$ に達するまでは $q=q_j=\text{const.}$ としているから、 $x=L$ では $t=t_j+t_{L,j}$ で $Q_{L,t}=Q_{0,j}+Q_j$ ということになる。 つぎには、 $t_{j+1} > t_j + t_{L,j} + t_{L,j+1}$ として、 $(0, t_{j+1})$ より出る特性曲線を考えれば、前と同様の手順によつて $t=t_{j+1} + t_{L,j+1}$ における $Q_{L,t}$ の値が求められるから、連続的に変化する $q \sim t$ 曲線をことさらに階段式的におきかえる必要がなく、得られた点を滑らかな曲線で連ねることによつて下流端の所要の時間流量曲線を求めることができる。

7.6 等価排水区域の等価粗度係数と流入時間，流下時間，降雨の継続時間および流出係数などの関連についての考察

幹線管きよの終端部においては分流，放流装置による量的制御の問題とか，あるいは次章において述べるような低地区を対象としたポンプ排水設計の問題などを伴うのが常であるから，種々の時間的变化の形をもつた計画降雨に対して，雨水流出流量の時間的变化を把握しておかなければならない。 以上に述べた特性曲線の近似計算法を下水道管きよあるいは市街地排水路に応用する方法は，このような要求に対して直接応用できるものであつて，与えられた地勢，地被などの排水区域特性および管きよなどの配置，その口径，勾配，粗度などの流路特性がわかつておれば，標準特性流量曲線の対数図式法を併用する

ことによつて、精確かつ簡単に注目地点の流出量曲線を求めることができる。しかしながら、新たに合流式下水道の計画を行なつたり、あるいは排水路の改修を行なうため、管きよあるいは水路の断面、勾配などを決定する操作をも必要とする場合には、流路特性および降雨特性自身によつても特性曲線の到達時間が変化するから、まず管きよの断面、勾配などを仮定し、さらにそのうえ、降雨の継続時間に応じて降雨強度を仮定したのち、上述の計算を行なつたとき、従来の考え方を一応踏むものとすれば、特性曲線の到達時間が仮定した降雨継続時間に一致し、しかもあらわれた最大流出量に対して仮定管きよ断面が必要かつ十分なものでなければならない。このように問題はかなり複雑で、本質的には現在行なわれているような簡単な方法では解決できないものである。

本節においては、このように管きよ断面を決定する場合に必要な種々の要素につき、上述の方法を用いて基本的な考察を行ない、それらの水理学的意義を明確にしておきたい。

まず図-4-10(a)のごとく長さ L の管きよにそつてその片側に B なる幅の矩形排水区域があるものとし、この区域が最も上流端に属するものでその中にはさらに小さい支管きよはないと考える。降雨に関しては継続時間によつて強度が変化することはひとまず考えないことにし、 $t=0$ においてこの排水区域に急に強度 i' なる雨が降りはじめたものとする。実際には $t=0$ 以前に降雨は開始しているがそれまでの雨はすべて地面の湿潤補給に費されたものとし、さらに図-4-10(b)のように $t=0$ 以後には平均して $i=Ci'$ なる部分が流出に関与し、 $(1-C)i'$ は常に非表面流出分として損失するものとする。 i が有効降雨強度で C を流出係数であると考える。

排水区域の表面が道路のごとく平面に近いものであれば、等価粗度係数 n_e は n_M と等しいが、実際には幾分の不整が考えられるから、これを管きよに直角方向の勾配が $\sin \theta'$ 、粗度係数が n_e なる平面をなす等価排水区域に置換することができたとする。このとき前節までの説明で明らかなごとく、排水区域の下流端すなわち $x'=B$ においては、図-4-10(c)のごとく $t=t_B$ において流れは定常に達し、そのとき $x'=B$ における水深 h' 、流量 q は(4-25)、(4-26)、(4-27)式を用いて、

$$\left. \begin{aligned} h' &= i t_B, & q &= i B, \\ q &= \frac{1}{n_e} h'^{5/3} (\sin \theta')^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-33)$$

となる。(4-33)式から t_B を求めると、 $h' U' = q$ であるから

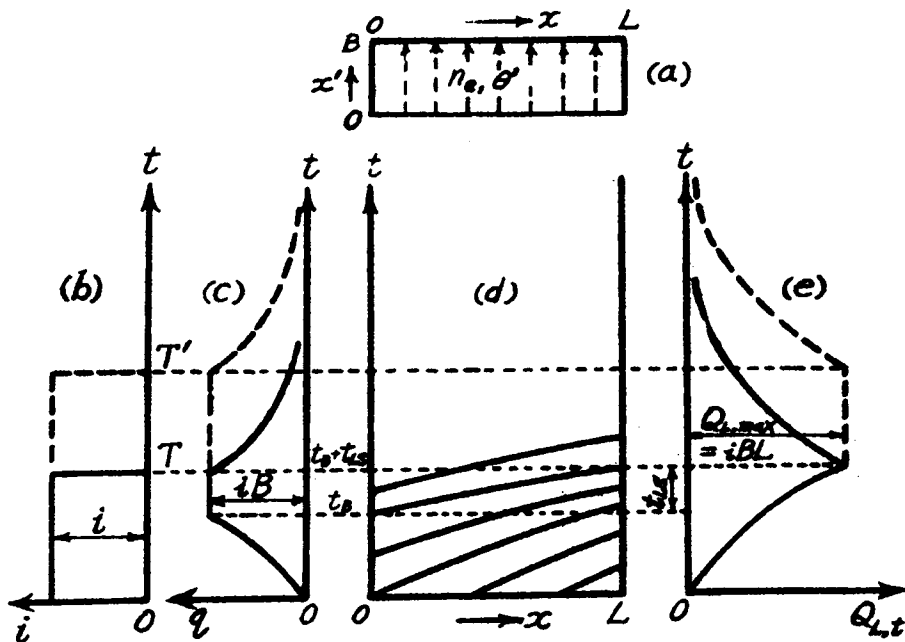


図-4-10 等価排水区域において遅滞のない場合の
雨量と流出量の関係

$$t_B = \frac{Bh'}{q} = \frac{B}{U'} \quad , \quad \dots\dots\dots (4-34)$$

あるいは(4-30)式を用いて,

$$B = \frac{(\sin \theta)^{1/2}}{n_e} i^{2/3} \cdot t_B^{5/3} \quad \dots\dots\dots (4-34)'$$

図-4-10(c)の $x'=B$ における $t=0 \sim t_B$ 間の q の増加状態も同様の式あるいは標準特性流量曲線によって求められるがここでは特に必要としない。 図-4-10(c)のごとき q が管きよへ流入するわけであるから、先に示した方法によつて管きよの $x=L$ における流量変化を求めてゆく。 $x=0$ から出発する特性曲線(標準)は $t=0 \sim t_B$ では q の増加とともに漸次 dx/dt を全体として増し、 $t=t_B$ 以後では全部 t 軸方向に平

行移動したものとなる。なお $t=0$, $x=x'$ から出発するものは, $(0, 0)$ から出発するものを x 軸方向に平行移動すればよく, これらを図-4-10(d)に示した。管きよ内の流れはこの場合 $(0, t_B)$ から出発する特性曲線にそつて定常となつてゆき, Q_L の変化は同図(e)のごとく, $t=t_B+t_{LS}$ において定常かつ最大となり, 降雨が $t=T'$ まで継続したとして $t=T'$ から減水をはじめる。管きよの粗度 n_M , 勾配 $\sin \theta$ を用いると, (4-14), (4-15), (4-19) 式によつて, これら下流端における値と t_L との関係は,

$$\left. \begin{aligned} A_L &= q t_L, & Q_L &= q L, \\ Q_L &= \frac{A_L}{n_M} R_L^{2/3} (\sin \theta)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-35)$$

となり, 従つて t_{LS} と L との関係は,

$$t_{LS} = \frac{L A_{L,max}}{Q_{L,max}} = \frac{L}{U_{L,max}}, \dots\dots\dots (4-36)$$

あるいは (4-30) 式の表示を用いて

$$L = \frac{1}{\kappa^{1/Z}} (iB)^{(1-Z)/Z} \cdot t_{LS}^{1/Z} \dots\dots\dots (4-36)'$$

となる。 t_{LS} は単に L を U で割つた形をしているけれども, $x=0$ から L にわたつて変化する U_{max} とは無関係に $U_{L,max}$ のみによるのが特徴である。

もし Q_L の時間的变化を問題にせず, 最大値 $Q_{L,max} = iBL$ を知れば十分であるとすると, 降雨は $t=t_B+t_{LS}$ において停止しても一向に差支えなく, 一瞬ではあるが $x=L$ において $t=t_B+t_{LS}$ で同じ $Q_{L,max}$ を出現し, 以下 $t=T'$ 以降と同じ形で減水する。 $t < t_B+t_{LS}$ において降雨が終ると, Q_L は $Q_{L,max} = iBL$ に達しない。

ここで, 降雨の継続時間なる概念により, 強度 i (あるいは i') なる降雨は $T=t_B+t_{LS}$ しか継続しないものとすれば, 逆に降雨強度 i としては, i に対する標準特性曲線が等価排水区域の下流端に到達する時間 t_B と, 同じく $q_{max} = iB$ に対する標準特性曲線が管きよ下流端に達する最小時間 t_{LS} との和として与えられる T に応ずるものをとれば

よい。これらが従来〔流入時間〕+〔流下時間〕=〔流集時間〕を T とするものと考えられてきたことに相当するもので、以下においては理解しやすいように t_B を流入時間、 t_{LS} を流下時間とよぶことにするが、これらの和は結局、等価排水区域の最遠地点から流路下流端まで標準特性曲線が到達するに要する最小時間である。従つて本質的には流入時間も流下時間も同一のものであつて、ただ流下時間 t_{LS} は管きよ断面の仮定と雨量強度によつて若干変化するが、流入時間は i のみによつて変化し、(4-34)式からわかるように排水区域幅 B および等価粗度 n_e に対して固有値となる。ゆえに i のある段階ごとに t_B を実測し、 n_e を逆算して定めておく都合がよい。従来流下時間を求めるには、7.2で述べたように、たとえ正しくないにせよ結果的には $U = \text{const.}$ という運動方程式を使用していたことになるのであるが、流入時間に対してはこのような考慮も払われずに、ばく然と5~15 min という値を慣用していたようである。

次に等価粗度係数 n_e がさらに大きな値 n_{e1} である場合を考える。通常の見方ではいわゆる流入時間が長くなり、従つて降雨の継続時間を長くともよいことになり、降雨強度曲線の形に応じて強度 i の小さい降雨を対象にすることになるのであるが、それは結局降雨強度の測定時間を延長することによつてその間の平均降雨強度が低下することを意味するに過ぎないのであつて、その時間間隔には平均より高い強度の降雨が含まれているはずである。そこで図-4-10における降雨時間 T に対する有効降雨 i がこの場合にも実現すると考えることができるわけである。

最初に、 $n_{e1} > n_e$ であるため、降雨開始と同時に $x' = 0$ を出発した標準特性曲線が $t = T$ においてはまだ $x' = B - \Delta x'$ の位置にしか達していないものとする。初期条件が同一であるから $t = T$ における q の値は

$$\left. \begin{array}{l} x' = B - \Delta x' \sim B \text{ において, } q = i(B - \Delta x'), \\ x' = 0 \sim B - \Delta x' \text{ において, } q = i x' \end{array} \right\} \dots\dots (4-37)$$

となる。 $\Delta x'$ と T との関係は(4-34)'式において n_e を n_{e1} 、 t_B を T 、 B を $B - \Delta x'$ とおくことにより、

$$B - \Delta x' = \frac{(\sin \theta')^{1/2}}{n_{e1}} i^{2/3} \cdot T^{5/3} \dots\dots\dots (4-38)$$

となる。 $x'=B$ における q の変化は上述の標準特性曲線が到達するまでは (4-37) 式の値を持続し、その後減少するが、 $t=T$ 以後において $i=0$ となるものとすれば特性曲線は直線となり、結局 $x'=B-\Delta x' \sim B$ の間を

$$t_{\Delta x'} = \frac{n_{e1} \Delta x'}{(i T)^{2/3} (\sin \theta^2)^{1/2}} \dots\dots\dots (4-39)$$

の時間を要することになる。 $x'=B$ における q の変化の模様は図-4-11(c)に示す通りである。 $x=0$ 、 $t=T$ から出発した標準特性曲線は一般に、排水区域から供給される q の値の大きいほどその到達速度が大きいといえるから、 t_L が最小になるような標準特性曲線が $x=L$ に到達したとき、下流端流量 Q_L は最大になっているものと考えられる。このように最小流下時間 t_{LS} に関する性質は、図-4-10の場合と同様であるが、 $t_{LS} > t_{\Delta x'}$ の場合にはこの標準特性曲線は近似的に

$$t = T - (t_{LS} - t_{\Delta x'}) / 2$$

から出発するものとしてよく、 $Q_{L,max}$ の値を一般的にあらわすことは困難となる。しかし普通は管きよにおける t_{LS} が短かく、また n_{e1} がかなり大きくて $\Delta x'$ も比較的長く、 $t_{LS} < t_{\Delta x'}$ となる場合を考えているものとすれば、管きよにおける特性曲線および Q_L の変化はそれぞれ図-4-11(d)および(e)のようになる。すなわちこの場合の t_{LS} を t_{LS1} として、 $t = T + t_{LS1} \sim T + t_{\Delta x'}$ の間、最大値

$$Q_{L,max,1} = i (B - \Delta x') L \dots\dots\dots (4-40)$$

をあらわすことになる。流入時間および流下時間に相当するものは T および t_{LS1} であるが、 t_{LS1} と L との関係は次式によつて定まり (4-36) 式の t_{LS} より長いのは当然である。

$$L = \frac{1}{K^{1/Z}} \{ i (B - \Delta x') \}^{(1-Z)/Z} \cdot t_{LS1}^{1/Z} \dots\dots\dots (4-41)$$

以上の $n_e = n_{e1}$ の場合に対して $Q_{L,max}$ の生ずる時刻を度外視して、 $Q_{L,max}$ だけを比較してみると、

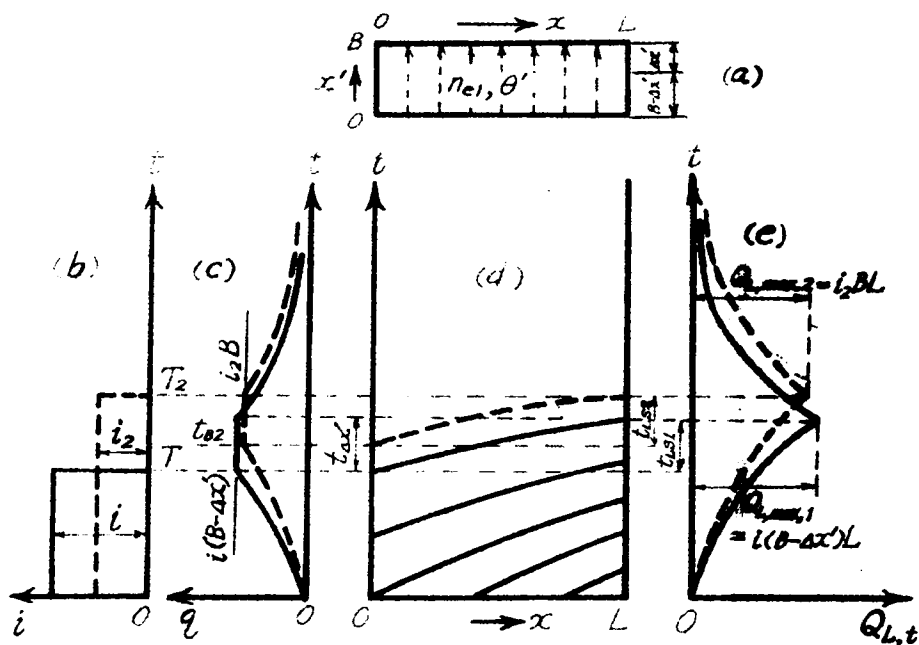


図-4-11 等価排水区域において遅滞する場合の雨量と流出量の関係

$$\frac{Q_{L,max,1}}{Q_{L,max}} = \frac{B - \Delta x'}{B}$$

であるから (4-34)', (4-38) 式を用いて

$$\frac{Q_{L,max,1}}{Q_{L,max}} = \frac{n_e}{n_{e1}} \frac{T^{5/3}}{t_B^{5/3}} \dots\dots\dots (4-42)$$

となる。 図-4-10 の場合を標準とすれば Q_L の最大値は n_{e1} に逆比例して減少することであり、このような考察の結果から、板倉博士による流出係数 (4-6) 式は、著者が定義した等価排水区域の等価粗度係数と同様な意義をもつたものと考えられる。 しかしながら等価粗度 n_e による上述のごとき効果は、排水区域の勾配 $\sin \theta'$ を一定として成立するのであり、当然 (4-6) 式の C の値も勾配によつて変えなければならない。 さ

らに現行の合理公式によれば、(4-6)式の流出係数が小さいような排水区域では、はなはだ不確かであるけれども、すでに流入時間のある割増しを行なつて滞集時間従つて降雨継続時間を延長し、降雨強度公式によつて計画降雨強度 i を低く見積るようなことがしばしば行なわれているのであるから、そのうえにこのような意味の流出係数を乗ずることは物理的に矛盾があるといえるばかりでなく、かえつて、独立に決定しなければならないうえ不明確な要素をいくつも含ませているわけで合理的でない。すなわち等価粗度係数によればこれらの要素を統一して現象を論ずることができ、(4-41)式によつて $Q_{L,max}$ を割り引きするか、あるいは図-4-10の場合のように、 n_e の大小によつて q が定常に達する時間 t_B 従つて T を増減し、 i を変化することによつて $Q_{L,max}$ はあくまで $iBL = iF$ として算出するのである。ただし C を(4-5)式によつて定義してよいかどうか疑問であつて、長時間降雨を対象として流出量を実測比較したりするときには、その期間中 C の変化することは容易に想像できよう。さらに n_e の値が降雨強度 i によつても変化するであろうことを考慮すれば、(4-5)式の C をも n_e の中に包含し、(4-27)式とは別な新たな抵抗法則を実験的に求めた方がむしろ実用上便利になるのではないかと考えられる。

次の問題として、はたして〔流入時間〕+〔流下時間〕=〔滞集時間〕をもつて降雨の継続時間としてよいかどうかについて検討しておこう。先に合理公式の水理学的意味づけを行なつた際、図-4-3によつてすでに指摘したように、排水区域の特性を n_e によつて代表させたとしても、最大流出量を $i(B - \Delta x')L$ として求めたものと、遅滞を起さぬように降雨の継続時間を長くとつた場合とでは、必ずしも一致しない。両者の大小関係は降雨強度公式の形によることが推定されるのであるが、これに対する判定は、図-4-10および図-4-11に対する考察結果を用いることにより次のようになる。

図-4-11(b)の破線のごとく新たに継続時間 T_2 の降雨を考えその強度を i_2 とする。それに対応して $x=L$ における $Q_{L,max,2}$ が

$$Q_{L,max,2} = i_2 B L$$

となるものとすれば、(4-34)'、(4-36)'式を用いて

$$T_2 = t_{B2} + t_{LS2}$$

$$= \frac{(n_{e1} B)^{3/5}}{(\sin \theta')^{3/10} i_2^{2/5}} + \frac{\kappa L^Z}{(i_2 B)^{(1-Z)}} \dots\dots\dots (4-43)$$

が成立する。一方強度 i なる降雨は継続時間が T であり、(4-38) 式から

$$T = \frac{\{n_{e1} (B - \Delta x')\}^{3/5}}{(\sin \theta')^{3/10} i^{2/5}} \dots\dots\dots (4-44)$$

となる。いま (4-40) 式の $Q_{L,max,1}$ と、(4-43) 式の $Q_{L,max,2}$ を比較して、

$$\left. \begin{aligned} Q_{L,max,1} &\geq Q_{L,max,2} , \\ \text{すなわち } B - \Delta x' &\geq \frac{i_2}{i} B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-45)$$

と仮定すれば、(4-45) 式を (4-44) 式に代入し、しかる後 (4-43) 式と組みあわせて $(n_{e1} B)^{3/5} / (\sin \theta')^{3/10}$ を消去すれば

$$i_2 T_2 \leq iT + \frac{\kappa (i_2 L)^Z}{B^{(1-Z)}} \dots\dots\dots (4-46)$$

が得られる。降雨強度公式としてまず Talbot 型の $i = a_1 / (T + a_2)$ を考えれば、 $a_2 = 0$ の場合は $i_2 T_2 = iT$ であるので常に (4-46) 式が成立し、流域時間により強い降雨継続時間によって降雨強度を決定し、管きよ断面を設計すれば必ず危険側にあることになる。しかし通常は $a_2 > 0$ であり、また Sherman 型の $i = a_2 / T^{0.5}$ を採用しても $i_2 T_2 > iT$ (ただし $T_2 > T$) であるから、必ずしも $Q_{L,max,1} > Q_{L,max,2}$ とはならないが、(4-46) 式右辺第2項をも含めて十分検討することが必要となる。この項には排水区域の大きさ、管きよの延長および管きよの水理特性を示す κ 、 Z のほかに i_2 自身をも含んでいる。一般に、 B が狭くて L が長くしかもその等価粗度係数が大きい場合に、 $Q_{L,max,1} > Q_{L,max,2}$ となることがわかる。ただしこの場合 T_2 自身がかなり長く、問題の生ずる T および i は降雨強度曲線の一般性質によって T_2 に比較的近いので、 T_2 および i_2 によって計算しても実用上の誤差は大してないといえよう。このように $i_2 T_2 > iT$ となつても $\kappa (i_2 L)^Z / B^{(1-Z)}$ によって (4-46) 式が成立す

ことがあるのは、いまの場合 $i_{dx'} \geq i_{LS1}$ なる場合を考えているからであるが、雨量強度 i が大きいほど n_{e1} あるいは n_e が小さくなることが考えられ、もし i_2 に対して n_{e2} を考えると、(4-46) 式は

$$i_2 T_2 \leq i T \left(\frac{n_{e2}}{n_{e1}} \right)^{3/8} + \frac{\kappa (i_2 L)^Z}{B^{(1-Z)}} \dots\dots\dots (4-46)'$$

となり、 $n_{e2} > n_{e1}$ とすれば $Q_{L,max,1} > Q_{L,max,2}$ となることがさらに容易となるから注意を要する。

以上の考察は最も上流端の排水区域に限って論じたのであるが、漸次下流側の管きよを取り換かう場合にも上述の各結果は成立するはずである。ただ各区分ごとに等価排水区域の特性が異なるであろうし、また各管きよ区間の上流端において、上流側区間の下流端流量を境界条件として与える必要があり、上述の各関係式は標準特性曲線上の各管きよ区間長 L だけはなれた2点における値の差をもつてかきかえる必要を生じ、一般的にはあらわすことができない。しかしながら、等価排水区域の考え方をもちと拡張し、上流端の側溝、支線管きよ、さらにある程度の幹線きよをも排水区域中に含めるように大きく分割し、その区域を矩形におきかえていわゆる等価粗度係数を求めておけば上述の各関係式をそのまま用いることができるばかりでなく、幹線きよの枢要点における時間流量曲線を求めることもきわめて容易となろう。このような等価粗度係数はやはり種々の降雨強度に対するその管きよ区間への流入量ないしは下流端流出量を実測することによって求めるべきものであるが、ここでは理論的に等価粗度係数を評価する1つの方法を示しておく。

いま図-4-12は幅 B 、長さ L の矩形排水区域であり、模型的に考えてこの排水区域が、幅 L/n 、長さ B なる n 個の等しい上流端排水区域によって形成されているものとする。従つてこの排水区域には長さ B なる支線管きよあるいは側溝を n 本含んでいることになる。いまこの排水区域が等価排水区域となる条件として、実際排水区域と比較して、等しい降雨開始後の時間において等しい最大流入量を与えるようなものであるとする。こうすれば図の $x=L$ における最大流出量は、 $x=0$ における境界条件に拘わらず実際排水区域をとつても等価区域をとつても等しくなるものとしてよい。最大流入量を与えるための降雨条件としては、計算を簡易化するため遅滞を起さない場合を考えることにすれば、常に $q_{B,max} = iB$ となる。上流端排水区域の等価粗度係数を n_e とすれば、降雨開始後実際区域と支線管きよをへて図-4-12の管きよへ $q_{B,max}$ が流入する時

刻は、(4-43)式を用いて、

$$t_{L/n} + t_{BS} = \frac{(n_e L/n)^{3/5}}{(\sin \theta)^{3/10} i^{2/5}} + \frac{\kappa B^Z}{(i L/n)^{(1-Z)}} \dots\dots\dots (4-47)$$

となる。ここに $t_{L/n}$ は上流端排水区域の流入時間に相当する標準特性曲線の到達時間、 t_{BS} は支線管きよにおける最小の流下時間相当の標準特性曲線の到達時間である。一方、新たに考えた等価排水区域の求める等価粗度係数を N_e とかくことにすると、(4-47)式と同じ降雨が継続し、しかもそのときちょうど $x'=B$ において q が定常になるべきことから

$$t_B = \frac{(N_e B)^{3/5}}{(\sin \theta)^{3/10} i^{2/5}} \dots\dots\dots (4-48)$$

となる。ただしこの等価排水区域の勾配は支線管きよの勾配と等しくとつた。(4-47)、(4-48)式を等値することにより、

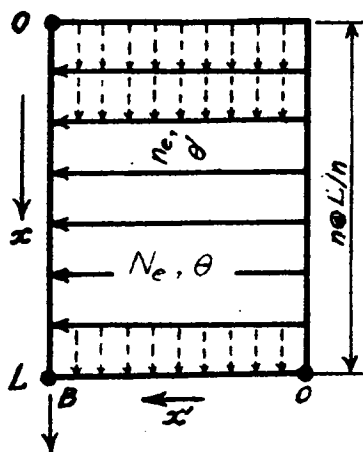


図-4-12 等価排水区域の合成

$$N_e^{3/5} = \left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} \right)^{3/10} \cdot n_e^{3/5} \frac{(L/n)^{3/5}}{B^{3/5}} + \frac{(\sin \theta)^{(3-5Z)/10} \cdot n_M^Z \cdot (iB)^{(5Z-3)/5}}{\kappa_0^{2Z/3} (L/n)^{(1-Z)}} \dots\dots (4-49)$$

が得られる。小単位排水区域の n_e , 支線管きよの n_M , κ_0 , Z を与えることにより新たに大きくとつた等価排水区域の N_e は (4-49) 式によつて計算することができ
るわけである。さらに等価排水区域を大きくしようとすれば図-4-12の排水区域を
1単位としてこれと同等のものをいくつか集合し、いま求めた N_e を (4-49) 式の n_e
に、図-4-12の長さ L の管きよの n_M を (4-49) 式の n_M として用いるという
ように順次拡大解釈してゆけばよい。(4-49) 式の特性を考察するため、 $\sin \theta$
 $\cong \sin \theta'$ とし、また図-4-7から、 Z がほぼ 0.7 となるので $(3-5Z)/5$ ある
いは $(3-5Z)/10 \cong 0$ と近似し、また $nB/LB = n/L$ が単位排水面積あたりの管
きよの線密度を示すから、これを l_d とかくと (4-49) 式は

$$N_e^{3/5} = \left(\frac{n_e}{B l_d} \right)^{3/5} + \frac{n_M^Z l_d^{(1-Z)}}{\kappa_0^{2Z/3}} \dots\dots\dots (4-49)'$$

となる。まず (4-49)' 式右辺第1項の $B l_d$ は、いま注目している管きよの延長 L
に対する等価排水区域内にある次位の支線きよの総延長 nB の比である。もし $B l_d >$
1であれば、等価排水区域の合成の都度第1項は小さくなつてゆき、逆に $B l_d < 1$ であ
ればこれが大きくなる。(4-49)' 式の右辺第2項は l_d 自身が $1/m$ の単位をもち絶
対値は決して大きくないので N_e に対する影響はさして大きくない。しかし市街地の下水
管きよにおけるごとく、 $B l_d > 1$ と考えられる場合には最終的に合成された大きな等価排
水区域の N_e はほとんど右辺第2項のみによつて定まるものと考えられ、一般にきわめて小
さな値となろう。逆に市外の未開発地域のごとくごくわずかの小排水路を有するにすぎ
ないような場合には、 $B l_d < 1$ と考えられ、 N_e は第1項によつてのみ支配されてきわめ
て大きな値をとるものと思われる。

実際にはこのような計算によつて N_e を求めることはかなり面倒であり、また得られた結
果がただちに完全に信頼できるものとはいいがたく、降雨と流出量の実測値を累積するこ

とによつて、その他の種々の未知要素を n_e あるいは N_e に統一包含して問題を論じた方が現段階における良策ではないかと考えられる。

7.7 総 括

本章においては下水道における最も重要にしてかつ最大の集排水現象である下水道管きよによる雨水の排出の問題に関し、水理学的な面から基礎的な考察を行なつた。

元来、市街地および河川上流山地における場合とも、雨水の流出現象は水工学分野の中でも最も複雑な課題の1つであり、従つて現在においてもなお未解決の問題が多く残されているようである。特に下水道管きよの雨水流出量算定法を検討すると、水理学的な考慮があまり払われておらず、いわゆる実用第一を旨とした公式がもつぱら使用されてきている。しかも極端な場合には、単純な経済上の理由から公式を取捨する傾向すら散見され、下水道施設の普及を合理的に推進すべきわが国の現状から考えて大きな疑問をいだかざるを得ない。こうした観点から著者は、まずその最も基礎的な研究方向として下水道管きよの集配水設計を水理学的に合理化することを検討したわけである。すなわち下水道管きよあるいは市街地における雨水の排水路が巨視的にみて横から流入のある開水路不定流である点に注目し、特性曲線による近似計算法を適用するために種々の実用化をはかるとともに、この方法によつて雨水量算定公式の水理学的な意味づけを行なつたのである。以下本章に述べた要点をとりまとめておく。

まず、現在慣用されている雨水量算定公式の代表的なものとして、実験公式および合理公式について批判検討を行ない、これらの公式の水理学的意義を深く考慮することなく、単に得られた結果のみをもつて公式の妥当性を主張しようとした従来の傾向を指摘し、雨水の流集時間を合理的に決定することさえできれば、むしろ合理公式によつてのみ正確な算定を行ないうるものであることを述べた。現行の合理公式を特性曲線法によつて説明を加え、その結果特性曲線の到達速度を管きよ内流速 U に等しくとつていること、あるいはその U が一定値とされているために不定流の運動方程式が全く考慮されていないことを明らかにし、その結果雨水の流集時間に等しい降雨の継続時間をとることが、設計計算の能率化を目的とした1つの方便であつて、必ずしも正しいとはいえなくなることを示唆した。

下水管きよの断面を決定する場合、管路の輸送容量特性を参照すれば、開水路と考慮して設計を行なうことができる。そこで第2章にその大要を示した横から流入のある場合の

特性曲線法を任意断面水路に対して拡張し、勾配が比較的急な場合を対象として、一様断面水路の特性曲線の近似計算式(4-13), (4-14), (4-15)式および横からの流入量を考慮して断面積と流量と流速の関係を求める(4-17)式を得た。

次にこの計算法を実際の管きよに適用するための具体的問題を種々考究したが、最も都合のよいことには、かなりの豪雨時においても排水区域から管きよへ流入する流量はさほど大きくなく、従つて流れの抵抗法則に限つて流入量の影響を省略した一般等流の式を用いてもよいことがわかつた。本章においてはこれに対し Manning の抵抗法則を用いた。またこの結果、特性曲線の計算がきわめて簡単化され、特にある分割管きよ区間の上流端からの流入流量がない場合その点から出発する標準特性曲線は $A=q$, $Q=qx$ および上述の $Q \sim A$ の関係式を用いて、特性曲線上の任意の位置 (x, i) を独立に決定できることを示した。ついで管きよ下流端における時間流量曲線を求める方法を述べたが、上流端の境界条件あるいは管きよ内の初期条件に相当する位置を標準特性曲線上に求めることが可能であるので、種々の流入量 q の値に対する標準特性曲線のみを用意しておけばよい。図-4-5 および図-4-6 によつて、その計算順序を詳細に説明しておいた。

排水区域に降つた雨量から管きよへの流入量を合理的に評価するため、著者は等価粗度係数なる仮想的な要素を導入した。等価矩形排水区域によつて実際の排水区域を置換する方法を提案し、その排水区域上においても、管きよにおける関係を2次元化して計算を実用化することをはかつた。

以上のようにしても、実際の排水区域には強弱多様の降雨があり、それに伴つて管きよへの流入量も大小さまざまなに変化するものであるから、きわめて多くの q について標準特性曲線を用意しておかねばならない。しかしながら一般の下水管きよの断面形従つて断面横流量曲線が指数関係によつて支配されることに着目して、標準特性曲線に対数図式化することを考案し、特性曲線を描くことが容易になつたのみならず、実際には数種の q の値についてだけあらわしておけば実用上何ら不便を生じないようにすることができた。なおこの際流出量の算定はある分割管きよ下流端においてのみ行なえば十分であることから、特性曲線の x 軸を Q 軸で置換し、かわりに x の値をパラメーターとした標準特性流量曲線を使用すべきである。

以上の方法は流出の根源となる降雨から出発して逐次下流に向つて流れを追跡してゆく方法であつて、まず管きよ系統の配置、断面、勾配などを仮定し、種々の降雨条件に対し

て各点の最大流出量を求め、それによつてふたたび管きよ断面を決定するという手順を必要とし、いわんや簡単な方式で代表できる性質のものではない。しかし、最上流の排水区域とそれに接続する管きよのみを対象にすれば、その下流端における最大流出量およびその発生時刻を求めることによつて、合理法で採用されている種々の要素の水理学的意義を明らかにし、あるいは現在の考え方を是正すべき指針を与えることができた。

まず管きよ下流端に最大流出量を与えるような降雨は、一応管きよへの流入時間および管きよ内における流下時間の和を継続時間とするような強度をとればよいが、これらの時間の意味するものは、標準特性曲線が等価排水区域の下流端に到達するに要する時間および同じく標準特性曲線が管きよ内を下流端まで到達するに要する時間の最小値であり、特に流入時間は排水区域幅 B とその等価粗度係数 n_e によつて支配される。

次に排水区域内においていわゆる遅滞が生じている場合の管きよ下流端の最大流出量を解析し、その値が n_e に逆比例して低減することを明らかにした。このことから逆に、排水区域における雨水の停滞を考慮して定義された流出係数は n_e と同じ意義をもつけれども、排水区域の勾配には無関係に定められており、しかも物理的な取り扱い方にも疑問が残るものである。またこの解析結果を利用することによつて、降雨強度公式の形の如何によつては、上述の流入時間と流下時間の和よりも短い継続時間の強雨によつて、たとえ排水区域内に遅滞を生じていても管きよ下流端最大流出量が多くなりうることを理論的に示した。これは従来の考え方における1つの盲点であつて今後大いに注意を要する点であろう。

最後に等価粗度係数の特性を排水区域幅および管きよ配置密度と関連して説明し、側溝あるいは下水管きよの十分設備された市街地では、 n_e がきわめて小さくなるが、未開発地域では逆に大きくなることを推定した。

本章で述べた方法を直接実際下水道管きよ系における流出量と比較し、また排水区域の等価粗度係数などを論ずるには至っていないが、同様の方法によつて河川上流部の出水解析に適用した結果²²⁾では、等価粗度係数によつて流出機構をよく説明できることを確認している。

市街地排水区域においても、等価粗度係数の具体的な決定方法とか、あるいは逆に合理的な管きよ系統の配置と等価粗度係数の関係といった問題もあるうえ、本章の方法によつて得られた各管きよの断面、勾配などが、たとえ降雨の確率要素を一定にして取り扱つたとしても、はたして最適あるいは最も経済的かどうかということは別問題である。従

つて降雨の確率をも考慮して総合的な計画を最も妥当ならしめるには、きわめて多くの手順を要することが明らかである。これらの問題を簡易かつ合理的に解明するための方法を確立することは、今後に残された重要課題であるといえよう。

第 8 章 低地区の浸水現象と排水設備の経済的設計

8.1 概 説

近時、下水道の必要性が広く認識されるようになり、その普及も漸く速度をはやめてきた。しかしながら近代的下水道の具備すべき要件として、雨水および都市下水の完全な排出とその無害化を目的とすれば、十分な管きよ系統の整備と、高率な下水処理施設の完備を要求されるのは当然である。従つて一般にはこれらの設備の設計理論の基礎をなすものは、水理学および水質学あるいは水処理学であるが、下水道事業は本質的に採算性に乏しく、このような点からもし経済的な考慮を怠れば、今後の下水道普及速度の向上が危ぶまれるものと考えなければならない。最近におけるこうした意味での一つの進歩は、第 7 章においても若干ふれたように、雨水管きよの設計にあつて計画降雨強度に降雨生起の確率要素を導入し、^{11), 12), 13)} 都市の実状に応じて計画規模を変化させることができるようになったことで、弾力的な方策策定がある程度可能となつた。しかしこの降雨確率年数を合理的に決定するための基準ははなはだあいまいであつて、わが国従来下水道計画における最大降雨強度は、ほぼ 5 ～ 10 年に 1 回程度の強雨を単なる目安として採用してきたが、建設工事費に至大の影響があるという理由によつて、今後の計画では 3 年に 1 回程度のものを標準にしようとしている。このようなあいまいな方策は、降雨の統計的な取り扱い方法が精密化するほど、かえつて設計結果に疑問をいだかざるをえないといった矛盾すら感じられるものである。しかし一方ではいまだに既往最大の降雨強度によつて計画を行ない、単にその確率年数を検討したにすぎない例も散見できる。このような事実は、管きよ建設費を安価ならしめるためにのみ分疏式下水道を採用するという考え方と全くその軌を一にするものである。すでに上水道の分野においては、送配水管路などの合理的設計の問題について、経済的な要素を加味する方法がかなり研究されてきているのに比較して、下水道においてはこの種の研究があまりにも遅れているものといつてよい。その一つの原因は、第 7 章においても述べたように基礎となる水理現象がかなり複雑であるうえ時間的に不定であり、総合的な手法を確立することがきわめて困難であると考えられるからであろう。これに対しては新たに計画学的な体系を確立して集中的かつ早急に解決すべきであると考ええる。

しかしながら、現段階においては、下水道計画に関連した諸種の現象をある程度分離す

ることによつて、設計合理化上の基礎的な知識を把握しておくことが最も重要ではないかと考えられる。たとえば下水道排水区域を巨視的に取扱う広域下水道の問題などはその1例である。本章においてもこうした観点にたつて低排水区域においてしばしば問題となる雨水による浸水現象を対象とし、その水理機構について若干の考察を加えるとともに、経済効果を考慮したポンプ排水設備の合理的設計を論ずることにした。

まず低排水区域のもつ水理学的な意義を明らかにすることによつて、それに関連すべき問題点をとらえ、広義の集配水設計の立場から対策を樹立すべきであることを述べる。

雨水の排出方式として、ポンプ排水を併用する場合を対象にして提案された板倉博士の滞流式雨水量算定公式¹⁵⁾は、一般の管きよ断面設計に対しても現在広く用いられつつあるが、著者は、第3章において提案した流出入管路の水理計算法を用いても、豪雨時における排水区域内の浸水ならびに管きよ内の流れを取り扱ひうることを示す。

次に低地区排水設備の経済的設計に関し、考慮すべき種々の条件を具体的に説明し、今後特に浸水によつて生ずる被害あるいは損失経費を適確に把握するようにつとめなければ、最適な計画規模の決定ないしは排水設備の合理的な運転を行なうことができないことを強調する。

最後にこのような問題の身近な1例として、京都市西南部の雨水排水路である西高瀬川下流部の浸水防止策を検討した結果について述べ、ポンプ排水計画の基準を求めようとしたものである。

8.2 低地区の浸水機構

一般に低排水区域においては地表面の勾配がゆるやかであり、管きよの敷設勾配ないしは側溝、排水路などの勾配も大きいくとすることはできない。第7章(4-19)式あるいは(4-27)式によつても明らかのように、勾配がゆるやかであるということは、管路の粗度係数あるいは排水区域の等価粗度係数が大きいことと水理学的に等価であり、雨水を遅滞なく排出するためには、排水区域内の支線きよの数も増し、幹線きよの断面も大きくしなければならない。実は非常に慎重な検討を要することではあるけれども、全排水区域内の管きよ系統は、高地区から低地区へ向つて雨水が自然流下することを前提として計画敷設されるのが常であるので、低地区は一般にきわめて大きな流量負荷をうけていることになり、自己の排水区域内における流出の渋滞によつていわゆる水吐けの悪い状態となつていづばかりか、ひとたび設計を誤れば、上流区域からの流出水によつても低地区の浸水が

助長されることになる。ここでは、緩勾配区間をも含めて一般に低排水区域であると考え
ると、該地区下流側の疎通能力が十分である場合には、低地区の管きよ断面あるいは排水
路の断面さえ大きくしておけば、一応排水目的は達せられるであろうが、もしも附近に比
較して最低地区であるならば、何らかの機械的排水設備を設置しなくてはならないはずで
ある。たとえ雨水の完全排出をとりあげた場合においても、計画降雨をどうとるかによつ
て、おのずから排水設備の経済規模が左右されることになり、またこのような考え方は、
緩勾配区間ないしは比較的急勾配区間においても、むしろ管きよ断面を縮小して、ポンプ
引水を行なうことが得策にならないか、あるいはそれも行なわずにある意味での浸水を若
干は許容すべきでないかといった事項も当然検討されてしかるべきであろう。低地区に浸
水現象を生ずる原因としては、以上のほかに下流側接続区間の水位高増あるいは放流先河
川の出水による背水の影響をうけたいわゆる内水によるものもあるが、根本の水利機構に
は大きな差異はない。これら浸水の原因を取り除き、あるいはまた浸水を軽減するための
合理的な施策を行なうためには、まず浸水の水利学的機構を明確にし、浸水の規模を適確
に把握することが肝要であるし、かつ最高の効率で排水設備を運転するためには、低地に
浸水した水がふたたび流下してくる現象を水利学的に明らかにしておかねばならない。下
流側の背水による溯上水あるいは上流側からの流下水が低排水区域へ浸水してゆくことは
管きよあるいは水路からの逆流出であり、またこれが減水してゆく過程は流入を伴なつた
流れを取り扱うことになるから、広義の集配水現象と考えられ、これが実は下水道計画の
重要な部分を占めているのである。

しかしながら、このような低地区浸水現象を水利学的に解明することは、きわめて困難
な課題であつて、本論文でとりあげた他の集配水設計上の諸問題のいずれにもまして複雑
な要素を多く含んでいる。基礎方程式のみについて考えても、常に横からの流出あるいは
流入を伴なつた不定流であるばかりでなく、その流出量あるいは流入量自身が浸水位と密
接な関係にあり、いわゆる流出入量を規制する第三の方程式の束縛をもうけている。しか
も実際問題について考えてみても、豪雨時における地下あるいは広範な区域内の浸水量を
時々刻々実測測定することは至難の業である。改善の策はやはり、できるだけ水利学的に
意義のある計算方法を樹立しておくことであり、それによつて、実際問題を対象とする場
合、取捨すべき要因を明示できるようにつとめることが必要であろう。

従来からもこの種の問題に対する基礎的な研究はほとんど行なわれていないようであり、
常に個々の具体的な排水計画、ないしは調査報告²⁰⁾といった程度のものが散見されるにすぎ

ない。これらのうちで下水道設計技術者が大いに参考にしうるのは、滞流式雨水量算定式に関する板倉博士の研究¹⁵⁾であろう。

板倉博士は雨水をポンプによつて排水する場合、ポンプの能力を低下させることにより人為的に最大流出量を圧縮できることに着目し、それが、下水管きよ内の貯留容量によるものであることを見出した。すなわち慣行の合理公式によつて管きよが設計されているものとする、ある分割管きよ区間に対し、〔流入時間〕+〔流下時間〕=〔流集時間〕=〔降雨継続時間〕とすれば、管きよ各点に対する計画降雨の継続時間 T は、上流端からの

流入はないものとしかつ流下速度 U を一定とすれば、図-4-13(a)のようにならう。これに対する計画降雨強度は同図(b)のようになるはずである。管きよ各点に生ずる最大流出量を、 $Q_{max} = C i F$ として求めると、排水区域面積が流下につれて増大するから管きよにそつた Q_{max} およびそれによつて設計した管きよ断面積 A_{max} の変化は同図(c)および(d)の実線のようになる。しかるにこれらの Q_{max} あるいは A_{max} は同一時刻に発生するのではなく、下流端において $Q_{L,max}$ の生じているときには、排水区域に一樣に図-4-13の継続時間 T_L なる降雨 i_L が降っているものと考えてよいから、その時刻における管きよ内流量および流水の占める断面積の分布は同図(c)および(d)の破線のごとく直線的に変化する。

この $(A_{max}-A)$ が単位長さあたりの貯留容量であるとして、板倉博士

は全貯留容量 V_s をTalbot型の降雨強度公式 $i=a_1/(T+a_2)$ を用いて次のようにあらわした。

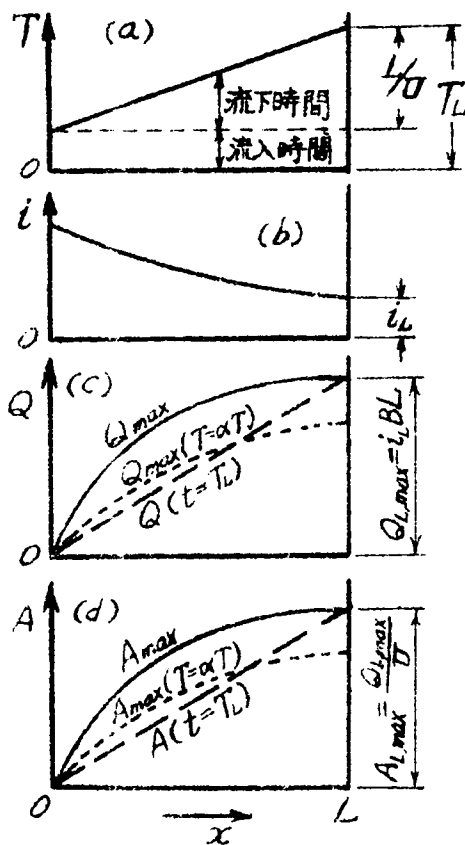


図-4-13

管きよ内の貯留容量

$$V_s = \frac{C a_1 F_L}{T_L} \int_0^{T_L} \left(\frac{t}{t+a_2} - \frac{t}{T_L+a_2} \right) dt$$

$$= C a_1 F_L \left\{ 1 - \frac{a_2}{T_L} \log \frac{T_L+a_2}{a_2} - \frac{T_L}{2(T_L+a_2)} \right\} \dots\dots\dots (4-50)$$

ただしCは流出係数、 F_L はこの場合総排水面積を示し、 $F = F_L t / T_L$ と仮定してあり、図-4-13(d)におけるTの中に含まれる流入時間は結果的には省略されている。下流端に設けた雨水ポンプによって、最大流出量の圧縮をはかる際、板倉博士は図-4-14のように継続時間が T_L の降雨によって生ずる $Q_{L, \max}$ が $m Q_{L, \max}$ に低下されるものとし、 $m Q_{L, \max}$

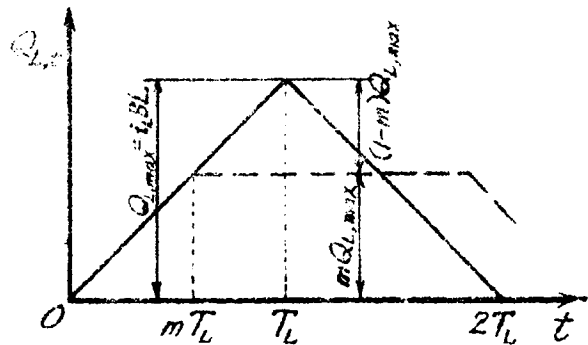


図-4-14

排水ポンプによる最大流出量の圧縮

を越える流量に関する流出容量が(4-50)式の V_s に相当するものとして、

$$m = 1 - \sqrt{\frac{T_L+a_2}{T_L} \left\{ 1 - \frac{a_2}{T_L} \log \frac{T_L+a_2}{a_2} - \frac{T_L}{2(T_L+a_2)} \right\}} \dots\dots\dots (4-51)$$

なる関係式を導いた。(4-50)式の V_s は、下流端において遅滞なく流出したとするとき最大流出量が生ずる瞬間の距離的にみた管内余裕容積であり、これを図-4-14のごとき時間的に加算した流出容量に対応させた点が問題ではあるが、 V_s はいわば、継続時間が T_L なる降雨中における時間的には最小の貯留容量であるから、図-4-14に斜線を施した部分を貯留するには十分であると考えられ、実際には(4-51)式の値より以下に m を小さくすることが可能であろうと思われる。いずれにしてもこの方法によって緩勾配区域下流端に設ける排水ポンプ容量を決定すれば、排水区域内に浸水を起さないという条件のもとで、比較的合理的かつ経済的な計画を実施できるものと思われる。

板倉博士はこのような管きよ内貯溜という考え方をさらに拡張して、ポンプ排水によらない通常管きよの設計にも用いようとし、あらかじめ滯溜係数 $\alpha (>1)$ を考え、降雨継続時間を各点とも T から αT に延長して i を小さくするようにした。その結果 Q_{max} および A_{max} を図-4-13(c),(d)の点線のごとく低下させることができるものとした。そして継続時間 T_L の降雨による最大流出量 $Q_{L, max}$ の現出時を考え、そのとき全管きよ内での貯溜容量が代数的に0になるものとして(4-50)式と同様にして、

$$V_s = 0 = \frac{C a_1 F_L}{T_L} \int_0^{\alpha T_L} \left(\frac{t}{\alpha t + a_2} - \frac{t}{T_L + a_2} \right) dt \dots (4-52)$$

とおき、これから α を求める式として

$$\alpha^2 - \frac{a_2}{T_L} \log \frac{\alpha^2 T_L + a_2}{a_2} - \frac{\alpha^4 F_L}{2 (T_L + a_2)} \dots (4-53)$$

を提案した。このような α を用いて合理法を適用すれば、従来の合理公式で過大な雨量量を与えるようなことがなくなり好都合であるといわれ、一般にも用いられるようになっていく。この方法については、むしろ第7章において述べるべきであつたかもしれないが、理論的に容認できる限度は(4-51)式によつて排水ポンプの容量を決定するところまでであると考えたからである。すなわち(4-51)式と(4-53)式とは本質的にその意義を異にしており、仮に αT で設計した管きよ下流端にポンプを設けて計画通りの運転を行なつても、排水区域に浸水を起すことなく雨水を排出しうるかどうか疑問となる。

それは、実際に起る継続時間 T_r の降雨を考えると、 $x=L$ においては $t=T_L$ 以前において満管となり、 $\left\{ t/(\alpha t + a_2) - t/(T_L + a_2) \right\}$ の値も下流側では負となるわけである。このようなときには当然流れの機構が変化し、その後下流端から流入しようとする雨水は、必ずしも自由に流入することは可能であるとは限らない。すなわち、(4-51)式の場合よりもさらに複雑な時間的変化をもつ現象を単に1時点における距離的な考慮のみにもとづいて代数的あるいは幾何的に処理しようとした点が不合理である。しかも(4-52)式の原型が

$$\int_0^L (Q_{max} - Q) dx/U \quad \text{であることを考慮すれば、積分の上限値にも誤りがあるものと思われる。}$$

流入した水が所要の位置にただちにゆきわたるという考え方自体に

無理があり、このような現象を厳密に解析するには運動方程式の右項を省略しないで取り扱うことが必要である。その意味で、比較的簡易かつ合理的に扱う1方法として著者が第7章において提案した等価粗度係数法を管きよ内にも適用し、貯溜効果の大きい管きよ上流部では等価粗度係数を比例的に高めておき、その状態で降雨の継続時間を決定すれば、上流部に重みをもたせて $\alpha > 1$ の効果をもたらすことができるはずである。しかる後、この継続時間より短い T に対する計画降雨によつて、下流端における遅滞を伴つた流出現象を論ずるべきであろう。

以上記述が若干本章における主題からそれたけれども、板倉博士がとりあげた排水区域あるいは管きよ内における滞流という現象は、いわば著者のいうところの浸水と同種の現象であつて、その規模は若干異なるけれども、それらを開始する水理学的な機構は同様であろう。

低地区浸水現象に関連した実際問題を水理学的にみた場合には、次のようなる3つの場合が考えられる。

(i) 計画降雨の確率は変化しないが、降雨のある継続時間について設計を行なつた後、他の継続時間の降雨によつて最大流出量の変化ないしは浸水現象が起つたりはしないかという場合、

(ii) 降雨が計画した確率を超過した、すなわち継続時間は同一であるが降雨強度が高くなり、ちょうど(4-53)式によつて管きよ断面を縮小した場合と反対の現象を生じたとき、単に管内に滞流するだけで排水を完了するか、あるいは満管となつた部分から溢水を発生するかどうかという問題、および

(iii) (ii)の場合に対しポンプ排水を併用する場合である。(i)の場合に対しては第7章においても若干の考察を行なつたので、ここでは(ii)および(iii)の場合に対応し、いずれも管きよが満流状態を呈する場合を対象にして基礎的な取り扱い方法を示しておくにとどめたい。

管きよに対し、雨水の流入のみならず、逆に管きよからの溢水も生ずるものとすれば、このような流れは、当然横から流出入のある管流を取り扱うことになる。それらに対する基礎方程式および一様管路の定常流に対する解法は、第Ⅱ編第3章においてすでに明らかにしたとおりである。この場合にも、いずれ計算はある程度管きよを細かく分割して行なう必要があるので一様管路を考えると、連続方程式および運動方程式はそれぞれ第3章の(2-31)式および(2-33)式から

$$A \frac{\partial U}{\partial x} = q', \quad \dots\dots\dots (4-54)$$

$$\alpha_m U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} gY + \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\tau_0}{\rho R} + \frac{\alpha_m U q'}{A} = 0 \quad \dots\dots\dots (4-55)$$

となる。ここに各記号はすべて前同様であつて A は管きよの全断面積、 U は平均流速、 α_m は運動量の補正係数、 R は管きよの径深、 τ_0 は管壁摩擦応力、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 x は流下方向の距離、 t は時間を示す。また Y は管きよ内外の水頭差であつて、管きよ軸のある基準線からの高さを z 、管軸圧力を p とし、管きよ外における流出あるいは流入水のもつ水頭を基準線上 H であるとする、(2-49) 式と同じく、

$$Y = \frac{p}{\rho g} + z - H \quad \dots\dots\dots (4-56)$$

である。従つて (4-54) および (4-55) 式において、一般に流出および流入を一括してあらわした単位距離あたりの q' は Y を用いて

$$-q' | q' | = 2gc^2 \frac{a^2}{S^2} Y \quad \dots\dots\dots (4-57)$$

とあらわすことができる。 a は管きよに対する取付管の口径、 S はその平均的な間隔、 c は流出あるいは流入に伴う取付管内の摩擦をも含めた流量係数で厳密には Y あるいは q' によつても変化する。また (4-57) 式においては取付管内における流出入水の運動の慣性の影響を省略してある。上述の (4-54)、(4-55) および (4-57) の基礎方程式においては U 、 Y 、 q' とも x および t の函数となることは当然である。

さらに浸水の問題を取り扱うためには、第3章で論じたように (4-56) 式中の H を一定とすることも不可能であり、排水区域内の管きよ直上における水位に相当する H と降雨量 i および q' との間には、管きよの長さ L の部分を考へて、

$$F(H) \frac{\partial H}{\partial t} = \int_0^L (q - q') dx \quad \dots\dots\dots (4-58)$$

なる関係が成立するはずである。 $F(H)$ は長さ L の区間の浸水面積をあらわしこれが H によつて変化することを意味している。また (4-58) 式右辺の q は L の区間に対する幅 B の排水区域における有効降雨 i により、第7章で述べたような方法で求められる管きよ地点への到達水量であり、道路面のみを考へるような場合には $q \cong iB$ としてよいが、実際には上流側区間で何らかの原因によつて溢れた雨水がさらに q に加わることも考へら

れる。

浸水の現象を解析するためには、排水区域をあらかじめ適当に管きよの長さ L の部分に分割しておき、さらに適当な時間間隔ごとに区切つて境界条件、初期条件によつて数値積分を行なつてゆかねばならない。境界条件にもいろいろの場合が考えられる。管きよ断面に余裕のある部分流の状態から満流となつて、滞流あるいは浸水現象を開始するのは、板倉博士の解析例でもわかるように、一般に下流側区間からである。長時間強雨が連続したとき、管径の差異、降雨強度の地域的分布などによつて、流れが満管かつ定常となる時刻は上流部、下流部で若干の遅速があつても、同口径管きよの各局部に注目すればすべてまず下流側において満管となる。それは定常状態では流量 Q は常に $Q = Q_0 + q'x = Q_0 + qx$ (Q_0 はその区間の上流端流量) となつていることから明らかである。この影響が漸次上流側に波及してゆくわけであるが、降雨強度の距離的分布、排水区域の形状の不規則性、マンホールの介在、分合流点の複雑な現象、あるいは分流堰などの影響によつて必ずしも下流側条件に支配されるとは限らないが、なるべく大きな排水区域全体に対するできるだけ明瞭な最下流端条件を把握しておき、これによつて境界条件を定め、途中の種々の条件はなるべく簡易化して、排水区域全体としての浸水機構を求めるようにしないと、複雑な場合すなわち実際現象であるとはいひ難い。このような境界条件としては、直接河川に放流する場合には管きよ下流端水頭と河川水位の函数として最下流端流量を与えとか、また処理場などへ接続する場合にはそこに設けられる支配構造物の水利特性を下流端水頭と流量の關係に導入することである。最も簡単な場合はあらかじめポンプ排水容量を一定としておくときで、下流端流量も一定とすればよいが、もし浸水状況に応じてこれをできるだけ少なくするようなポンプ運転をする場合などはまたきわめて複雑となろう。

以上に述べたごとく一般的な浸水の挙動を明らかにするのは到底容易でないので、ここでは基礎式を変形して数値計算を行ない易い図表を作製し、それによつて若干の考察を行なつてみることにした。このような目的に対しては第3章で述べた管路を分割して考える比損失水頭法をふたたび応用することができる。

摩擦抵抗係数を λ として $\tau_w/\rho R = \lambda U^2/2R$ とあらわし、運動方程式 (4-55) を変形すると、

$$\alpha_m U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} gY + \frac{Uq'}{A} \frac{\partial U}{\partial t} \frac{A}{Uq'} + \frac{Uq'}{A} \frac{\lambda Q}{2Rq'} + \alpha_m \frac{Uq'}{A} = 0 \dots\dots$$

$$\dots\dots\dots (4-59)$$

となる。そこで第3章の流出管路に対する(2-123)式あるいは流入管路に対する(2-143)式と全く同様にして A/Uq' あるいは Q/q' を近似的に平均値であらわすものとし、いま考えている区間の下流端流速を U_L 、上流端のそれを U_0 とすると一般に

$$\alpha_m U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \delta Y + \frac{U q'}{A} \frac{\partial U}{\partial t} \frac{2L}{U_L^2} \frac{1}{1 - (U_0/U_L)^2} + \frac{U q'}{A} \frac{\lambda L}{4R} \frac{1 + U_0/U_L}{1 - U_0/U_L} + \alpha_m \frac{U q'}{A} = 0 \quad \dots\dots\dots (4-60)$$

となる。(4-60)式に連続方程式(4-54)を代入すると、 $q'/A = \partial U / \partial x$ であるから

$$\left(\alpha_m + \frac{\partial U}{\partial t} \frac{L}{U_L^2} \frac{1}{1 - (U_0/U_L)^2} + \frac{\lambda L}{8R} \frac{1 + U_0/U_L}{1 - U_0/U_L} \right) \frac{\partial}{\partial x} \frac{U^2}{2} + \frac{\partial Y}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4-61)$$

が得られる。(4-61)式において $\partial U / \partial t$ も $x=0 \sim L$ にそつてのある平均的な値であらわしたものとすると、この式もやはり摩擦のない一様管路に対する基礎式と全く同型となる。そこで流入($q' > 0$)の場合に対しては、第3章(2-144)式の α_{mi} を修正して、

$$\alpha_{mi} = \alpha_m + \frac{\partial U}{\partial t} \frac{L}{U_L^2} \frac{1}{1 - (U_0/U_L)^2} + \frac{\lambda L}{8R} \frac{1 + U_0/U_L}{1 - U_0/U_L}, \quad \dots\dots\dots (4-62)$$

また流出($q' < 0$)の場合に対しては U_L/U_0 を用いて(2-124)式と同様に、

$$\alpha_{mo} = \alpha_m - \frac{\partial U}{\partial t} \frac{L}{U_L^2} \frac{(U_L/U_0)^2}{1 - (U_L/U_0)^2} - \frac{\lambda L}{8R} \frac{1 + U_L/U_0}{1 - U_L/U_0} \quad \dots\dots\dots (4-63)$$

とあらわすと、(4-54)、(4-57)および(4-61)式を解くことは、各分割管きよ区間に対して種々の U_L/U_0 あるいは U_0/U_L に対して、上下流端の比損失水頭 K_0 または K_L を求めておき、分割管きよの接続点ごとに比損失水頭の連続条件式をたて、逐次 U_L/U_0 あるいは U_0/U_L の分布、従つて U 、 Q を求めてゆくことになる。 α_{mi} あるいは α_{mo} の正負によつてそれぞれ K_0 、 K_L などの計算式は異なるが、 α_{mi} が正の場合および α_{mo} が正、負の場合はすでに第3章において求めた結果を直接利用でき、 $\alpha_{mi} < 0$ の場合も全く同様な方法で計算を行なうことができる。すなわち、流入する場合で $\alpha_{mi} > 0$ のとき、(2-145)および(2-149)式によつて、

$$\left. \begin{aligned} K_L &= \frac{Y_L}{\alpha_m U_L^2 / 2g} = - \frac{2 \{ \cosh (\sqrt{2 \alpha_{mit}} \beta) - U_0 / U_L \} \cdot \frac{\alpha_{mit}}{\alpha_m}}{\sinh^2 \{ \sqrt{2 \alpha_{mit}} \beta \}}, \\ K_0' &= \frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \frac{K_L + 2 (\alpha_{mit} / \alpha_m) \{ 1 - (U_0 / U_L)^2 \}}{(U_0 / U_L)^2}, \end{aligned} \right\} \dots (4-64)$$

同様にして $\alpha_{mit} < 0$ のとき

$$K_L = \frac{2 \{ \cos (\sqrt{-2 \alpha_{mit}} \beta) - U_0 / U_L \}^2}{\sin^2 (\sqrt{-2 \alpha_{mit}} \beta)} \cdot \frac{\alpha_{mit}}{\alpha_m}, \dots (4-65)$$

となり K_0' は (4-64) 式と同じ式を用いて求められる。次に流出の場合には, (2-125), (2-129), (2-132) および (2-133) 式によつて, まず $\alpha_{mot} > 0$ のとき,

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= \frac{Y_0}{\alpha_m U_0^2 / 2g} = \frac{2 \{ \cos (\sqrt{2 \alpha_{mot}} \beta) - U_L / U_0 \}^2}{\sin^2 (\sqrt{2 \alpha_{mot}} \beta)} \cdot \frac{\alpha_{mot}}{\alpha_m}, \\ K_L' &= \frac{Y_L}{\alpha_m U_L^2 / 2g} = \frac{K_0 + 2 (\alpha_{mot} / \alpha_m) \{ 1 - (U_L / U_0)^2 \}}{(U_L / U_0)^2}, \end{aligned} \right\} \dots (4-66)$$

となり, $\alpha_{mot} < 0$ の場合には

$$K_0 = \frac{2 \{ \cosh (\sqrt{-2 \alpha_{mot}} \beta) - U_L / U_0 \}^2}{\sinh^2 (\sqrt{-2 \alpha_{mot}} \beta)} \cdot \frac{-\alpha_{mot}}{\alpha_m} \dots (4-67)$$

を用いれば K_L は (4-66) 式と同形である。 $Y_0 = (Y)_x=0$, $Y_L = (Y)_{x=L}$ であり, また β は管きよ長さ L の区間に対する取付管の有効開口比で, 前同様 $\beta = c a L / S A$ である。

図-4-15 および図-4-16 は以上の各式を用いて U_0 / U_L あるいは U_L / U_0 と比損失水頭との関係を描いたものであつて, β , $\lambda L / 2R$ は一定とし, $(\partial U / \partial t) L / U_L^2$ に正負の種々の値を与えてパラメーターとしてある。 K_L , K_0 などの限界点 K_{Lc} , K_{0c} などを生ずることも第3章で述べたとおりである。これらの図を作製するに用いた基礎の値は, $D=500\text{mm}$ の下水管に対して, 口径 $d=100\text{mm}$ の取付管が間隔 $S=10\text{m}$ ごとにあるものとし, このような管きよの長さ L を 25m にとつた。 c の値を近似的に 0.5 とすれば, 図のように $\beta=0.05$ となり, $n_M=0.013\text{m}^{-1/3}$ として $\lambda L / 2R$ を決定し

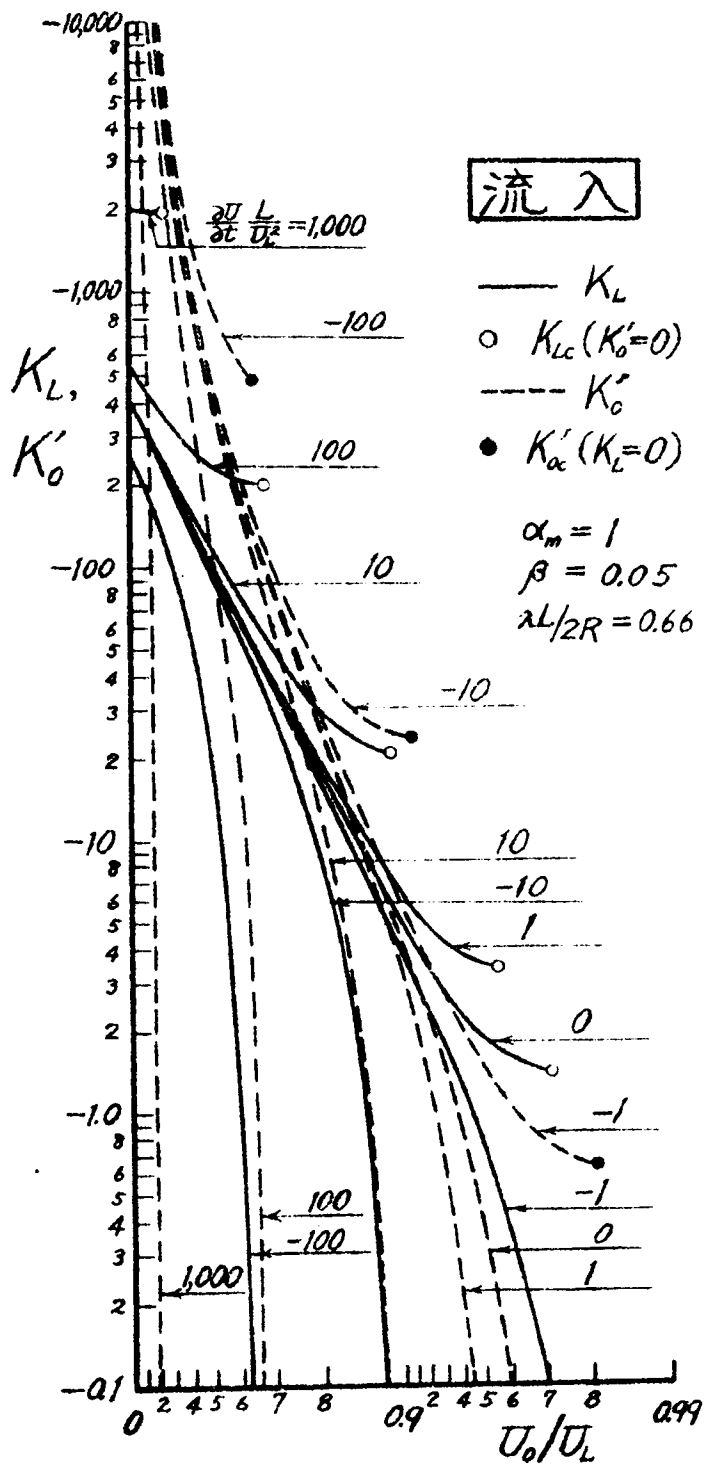


図 - 4 - 15

流入しつつある下水管きよの上下流端流量比と比損失水頭

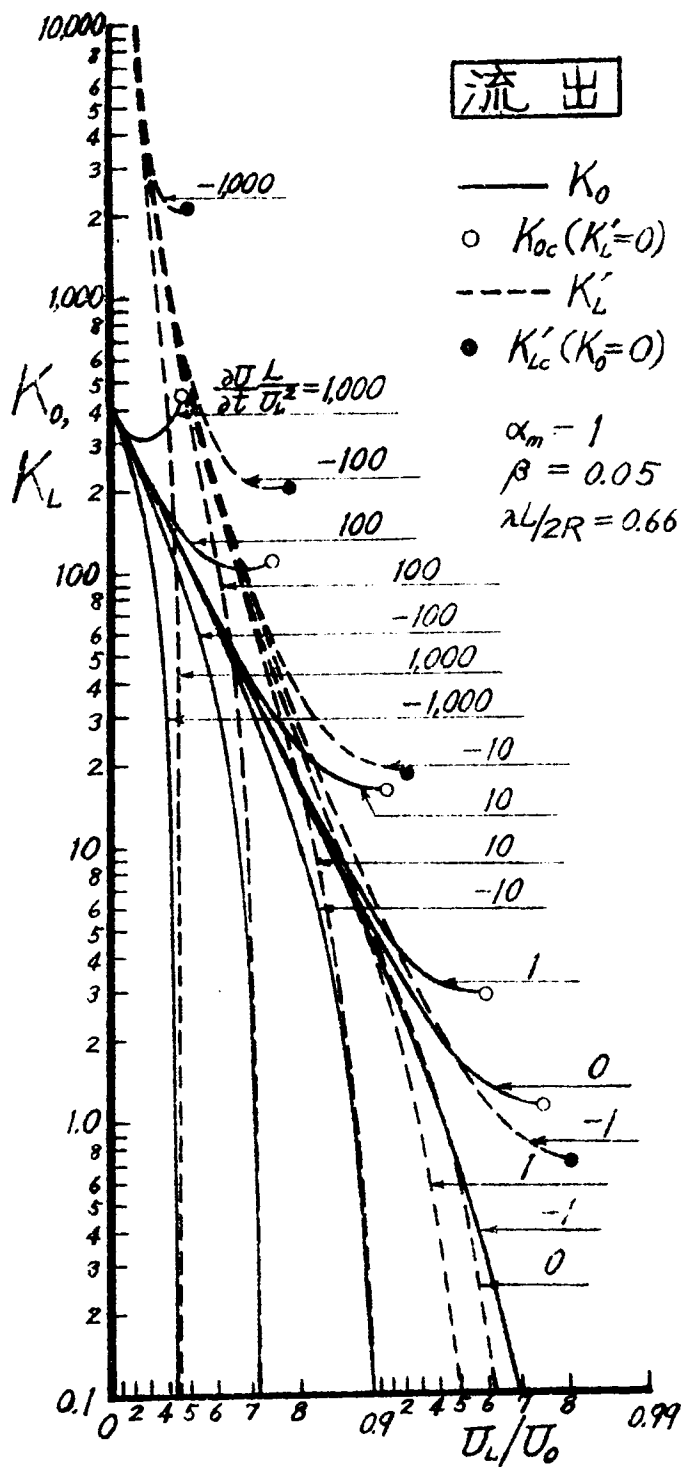


図-4-16

流出しつつある下水管きよの上下流端流量比と比損失水頭

た。 D が変化した場合にも a/A , D/S などの値がさして変化しないものと考えてよく、管きよ区間長 L を D に比例して増減すれば、図-4-15および図-4-16はほとんど全口径に対して使用できるであろう。これらの図を用いて実際に計算を行なうには、まず下流端条件として Q_L , U_L あるいはそれらと $p/\rho g$ との関係および初期条件として $t=0$ における管きよ内の U , Y の分布したがって q' の分布さらに浸水水位 H を与えておき、 $t = \Delta t$ における各区間の $\partial U/\partial t$ を適当に仮定して下流端から逐次比損失水頭および上下流端流量比を求めてゆけば、 U , q' および Y の分布の近似値を得る。この q' , Y は当然(4-57)式を満たすはずであるが、一方(4-58)式は

$$F(H) \frac{\Delta H}{\Delta t} = \int_0^L (q - q')_{t=0 \sim \Delta t} dx$$

とかけるので、浸水水位の増減 H によつて結局(4-56)従つて(4-57)式の関係も満たされなくなる。これらの式がすべて満足されるように $\partial U/\partial t$ を仮定しなおす必要があり、また $\partial U/\partial t$ の第2次近似値の求め方として具体的には種々の方法が考えられるけれども、いずれにしてもきわめて面倒な計算であることに変わりはないようである。この種の問題の解析には、今後電子計算機の利用などの方法が必要であると思われる。

図-4-15および図-4-16から、浸水現象の一般的な特性を考察してみると、およそ次のようなことがいえるはずである。まず $\partial U/\partial t > 0$ の場合には、流入あるいは流出の場合とも一般に K_L と K'_0 あるいは K_0 と K'_L が上下流端流量比のある値で交点をもっていることがわかる。以下においては K_L および K'_L あるいは K_0 および K'_0 をそれぞれ一括して K_L あるいは K_0 とあらわすことにし、 $\partial U/\partial t > 0$ の場合のこれらの変化を模式的に示したのが図-4-17である。流入の場合に対して流速が増加しつづけることは流入量も増加しているものと考えられ、 $|Y|$ も大きくなるので $|K_L|$ あるいは $|K_0|$ の変化は一応不明である。しかし下流端において与えられる $|K_L|$ が図-4-17(a)の交点よりも大きければ管路上流側の $|K_L|$ は逐次この交点の値より大きくなるので常に流入単独にしか生じないとみてよい。しかし、下流端においてポンプ排水するものと考え、もしその排水を増加しつづけるときに $|K_L|$ が図-4-17(a)の交点より小さくなれば上流側に向つて $|K_L|$ は漸次小さくなり、ある位置で $|K_L| = |K_{Lc}|$, $K_0 = 0$ となる。この場合には明らかに流速増加率が $|Y|$ の増加率を上廻っているわけである。 $K_0 = 0$ となれば、次の上流側の $K_L = 0$ であり従つて図-4-17(b)の流出の場

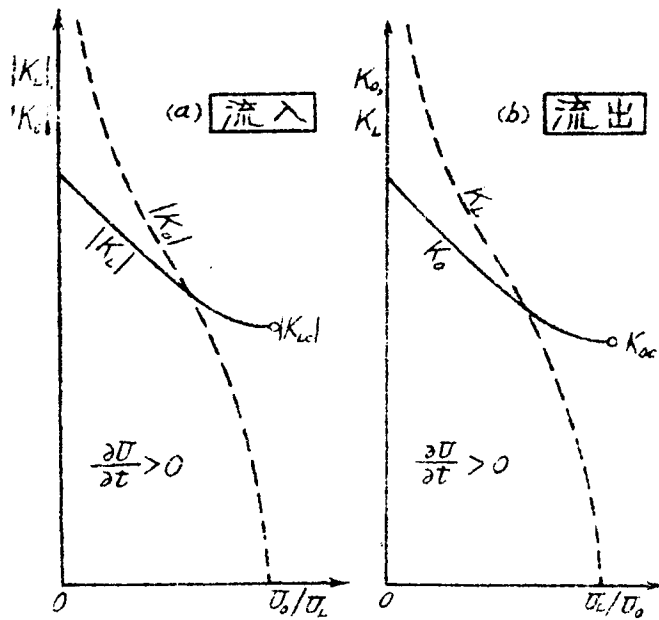


図-4-17

流速が増加しつつあるときの下水管きよの K_L および K_o

合に対応する。ただ $\partial U / \partial t > 0$ であるから上流側の流出している区間では流出量を時間的に減じていることになる。従つて流出から流入に移行する位置は漸次上流側へ移動してゆくわけではあるが、ポンプの運転を急激に増強しても排水区域全般的にみればあまり効果がないことがわかる。 $\partial U / \partial t$ が大きいと $|K_L|$ と $|K_o|$ の交点の位置が高くなるが $|K_{Lc}|$ も大きくなり傾向は同じである。逆に図-4-17(b)について流出の場合を考えると、 K_L を K_L, K_o の交点より大きく与えても小さく与えても、上流側の K_L, K_o は常に交点に近づいてゆくの、 $\partial U / \partial t > 0$ であつても管きよ全体として浸水補給量を減じてゆくだけで、みかけ上部分的にも排水区域の減水は起らない。このように管きよ上流部においても流下してきた雨水が逆に流出することがありうることは注意すべき点で、定常な場合について第3章において考察した特性と同様である。

次に $\partial U / \partial t < 0$ の場合の K_L および K_o は図-4-18のごとく一般に交点をもたない。まず流入の場合において $\partial U / \partial t < 0$ という事は浸水が減水してゆく終末の過程であると考えられるが、図-4-18(a)において下流端の $|K_L|$ を如何に与えても上流側の

$|K_L|$ 、 $|K_0|$ は漸次大きくなつてゆき常に流入状態を示すことになる。逆に管きよから流出しているようなとき、流出量を増加して $\partial U/\partial t < 0$ とすること——たとえば下流端の排水ポンプが急に故障したようなとき——は、ちょうど図-4-18(b)の場合に相当し、上流側の K_L 、 K_0 は小さくなる。下流端の K_L の値および管きよの長さの如何によつてはある位置で $K_L = K_{Lc}$ 、 $K_0 = 0$ となり、さらに上流側区間に対しては図-4-18(a)に移つて $|K_L| = 0$ 、 $|K_0| = |K_{0c}|$ となつて以下流入を起すことになる。 $\partial U/\partial t < 0$ であるから流入量自身も減少してゆき、同図(b)の K_L 、 K_0 が高くなるとともに $K_L = K_0 = 0$ となる点は上流側に移行して下流側の浸水をますます加速することになる。このような現象は上流端で $|K_0|$ （流入）が与えられたときにも全く逆の順序で説明することができる。

以上のように不定流状態では、定常状態ではみられなかつた流出、流入の場所的な変換が起ることが明らかにされたが、 $\partial U/\partial t < 0$ の場合には流出入管きよの運動方程式の総合抵抗項が $\partial U/\partial t$ によつてさらに差し引かれるため、流入をしつつも圧力を回復してゆき下流部で流出を引きおこしうることになるのである。

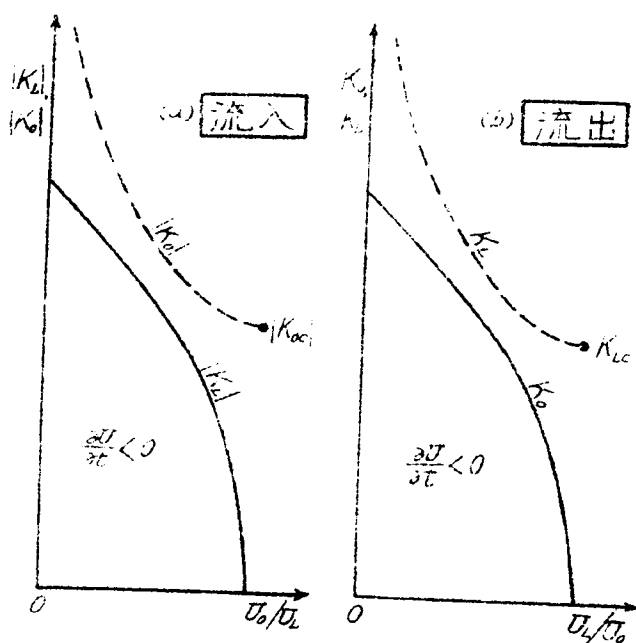


図-4-18

流速が減少しつつあるときの下水管きよの K_L および K_0

以上はある管きよ区間に対して $\partial U/\partial t$ を x に対して一様と考えた場合の考察結果であり、実際にはさらに複雑な挙動を示すものと思われる。しかし流出入管路の比損失水頭法によつて、一般にわれわれが経験している事実に対し基礎的な水理機構を説明することができた。また本節で述べた基礎方程式(4-54)、(4-55)および(4-58)式は、単に管きよの場合に限らず、水路に対しても適用可能であると思われる。浸水がある程度進行した状態を考えれば、水路が満水している状態ではやはり A は一定と考えることができるからである。ただ Y および Y' を水位として(4-57)式を若干修正する必要はあろう。

8.3 低地区浸水防止対策と排水設備の経済的設計

低地区における浸水防止対策としては8.1においてすでに概説したが、これを大別すると、

(i) 管きよあるいは排水路断面の増大、

(ii) ポンプ排水、

(iii) (i)および(ii)の併用、および

(iv) 土地改良による低地区地盤高の嵩上

のおよそ4つの方法があると思う。これらのうちでまず(iii)の方法は少なくとも浸水が問題となる程度の土地利用状況では、おそらく技術的にも経済的にも実行不可能であろう。これに対し残る(i)~(ii)の施策はいずれも実行可能でかつ浸水防止効果も明らかである。しかしその個々について優劣を比較してみると、まず(i)の管きよあるいは排水路を大断面とすることはあるいは水路堤防を嵩上することでもあり、いずれも貯留容量を増加することになる。従つてもし附近の低排水区域において自己の降雨による浸水を容認するならば幹線排水路と支線との連絡を遮断することによつて上流から流下する雨水あるいは下流から溯上する雨水の逆流による浸水を防止することができる。このような幹線と支線との連絡を断つことは、開きよの場合には樋門によつて比較的容易にこれを実行することができるが、樋門の最も能率的な開閉操作を円滑に行なわなければならない。しかし下水管きよにおいては、流入取付管の数がきわめて多いうえマンホールなどを欠くこともできないので、管きよと低地区の連絡を断つことは不可能であり大なり小なり浸水の憂目をみることになる。次に(ii)のポンプ排水による方法は非常に効果的な方法であつて、排水ポンプ場位置およびその数を適当に選択することによつてほとんど浸水の

危害をまぬかれることも可能である。しかし前節で指摘したようにポンプの運転方法がむつかしい。④はこれらを併用したもので、板倉博士の理論である(4-51)式によつてわかるように、貯留容量の増大によつて排水ポンプの流量を低下させることができる。

以上のような各種の方法のうちどの方法を採用するかは、もとより設備に要する費用とそれによつて生ずる水理学的あるいは経済的な効果を正確に把握し、おのおのの期待効果を比較して決定されるべきであるが、以下においては純粋工学的な立場から、できるだけ浸水を軽減しもつて環境を保護することを目的として、ポンプ排水設備をとりあげることにし、その経済設計の基本方針につき概略を述べておこう。

ポンプ排水設備の経済設計に影響を与える要素は、設備自体の規模によつてその建設工事費が変動するほか、当該低地区の土地利用状況にもとづく被害額の増減が主要なものである。しかもこれら両者が排水ポンプ場位置²⁴⁾によつても左右される。ポンプ場は排水区域の最下流端に設けるべきであることは論をまたないが、附近に適当な放水先がある場合には2ヶ所以上に分けることも考えられる。それは一般に放水管の管径、延長を著しく減少させることができ得策であるうえ排水区域の地理的形状如何によつては全体としての浸水防御率を高めることができる。しかし反対に維持管理費の増加も考えられるから、結局は各排水区域の実状に応じて決定すればよく、設備費および被害額に比較すれば第二義的に考えてもよいと思われる。

これらの設備費および被害額の両者を総合して経済効果を論ずるにあたり、一方は一時的费用であり、他方が年々あるいは月々蒙むる可能性のある被害額を同一基準で比較することが必要である。そのためにはO.R.の分野で用いられる割引き費用(Discounted Cost)²⁵⁾の考え方をとるのが妥当である。すなわち年々同一額の被害(DA)をn年間蒙むるものとするとき、これらを現価に割引いた総被害額 $\sum_n (DA)$ は

$$\sum_n (DA) = \frac{(1+I)^n - 1}{I(1+I)^n} (DA) \dots\dots\dots (4-68)$$

によつて求められる。(4-68)式の(DA)にかかる係数はこの一連の被害額に対する現価係数(Equal payment series present worth factor)とよばれ、Iは割引き年利率である。もし $n \rightarrow \infty$ とすれば(4-68)式は

$$\sum_{\infty} (DA) = \frac{1}{I} (DA) \dots\dots\dots (4-68)'$$

となる。ポンプ排水設備にともなう種々の附帯的な費用として年々出費を期待される運転費〔RC〕、維持管理費〔MC〕あるいは減価償却費〔SC〕などもそれぞれ(6-68)式と同様にして現価の総和を求めればよい。ただ減価償却費に関しては、設備の更新年数を n' とし、 n' の期間年々同一額〔SC〕を積み立てたとき n' 年後に設備の建設資金〔IC〕を得るものとすれば、〔SC〕は次式によつて求められる。

$$[IC] = \frac{I'}{(1+I')^{n'-1}} [SC] \dots\dots\dots (4-69)$$

ここに〔SC〕にかかる係数は積債基金係数(Equal payment series sinking fund factor)であり、 I' は積み立て年利率である。

ある超過の降雨をもつた一連の降雨に対して浸水が生ずるとき、最も能率的かつ合理的な排水設備計画をたてるには、以上のようにして得られる $\Sigma(DA)$ 、あるいは建設費〔IC〕および $\Sigma(RC)$ 、 $\Sigma(MC)$ 、 $\Sigma(SC)$ などの関係をどのようにして判定するかによつてポンプ容量が若干変化するはずである。何ら設備を行なわないときの $\Sigma(DA)$ を $\Sigma(DA)_N$ とすれば $\Sigma(DA)_N - \Sigma(DA)$ は一般に正の値となるから、設備を行なわない状態を基準にした一種の便益額の現価総和となる。これから年々支出する経費の総和と〔IC〕を差し引いた超過便益を比較するとか、便益と経費との比率あるいは便益額と〔IC〕の比をとつた投資回転率などによつて判定する方法²⁶⁾もある。しかしながらここでいう便益額も被害額の差に過ぎないので単に損失額の減少にすぎず、むしろより簡単に〔DA〕および〔IC〕さらに設備に伴う各種経費の総計をもつて総損失費用〔TC〕とし、これの現価総和が、

$$\Sigma(TC) = [IC] + \Sigma(DA) + \Sigma(RC) + \Sigma(MC) + \Sigma(SC) = \text{最少} \dots\dots\dots (4-70)$$

なる基準によつて設備の容量を決定する方がより合理的となろう。計画降雨の超過確率が異なれば〔DA〕が当然異なるので、このようにして決定されたポンプ容量も変化する。これらに対しても最も $\Sigma(TC)$ を小さくするような計画を実施すればよい。

〔IC〕あるいはそれに関連した年経費を算出することは比較的容易であるが、一般に〔DA〕の適切な値を把握することはきわめて困難である。しかも〔DA〕が計画規模を決定する大きな要素であるから、今後こうした方向の研究も是非必要となろう。次節にお

いては、このような経済設計法の具体的な例につき述べることにする。

8.4 京都市西高瀬川下流部におけるポンプ排水計画例²⁷⁾

西高瀬川は淀

川水系鴨川右支

川であつて、図

—4—19に示

すように流路延

長9.4 Km、その

排水面積

15.44 Km²は

は主として京都

市西南部の市街

地である。従つ

て平時には家庭

下水、工場廃水

など、さらに降

雨時にはそれに

よる出水を加え

たものに対する

排水路であり、

いわば合流式下

水道の機能をも

つべきものでこ

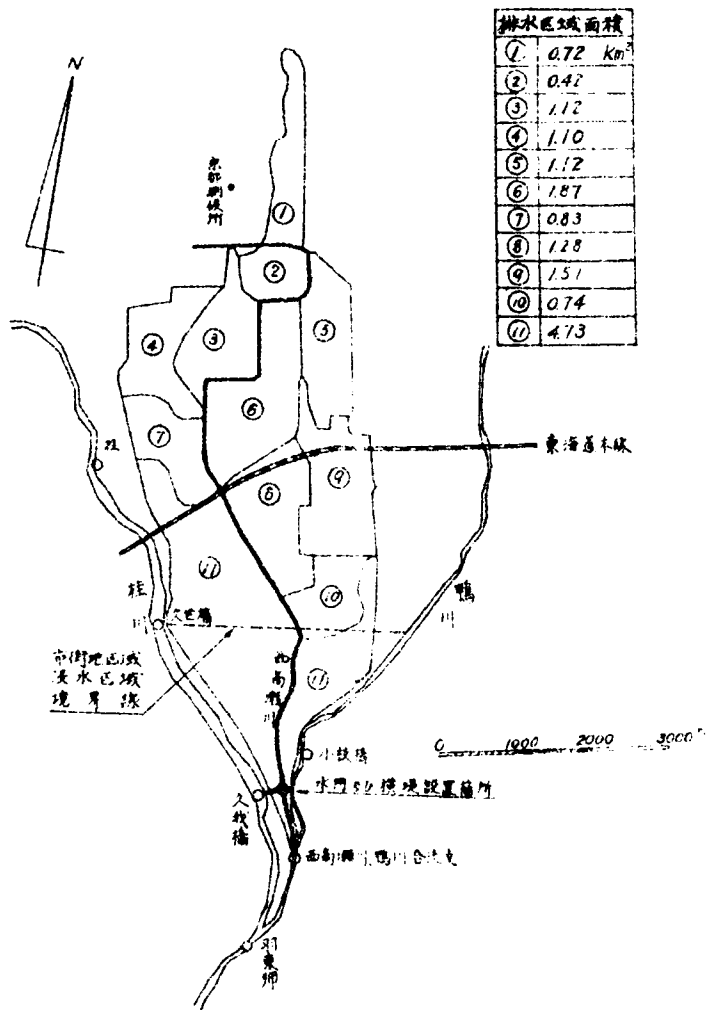
れらの水が完全

に排出されるこ

とを必要とする。

しかるに主とし

て農業地域である下流部においては鴨川および鴨川が合流する桂川の背水の影響を受け、雨水の流下能力が著しく阻害され、従来中程度の出水を引き起すような降雨があれば、



図—4—19

西高瀬川排水区域平面図

汚水がしばしば排水区域内に湧し、排水区域自体の排水能力の不足とあいまって長時間の浸水を生じ、農作物にも相当の被害をあたえているようである。

このような浸水問題に対して、従来および現在においてもとられている対策は、いわゆる雨水の自然流下量を増大せしめることのみを目途とした、水路断面の拡大および堤防の嵩上である。すなわちまず計画降雨として京都測候所の記録により大正14年より昭和27年に至る27年間の各年最大1時間雨量のうち、第1位の 83.4 mm/hr (超過確率 $1/280.8$)を築堤余裕高の決定に、および第2位の 61.5 mm/hr (超過確率 $1/15.7$)を断面を決定する際に採用し、合理公式によつて雨水流出量を合成していた。次にこの計画高水流量を用いて鴨川計画高水位(T.P.+16.85m)を起点とする背水高を計算し、これに余裕を加えれば計画築堤高はT.P.+18.00mとなる。この背水の影響の及ぶ範囲は、合流点より上流約3.7kmまでとなつており、これからみても、いかに疎通が害されているかがわかる。この場合西高瀬川と鴨川の出水の時差を考慮していないことも問題であるが、かりに上述のような計算が妥当であるとしても、排水区域内の小支川によつてふたたび同様の浸水現象が惹起されるはずで、自己流量がいかなる場合にも排出されるとは考えられない。そこで、合流点附近に水門を設けることによつて鴨川の影響を遮断し、自己流量をポンプによつて排水するのが至当であると考えた。

本計画例ではこのような方針に従い、まず降雨と流出量の関係を求め、さらに鴨川の影響を考慮しつつ下流部の浸水機構を解析し、水門およびポンプを設置した際の経済的な効果を具体的に求めようとしたのである。

8.4.1 西高瀬川における降雨と流出量との関係

降雨と雨水流出量の関係を求めるには、第7章において述べた特性曲線法の実用法を用いた。上流部においてはこの方法を用いることがほぼ十分と思われる程度の勾配を有しているが、下流部ではこれがゆるやかであり、特性曲線の近似法をそのまま用いることはできないはずである。しかし8.2において示唆したように水路に対してもある等価な粗度係数を採用することによつて貯溜効果をあらわしうし、またその影響を排水区域内に含めてしまうことも不可能ではない。このようにして一応全区間に対して第7章の方法を用いることにした。

浸水の現象を取り扱うためには、普通の下水道計画のように、単に最強降雨による最大流出量のみを求めたのでは不十分である。ポンプ排水を行なう場合には、計画洪水に対

する築堤計画などと異なつて、計画以上の浸水に対してもかなりの効果が期待できるため、最大流量のみですべてを律することはできず、流出量の時間的な変化が水理学的に重要な意義をもつてくる。

西高瀬川の排水区域においては、連続降雨記録として信頼すべきものは京都湖候所における1時間雨量強度しかないで、たとえば図-4-19のように排水区域を細分しても、えられた時間流量曲線の精度は疑問である。そこで流域を上流部の市街地区と、主として農作地域である下流部の浸水区域に大別し、図-4-20に示すような矩形排水区域におきかえた。

次にこの矩形区域を等価排水区域ならしめるための等価粗度係数は、第7章(4-48)式によつて求めることができ、本排水区域では下水道管きよ未整備区域であるので、等価排水区域内の支線きよのかわりに側溝などを考えればよい。しかし基礎となる上流

端排水区域の等価粗度係数を求めるための実測資料がないので、これの代りに従来と同じ意味の流入時間を用いることにした。さらに大型等価区域に一律に合成するための近似的方法として、排水区域内にある側溝の全延長を求め、これを排水面積で割つて側溝の線密度 l_d を求めた。このような側溝がすべて本線水路に対して直角に流入するものとし、この疏下長の中央までの特性曲線の到達時間に流入時間を加えたものが、平面におきかえた等価排水区域上の疏下長の中央に特性曲線が到達するに要する時間を等しくするものと考えた。このような方法によつて実際排水区域内における側溝配置が仮定と相違する点を考慮した。等価粗度係数 n_e は次式で求められる。

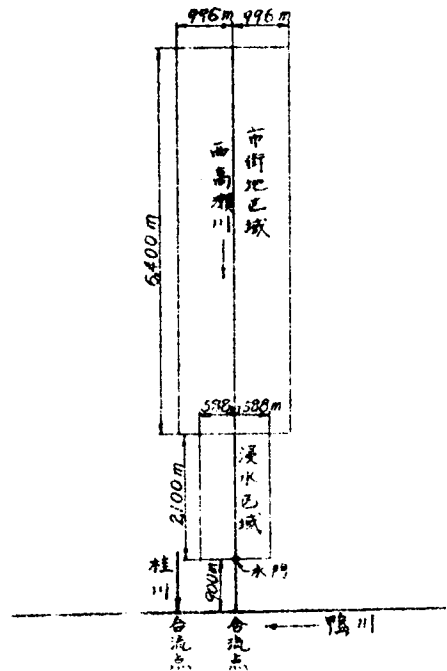


図-4-20

西高瀬川排水区域模型図

$$\left. \begin{aligned} \frac{2 l_d b^2 n_M^{3/2}}{b (\sin \theta')^{3/4} J^{3/2} - 2 n_M^{3/2}} &= J_i B, \\ \text{ただし, } J &= \left(\frac{1}{2} i B \right)^{-2/5} \cdot n_e^{3/5} \cdot (\sin \theta')^{-3/10} - \frac{t_i}{B}. \end{aligned} \right\} \dots\dots (4-71)$$

ここに i は有効雨量強度で、実際強度を i' 、平均的な流出係数を C とするとき $C i'$ として求める。 B および $\sin \theta'$ は等価排水区域の幅および勾配、 b および n_M は側溝などの幅および粗度係数、 t_i は雨水が側溝などへ流入するのに要する時間である。図-4-19 に示した各小区域ごとに上記の値を求め、また t_i の値は l_d に反比例せしめて 3 ~ 10 min、市街地区域、浸水区域でそれぞれ $C=0.77, 0.7$ として n_e を計算し平均をとると、市街地区域では $n_e=0.001$ 、浸水区域では 0.1 (ともに $m^{-1/3} \cdot \text{sec}$) をえた。これは実際区域が置換排水区域とくらべて市街地区域でははるかに流れ易く、逆に浸水区域では流れにくいことを示している。

流路の粗度係数 n_M は、西高瀬川において河床砂礫を採取してその平均粒径 d_m (上流から下流にかけて約 15 mm から 0.5 mm に変化している) を求め、各断面および水位ごとに次式²¹⁾ によって計算した。

$$\left. \begin{aligned} n_M &= \frac{k_s}{g} \left(\frac{R}{k_s} \right)^{1/6} / \left(6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \right), \\ k_s &= 2.3 d_m \exp \left\{ 1 + 0.769 \log_{10} \frac{R \sin \theta}{(T_s - 1) d_m} \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots (4-72)$$

ここに R は径深、 $\sin \theta$ は水路の勾配、 k_s は相当粗度、 T_s は砂礫の比重である。これらの代表値として市街地区域内の流路では $n_M=0.038$ 、浸水区域では $n_M=0.020$ (ともに $m^{-1/3} \cdot \text{sec}$) とした。

さらに流路の平均勾配としては、市街地区域および浸水区域でそれぞれ $\sin \theta = 1/260$ および $1/1,940$ とした。以上の値をもとにして、第7章(4-30)、(4-31)および(4-32)式によって対数図式化した特性曲線を各排水区域と流路について描き、実測降雨強度記録から等価排水区域の流出流量 q を求め、次に実測平水流量 $6.0 \text{ m}^3/\text{sec}$ を初期条件として、浸水区域上流端の時間流量曲線、さらに浸水区域下流端の時間流量曲線を求めた。これらの計算は過去の出水のなかから、昭和24年6月21日(デラ台風)。

24年7月30日(ヘスター台風), 25年3月7日, 25年6月20日, 26年7月11日, 27年7月3日, 28年6月8日, 28年9月26日(台風13号)および32年6月27日の9回の場合について行ない, また浸水区域下流端としては以後の浸水量計算の便宜上図-4-19あるいは図-4-20に示した水門設置予定点をとった。これらの1例として図-4-21は降雨強度および等価排水区域からの流出流量 q の時間的変化, 図-4-22は流路における時間流量曲線を示すが, これらはいずれも鴨川の背水の影響を無視したものであることはいうまでもない。

さきに述べたように西高瀬川の自己流出量のみに対して築堤計画を行ない, 鴨川の影響を水門によつて遮断し, 排水区域内の浸水を防禦するためには, 図-4-22に示す浸水区域下流端の最大流量に匹敵する能力をもつ排水設備を要し, 年最大出水の確率年数を約10年としても, $10.0 \text{ m}^3/\text{s} = 360,000 \text{ m}^3/\text{hr}$ のポンプ容量を必要とすることになる。

8.4.2 西高瀬川下流部の浸水現象とポンプ排水計画

前項で求めた西高瀬川の雨水流出量は実際には鴨川による堰上げ背水の影響をうけ, その1部は流路へ出ないうちに西高瀬川水位の上昇のため排水区域に停滞し, さらには鴨川からの逆流量が支川を溯上して浸水をひき起す。従つて技術的あるいは経済的にも健全なポンプによる排水計画をたてるには, その浸水機構を解明し被害の実態を把握しておくことが必要である。まずここでは浸水量あるいは浸水位, さらに種々の能力の排水ポンプを設けた場合の浸水量の変化について求めた結果を述べる。

西高瀬川下流部の低地区の浸水現象はその本川である鴨川の水位に大きく支配されるので, 鴨川への合流点における詳細な水位記録があれば, これをもとにして西高瀬川からの流出量を修正でき, それに伴つて浸水量が求められるが, このような記録がなく, そのうゑ鴨川自身がさらに桂川へ合流するための背水の影響をうけ, しかも西高瀬川と鴨川との合流点も普通その背水区間にあり, また西高瀬川からの流出量自身も鴨川水位に影響を及ぼすため, この問題の解析はきわめて複雑である。正確には, 桂川, 鴨川の上流流域における雨水の流出までさかのぼつて, これに西高瀬川をも加えて各所の水文記録を参照しつつ一体として計算しなければならない。しかし, 本研究においてはポンプ排水による浸水被害の相対的変化をもとめることを主眼としたので, 図-4-19に示した鴨川筋小枝橋, 桂川筋羽東部の西水位記録から西高瀬川, 鴨川合流点の水位を推定することにした。すなわち鴨川における桂川との合流点に種々の水位, 流量を与え, 定常流として水理計算

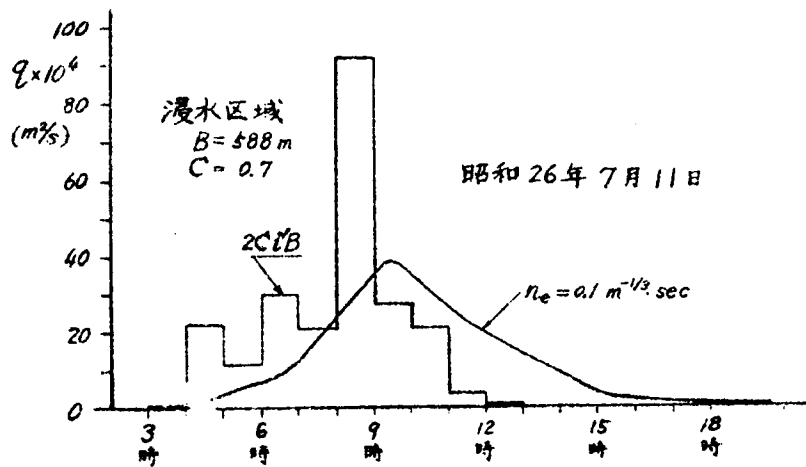
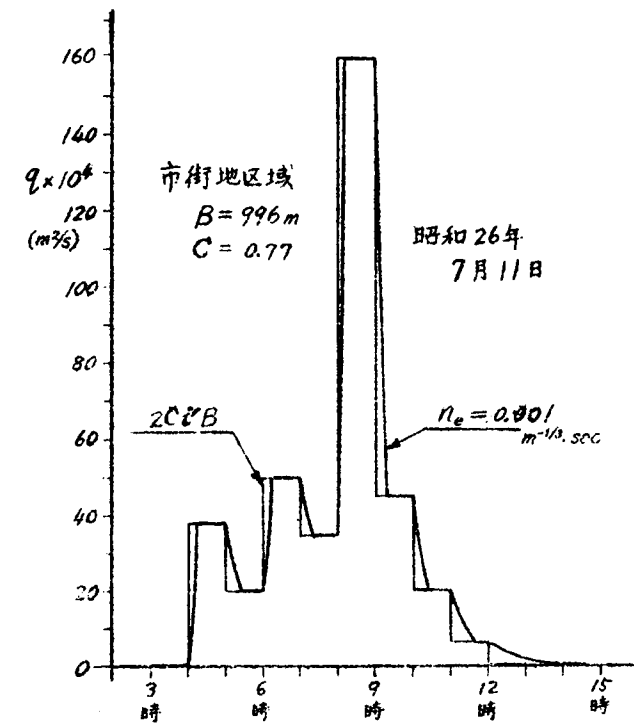


図 - 4 - 2 1

等価排水区域からの流出量

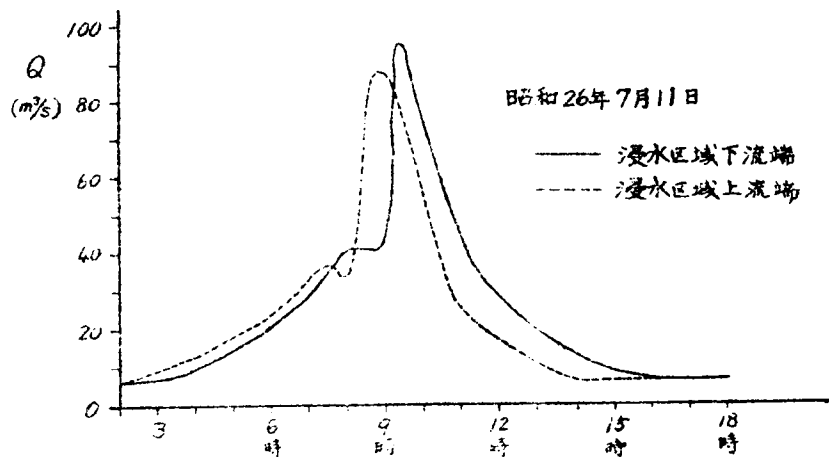


図-4-22

鴨川の影響のない場合の時間流量曲線

をおこなった結果、西高瀬川の影響を無視するものとする、〔西高瀬・鴨川合流点水位〕—〔鴨・桂川合流点水位〕と〔小枝橋水位〕—〔鴨・桂川合流点水位〕との比が平均して約0.57となる。この値は西高瀬川から流出のあるときは大きくなり、逆に西高瀬川へ逆流すれば小さくなり、また鴨川および桂川の出水の時間的ずれによっても変化するはずであるが、第1次近似値としてこの値を採用し、鴨・桂川合流点水位としてはこの点から300m下流にある羽束師の水位をとり、小枝橋、羽束師とも連続水位記録のある戦後の9回の出水（降雨から流出量を求めた9回の出水と同じ）に対して西高瀬・鴨川合流点水位を推定した。ただしこれらの記録も十分とはいいがたく、推定によらざるを得ないところもあつた。

西高瀬川において浸水のない場合、鴨川の計画高水位による背水のおよぶ範囲は合流点から3.7Kmであることを考慮し、計算の便宜上市街地区域には浸水は起らないものと仮定し、浸水区域内のみにおける浸水位 H と、浸水量 V_f との関係を実測地形図によつて求めたものが図-4-23である。次に浸水区域上流端流量（図-4-22）とうえに推

定した西高瀬・鴨川合流点水位を境界条件としてあたえ、浸水区域内の流路において横から距離的に一様な流出入のある流れと考慮して解析した。(4-58)式によつて、降雨量から流路への流入量 q' を差しひいたものが浸水量の増加割合として求められ、鴨川水位が上昇して西高瀬川から鴨川への流出量 Q_0 が減少してくると、 q' は漸次小さくなり、さらに負となる。この場合は西高瀬流路から逆に排水区域へ逆流することになり、ますます浸水量が増加する。計算は前同様特性曲線法によつたが、この場合は浸水区域流路における $\sin\theta$ のかわりに時々刻々変化する水面勾配を用いた。また等価区域への浸水の時間的遅れ、または逆に流路への流入の時間的ずれの効果を

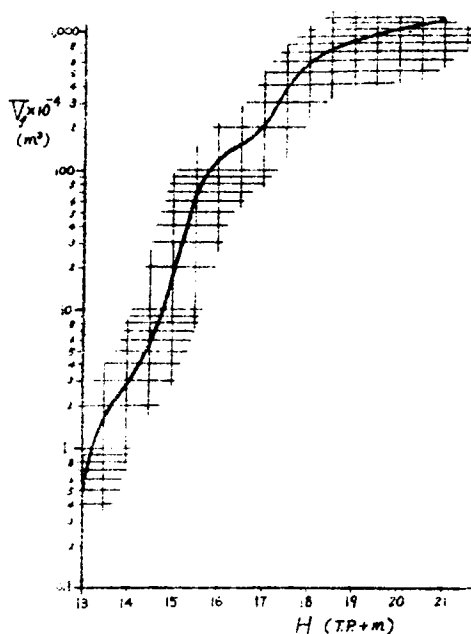


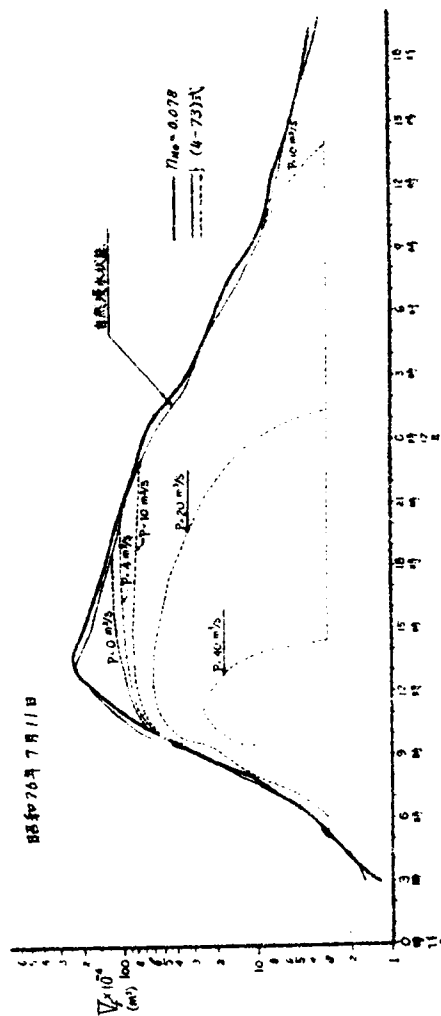
図-4-23

浸水位～浸水量曲線

流路のみへ含ませるため、流路の等価粗度として $n_{Me}=0.078$ 、水門設置予定点すなわち浸水区域下流端から鴨川間の粗度係数は分・合流の影響なども考慮して 0.03 (ともに $m^{-1/3} \text{ sec}$)としている。図-4-24および図-4-25の太線はこのようにして求めた浸水量 V_f および浸水位 $H \sim$ 時間曲線の1例で、図-4-26は図-4-24および4-25と同じ場合の浸水区域下流端から実際に鴨川へ流出する Q_0 の変化であり、 $Q_0 < 0$ の部分では鴨川から逆流していることを示している。

図-4-24、4-25および4-26に示した細線は、図-4-22で求めた鴨川の影響や浸水のない場合の浸水区域下流端の流量を Q_i とし、ある時刻における浸水量従つて浸水位と鴨川水位との差によつて求められる Q_0 との差が浸水量の増加割合となり、これがただちに浸水区域にゆきわたるものと考えた。

$$\left(V_f - \frac{1}{2} Q_0 \Delta t\right)_i + \bar{Q}_i \Delta t = \left(V_f + \frac{1}{2} Q_0 \Delta t\right)_{i+\Delta t} \dots\dots\dots (4-73)$$



図—4—24
浸水～時間曲線

なる関係式によつて $V_f \sim t$ 、 $H \sim t$ および $Q_o \sim t$ の関係を求めたものである。ただし \bar{Q}_i は時刻 $t \sim t + \Delta t$ 間の Q_i の平均値を示す。(4-73) 式は洪水調節貯水池などの図式計算法に用いられる物部公式と同じものであるが、この場合には浸水位が与えられても鴨川水位の高低により、 Q_o が一義的に決定できないので図式計算はかえつて複雑である。

図—4—24 および図—4—25 からわかるように、上述の2つの方法で求めた $V_f \sim t$ または $H \sim t$ の関係はほとんど一致しており、 $n_{Me} = 0.078$ とした場合、浸

水現象が若干遅れてあらわれる程度である。しかもこれらは鴨川への合流点水位の変化と酷似しており、事実上等しいと考えて差支えなく、自然浸水状態では西高瀬川下流部低地区が鴨川の遊水池となつているようである。従つて、図に示した例以外の8回の出水については、後者の方法のみによつて浸水計算を行なつた。ただ図—4—26の Q_o の値は全般的な変化の模様が同様であるが、上述の2方法によつて求めた値は特に $|Q_o|$ の大きいところでかなり異なつている。これは排水区域の粗度の影響によつて生じた浸水の時間的遅れに伴つて鴨川と浸水区域間の水面勾配が若干大きくなつたためであらう。

このようにして求めた Q_o の値の第1次近似値によつて西高瀬、鴨川合流点水位を補正し、

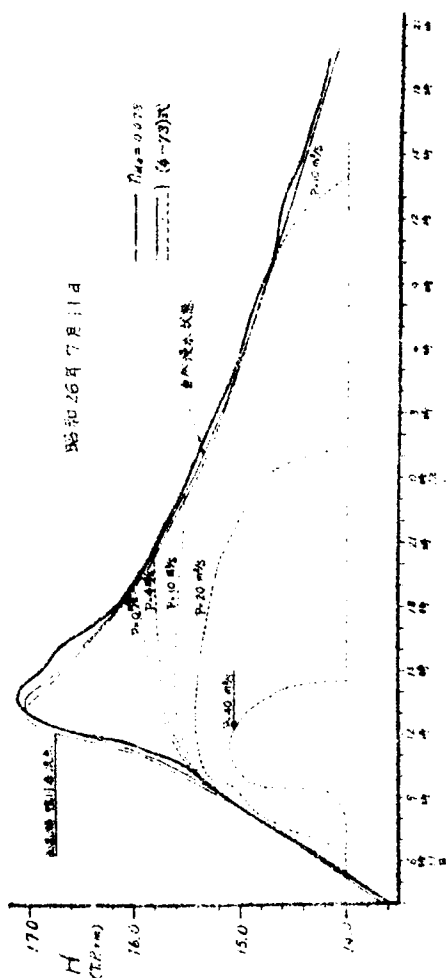


図-4-25
排水ポンプ設置時
水位時間曲線

ふたたび同様の計算をくり返し漸次正しい値を求めてゆく必要があるが、実際問題としては一度補正を加えれば十分のようである。本計算においては、さきに述べたような理由と、総浸水時間を左右する低浸水位の部分では Q_0 も小さくてほとんど修正する必要がないため、図-4-24および4-25をそのまま用いて以後の考察をすすめることにした。

ついで水門を設けて鴨川の影響を絶ち、さらにポンプ排水設備を設けた際の浸水の減少効果を検討するため、排水ポンプの最大排水能力を $P=0$ （水門のみを設置する場合）、4, 10, 20および $40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ とした

場合の V_f および H を(4-73)式によつて計算し、図-4-24, 4-25の点線で示し、またこの場合の排水量の変化を自然排水量 Q_0 と比較できるよう図-4-26に併示した。まず $P=0$ の場合には、図-4-26の自然浸水状態において $Q_0=0$ となっている11日の8時30分においては浸水位と鴨川水位が等しくなるので、このときに水門を開鎖すれば、以後の鴨川からの逆流を絶つことができ、 Q_0 のみによつて浸水が増加してゆく。鴨川水位が減少しはじめ、ふたたび両水位が等しくなった19時（この時刻は図-4-26でふたたび $Q_0=0$ となっている13時ではない。）に水門を開けば、しばらくして Q_0 は元の自然排水量に一致するが、 V_f または H は自然浸水状態の V_f または

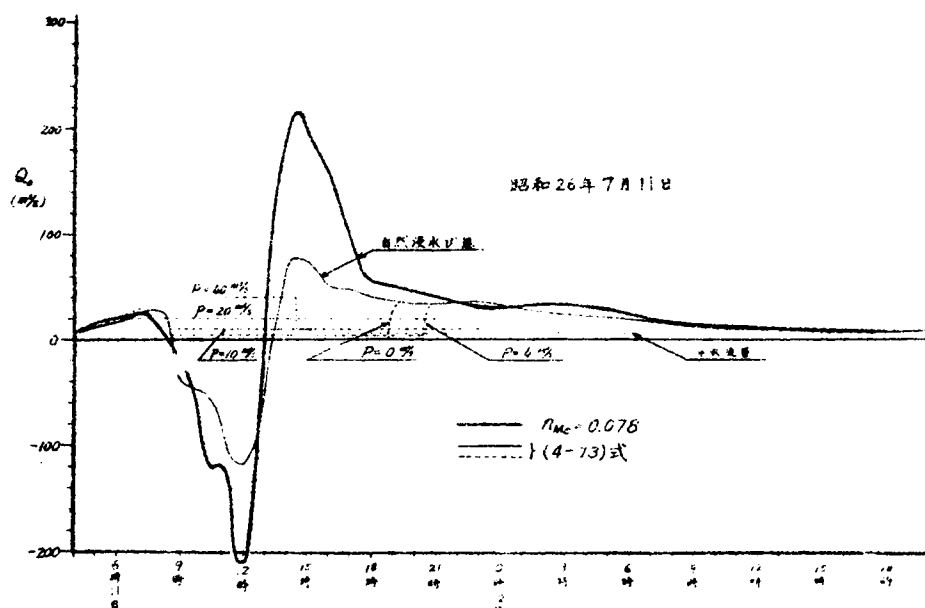


図-4-26

水門設置点における時間流量曲線

H 曲線に交わった点で水門を開放した場合と大差ない。 $P=4, 10 \text{ m}^3/\text{s}$ の場合も同様であるが、 $P=0$ の際には両水位の等しくなるより前に、 $Q_0=P$ となるときがあるはずであるから、このときに水門を閉じてただちにポンプ排水をはじめた方が有利である。当然浸水の減少時において、一たん自然排水状況に戻しても、 $Q_0 < P$ となればふたたび水門を閉じてポンプ排水する方がよい。 $P=10 \text{ m}^3/\text{s}$ の場合にはこのような例があらわれている。次に P がさらに大きくなれば、浸水を開始する直前に水門を閉鎖し、ポンプ排水 ($P > Q_i$ のときは Q_i に応じて運転する。) を行なった方が、より V_f および H を低下できる場合がある。すなわち図-4-24 および 4-25 の $P=20, 40 \text{ m}^3/\text{s}$ の場合は、無害浸水位として実際排水区域のはば最低高 T. P. +14.00m をとり、 $P < Q_i$ となるまでは浸水位がこの高さになるときすなわち V_f は水路内のみの約 $2.9 \times 10^4 \text{ m}^3$ に保つようにしたので、洪水調節池における予備放流のごときものである。 Q_i が P を超過すると浸水をはじめ、 Q_i が減少しはじめてから $Q_i=P$ となつたとき V_f および H は最大となり、以下減水してゆく。ただし、 P が大きいときには浸水量が少なくなると、排水区域粗度の影響で、計算どおりの減水を期待できず、若干減水曲線がゆるやかになるとともに、ポンプ排水量も

低下させることが必要となる。 H が無害水位まで下がればふたたび Q_0 に応じてポンプ排水を行えば十分であり、以後鴨川水位がこの水位に下がるまで水門を閉鎖しておきポンプ排水をつづけることになる。

図-4-25のように鴨川の水位変化が比較的急な場合には、水門を設置するだけでも V_f および H の最大値がかなり低下しているが、総浸水時間には影響なく、これを短縮するには少なくとも $P > 15 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ とすることが必要なようである。また鴨川の出水がさらに遅れて水位変化が扁平になるときは、常に $Q_0 > 0$ となる場合もあり、水門のみかあるいは $P = 4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ 程度では全然効果のない例(昭和28年6月8日、32年6月27日など)もあった。従つてポンプ排水の直接効果だけを考えれば、 P を大きくすればするほど有利かつ安全となることは明らかである。

8.4.3 浸水位および浸水時間と被害量との関係

浸水防止対策としてポンプ排水設備のみならず、あらゆる方策を考えた際に、経済効果を加味した合理的な設計を行なうためには、前節においてその一般的な方法を述べたように、直接被害量やさらに二次的にえられる利益などのできるだけ実際に近い値を求め、この結果にもとづいて適確な判断を下さねばならない。しかるに西高瀬川下流部においては、鴨川、桂川の改修工事の進捗や、この区域における人口の増加、開発の進展につれて、漸次浸水による被害が顕著になり、特に官民からの関心が高まつたのは比較的最近である。従つて過去における浸水状況ましてそれによる被害量に関する資料が不十分である。そこで本計画例では西高瀬川浸水区域の83.5%が農作地域であることを考慮し、まず被害の指標として水田における稲の減収量を取りあげ、これをもとにして畑地、宅地その他の一般被害を適当な方法で推定することにした。

最初に水田の冠水面積を相対的に求めるために、図-4-19の浸水区域の地形図から浸水位 H と浸水面積 F_f との関係を求めたものが図-4-27である。 $H > T.P. + 19.00$ mの部分では F_f が 2.67 Km^2 に漸近しているが、これは浸水が図-4-19の浸水区域だけに限られるものと考えたためである。図-4-25から浸水位が任意の水位 H 以上であつた時間 T_f がわかり、これと図-4-27から浸水面積が F_f 以上であつた時間 T_f (面積が $F_f \sim F_f + dF_f$ の部分が浸水している時間)が求められる。当然 F_f が大きいほど T_f は短くなる。つぎに稲の減収率 σ_f と浸水時間 T_f との関係は、稲の発育時期によつて大きな差があるが、農林省統計局によつて求められた水田の種々の冠水時間に対する減

収率が一定標準値として西高瀬川下流部にも適用できるものとし、冠水時間が事実上、上述の浸水時間と等しくなるものとして、次に示すような浸水時間と減収率との関係式²⁸⁾を用いた。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{分けつ期, } \sigma_f = 0.522 T_f^{0.9}, & T_f \leq 168, \\ \text{穂よう期, } \sigma_f = 28.754 T_f^{0.233}, & T_f \leq 168, \\ \text{出穂期, } \sigma_f = 0.474 T_f^{1.158}, & T_f < 84, \\ & \sigma_f = 80, \quad T_f = 84, \\ & \sigma_f = 21.493 T_f^{0.295}, \quad T_f > 84, \\ \text{成熟期, } \sigma_f = 0.047 T_f^{1.323}, & T_f \leq 168, \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4-74)$$

(* 清水浸水の場合を若干修正してえた。)

ただし σ_f は減収率(%), T_f は浸水時間 (hr) であつて、これらの式はいずれも濁水冠水の場合を示す。

以上の関係から、浸水面積の $F_f \sim F_f + dF_f$ 部分に対する σ_f がえられ、 F を浸水区域の全面積とすれば、平均減収率 $\bar{\sigma}_f$ は

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\int_0^F \sigma_f dF_f}{F} \dots\dots$$

..... (4-75)

としてあたえられる。

$$F_0 = \bar{\sigma}_f F = \int_0^F \sigma_f dF_f$$

..... (4-76)

とおけば、 F_0 は、全浸水区域の被害状況を収獲皆無の部分と被害のなか

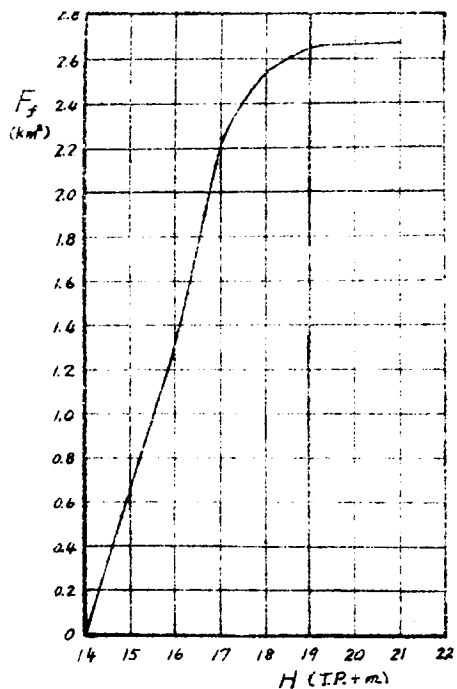


図-4-27

浸水位～浸水面積曲線

つた部分におきかえたときの収穫皆無の面積に相当し、これに単位面積当りの収穫額、および F に対して田地の占める割合(0.835)を乗ずると、被害額が算出できる。この計算は、図-4-25, 4-27および(4-74)式を用いて簡単な図上計算をすることができ、その一例を図-4-28に示す。 F_f と σ_f の関係が描かれると、その曲線と F_f 軸、 σ_f 軸で囲ま

れた部分の面積をプランメーターで測定すれば F_0 の値がえられる。

(4-74)式においてわかるように稲の生育時期によつて σ_f の値がかなり異なるが、穂より期における σ_f が最も大きいのでこれを標準減収率曲線とし、図-4-28にはこの場合の結果を示す。

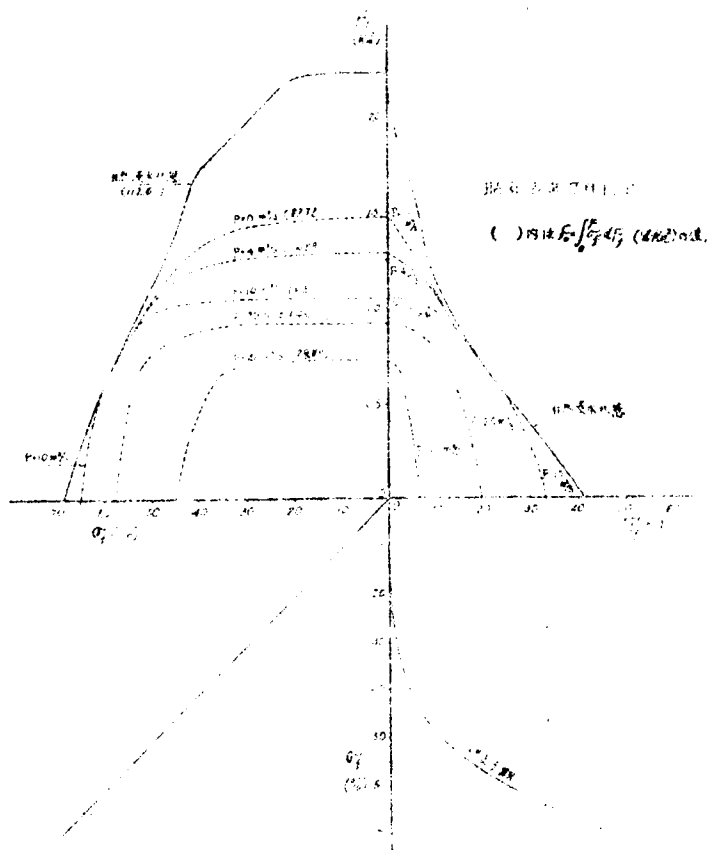


図-4-28

浸水面積、浸水時間と減収率との関係

同様にしてさきに述べた他の8回の出水に対しても、自然浸水状態、 $P=0, 4, 10, 20$ および $40 \frac{m^3}{s}$ のおおのの場合につき標準無収穫面積 F_0 を求めた。この結果を表-4-1に示す。浸水区域の全面積にわたつて完全に被害を蒙るれば $F_0=F$ となり、西高瀬川浸水区域では $F=2.67Km^2$ のゆえ、表中の F_0 の可能最大値は $267\% \cdot Km^2$ となり、自然浸水状態における F_0 の値をこれと比較して各出水の大きさの程度を知ることができる。

表-4-1 標準無収穫面積(穂よう期)

浸水 番号	年・月・日	F_0 の 値 (% ・ Km ²)					
		自然浸水 状況	$P=0 \frac{m^3}{s}$	$P=4$	$P=10$	$P=20$	$P=40$
1	24.6.21	138.7	118.0	108.3	87.8	59.1	17.5
2	24.7.30	145.8	142.4	139.4	128.6	74.8	27.1
3	25.3.7	85.0	83.0	78.7	70.4	48.5	16.2
4	25.6.20	59.4	56.7	55.2	51.2	29.2	0
5	26.7.11	112.6	82.7	74.9	63.4	49.7	29.9
6	27.7.3	126.5	125.6	112.2	79.0	53.0	27.7
7	28.6.8	99.8	99.6	99.4	94.6	63.0	36.2
8	28.9.26	167.3	148.1	139.5	100.3	63.1	38.5
9	32.6.27	102.0	102.0	102.0	101.6	90.1	45.7

また排水設備の増強により被害軽減の模様がわかるが、さきにも述べたように $P=0$, $P=4 \frac{m^3}{s}$ の場合にほとんど被害軽減効果のない場合もある。

表-4-1の値はそれぞれの浸水が穂よう期に起つたと考えたときのものであるが、実際の浸水時の稲の発育時期に応じて減収率は(4-74)式のように変化するので、上の各浸水に対し減収率～時間曲線をいろいろ変化した場合の F_0 と表-4-1の F_0 との比を求め、これら9回について平均をとつて、各生育時期の被害量の標準状態に対する平均修正係数 δ を求めた。図-4-28でわかるように $\sigma_f \sim T_f$ 曲線が同じであつても、排水設備の大きさに従つて $\sigma_f \sim F_f$ 曲線がかなりその形を変化するので、 δ の値は P が異なれば若干変化する。表-4-2はこうして求めた δ を示す。

表一 4-2 穂よう期に対する被害量の平均修正係数

時 期	δ の 値					
	自然浸水 状 態	$P=0 \text{ m}\%$	$P=4$	$P=10$	$P=20$	$P=40$
分けつ期	0.19	0.20	0.21	0.21	0.11	0.07
穂よう期	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
出穂期	0.46	0.45	0.46	0.49	0.20	0.07
成熟期	0.09	0.09	0.09	0.09	0.03	0.01

この δ を用いれば、標準無収獲面積が R_0 となる浸水が任意の時期に起つた場合の実際の被害額も $0.835 \times \delta R_0 \times$ [単位面積あたり収獲額] として修正される。

以上はある浸水が1年に1回だけ単独に起つた場合の被害量について述べたのであるが、実際には各時期にわたつて数回の浸水が生じており、ひきつづいて起つた浸水による被害量をすでにうけた被害と合成しなければならない。これはすでに起つた浸水によつてもまだ被害をうけていない部分に対し、次の減収率 σ_f が作用するものと考え、 j 番目までの浸水によつてうけた減収率を $\delta_j \sigma_{f,j}$ とし、つづいて起つた浸水による減収率を $\delta_{j+1} \times \sigma_{f,j+1}$ とすれば、 $j+1$ 番目までの浸水による総無収獲面積 $\sum_{j+1} \delta R_0$ は、

$$\begin{aligned} \sum_{j+1} \delta F_0 &= \int_0^F \delta_j \sigma_{f,j} dF_f + \int_0^F \delta_{j+1} \sigma_{f,j+1} dF_f - \int_0^F \delta_j \sigma_{f,j} \cdot \delta_{j+1} \sigma_{f,j+1} dF_f \\ &= \sum_j \delta F_0 + \delta_{j+1} F_{0,j+1} - \delta_{j+1} \int_0^F \delta_j \sigma_{f,j} \cdot \sigma_{f,j+1} dF_f \cdots \cdots (4-77) \end{aligned}$$

とあらわされるが、 $\sigma_{f,j}$ あるいは $\sigma_{f,j+1}$ を順次 F_f の函数形であらわすことは面倒なので、(4-77)式は近似的に、

$$\sum_{j+1} \delta F_0 = \sum \delta F_0 + \delta_{j+1} F_{0,j+1} - \frac{\sum_j \delta F_0 \cdot \delta_{j+1} F_{0,j+1}}{F}$$

$$= \sum_j \delta F_0 + \delta_{j+1} F_{0,j+1} - \delta_j \bar{\sigma}_{f,j} \cdot \delta_{j+1} F_{0,j+1} \dots\dots\dots (4-77)'$$

として十分である。このようにして順次 δF_0 を合成してゆけば、1 年間に j 回起つた浸水による総被害額は $0.835 \times \sum_j \delta F_0 \times$ [単位面積あたり収穫額] となる。

8.4.4 過去の水文諸量の統計的処理と被害量との関係

河川改修やダム工事においては普通年最大出水のみを考え、適当な超過確率を考慮して何十年に 1 度起るような出水を計画の対象とし、それ以下の出水に対しては完全に救われるという方針をとっており、中途半端な築堤工事を行なえばそれ以上の出水に対しては全く用をなさないのみならず、ときにはかえつて被害を小さくすることも起りうる。ところが低地区浸水防止計画においては、わずかな排水施設を設けても、あらゆる出水に対してそれだけの効果がある。ゆえに、後者の場合には各年の出水を対象として、1 年間に確実に期待される経済効果を考えねばならない。このためには既往の降雨および関連河川の水文資料を数多く収集し、上述したように降雨と流出量、浸水位、被害量を各年ごとに算出し、これを統計的に処理することによつて年間の被害の期待量を求め、同様にしてえられる種々の排水設備に対応した被害量と比較しなければならない。しかしこのような計算ははなはだ手数を要するのみならず、また資料も十分でない。そこで比較的資料の整つている桂川の桂自記水位観測地点において指定水位を突破した水位記録を関連河川の水位記録の代表値としてとりあげ、昭和 20～32 年の 13 年間の合計 50 回の出水に対応して、京都測候所における一連降雨の継続時間 T 、総雨量 $\Sigma i'$ 、1 時間雨量の最大強度 i'_{max} 、桂最高水位 $H_{K,max}$ 、 $H_{K,max}$ の i'_{max} に対する遅れの時間 T_l の記録を整理した。これらの値をとりあげた根拠は、西高瀬川下流部の浸水最高水位 H_{max} が $\Sigma i'$ 、 $H_{K,max}$ 、 T_l ($H_{K,max}$ は i'_{max} より遅れているのでこれが短いほど影響が大きい。) と、また総浸水時間 T_f, max が T_l 、 $H_{K,max}$ と関係があり、排水ポンプを設置した場合は i'_{max} がさらに加わるものと考えたわけであるが、浸水量の計算結果からも明らかなように、特に自然浸水状態に近い場合には、羽束師、小枝橋などの最高水位や出水の継続時間の方が $H_{K,max}$ よりも影響が大きいはずであるが、これらの資料が不十分なため、やむなくこれら 5 種の値と被害量との関係を 9 回の出水に対する実際計算値から求めたのであるが、その方法はつぎの通りである。

(i) 被害量がいかなる水文要素と最も密接な相関があるかという相対的な値を知るため、

まず $T, \Sigma i', i'_{max}, H_{K,max}$ の各年最大値および T_l の各年最小値のそれぞれ13の値を標本値とし、これらが $0 \sim \infty$ の対数正規分布に従うものと仮定して、 $T, \Sigma i', i'_{max}, H_{K,max}$ とそれぞれの超過確率 W_2, W_3, W_4 との関係および T_l とその非超過確率 W_5 との関係を求めた。図-4-29はこの2例で $\Sigma i'$ と $W_2, H_{K,max}$ と W_4 の関係の計算結果を確率紙にプロットして平均直線を求めたものである。

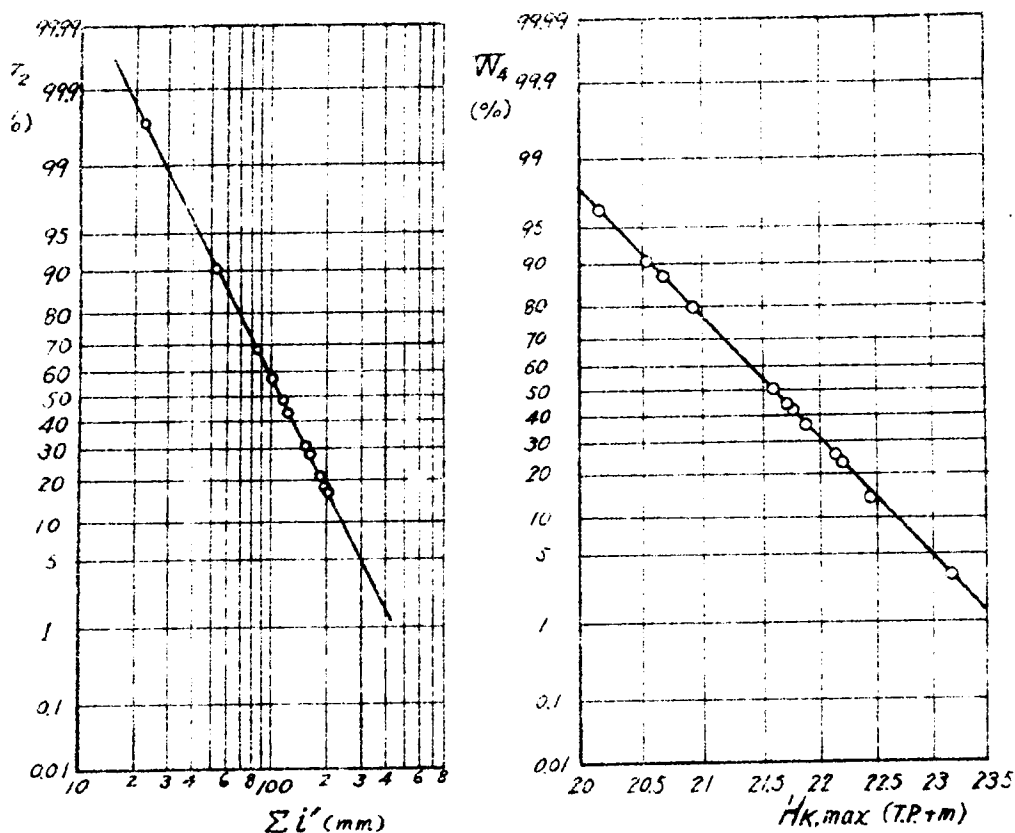


図-4-29

西高瀬川関連水文諸量の超過確率

(iv) ささにとりあげた9回の出水時の $T, \Sigma i', i'_{max}, H_{K,max}$ がそれぞれ年最大値として、 T_l が年最小値として起つたと仮定したとき、これらの $W_1 \sim W_5$ を図-4-29などで求める。このようにすれば、種々の単位、大きさをもつ5種の要素がいずれも年最

大値の超過確率（または年最小値の非超過確率）として同じ尺度ではかつた0～100%の数値となつて好都合である。これらの値を表-4-3に示す。

表 - 4 - 3

浸水番号	T	$\Sigma i'$	i'_{max}	$H_{K,max}$	T_l
	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
1	7.2	17.8	95.0	51.2	73.3
2	67.6	24.5	38.4	15.0	4.9
3	72.8	52.0	93.5	79.8	54.5
4	80.2	69.8	99.1	86.1	96.8
5	98.5	61.3	11.5	25.7	1.9
6	55.0	31.3	79.7	30.2	92.3
7	40.5	28.2	50.0	69.2	70.6
8	35.0	29.5	87.3	3.1	96.8
9	53.0	16.6	67.2	65.6	89.3

iii) 9回の浸水がいずれも1年に1度、しかも穂よう期に起つたと考えた場合の表-4-1の標準無収穫面積 F_0 と $W_1 \sim W_5$ の相関関係を求めるため、

$$F_0 \sim (W) = W_1^{z_1} \cdot W_2^{z_2} \cdot W_3^{z_3} \cdot W_4^{z_4} \cdot W_5^{z_5} \dots \dots \dots (4-78)$$

の關係が成立するものと仮定し、表-4-1および表-4-3の値を用い、(4-78)式の $z_1 \sim z_5$ の値を求めた。 $W_1 \sim W_5$ が小さいほど F_0 を大きくするはずであるから $z_1 \sim z_5 < 0$ となるはずであるが、もし $z > 0$ となるものがあれば仮定に反することになるので、あらためてそのような W には無関係とし、ふたたび残りの W についてのみ計算をおこない、表-4-4に示すような結果をえた。

表 - 4 - 4

	自然浸水状態	$P=0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	$P=4$	$P=10$	$P=20$	$P=40$
z_1	—	—	—	—	—	—
z_2	-0.3481	-0.3850	-0.4172	-0.4540	-0.5552	-1.9821
z_3	—	—	—	—	—	-0.8507
z_4	-0.1902	-0.1687	-0.1549	-0.0752	-0.0307	-0.2727
z_5	-0.0486	-0.0143	-0.0142	-0.0414	-0.0653	—

(4-78)式の比例定数を求めているので、早急には断定できないが、表-4-4でわかることは、いずれの場合も W_2 （すなわち $\Sigma i'$ ）の影響が最も大きく、また自然浸水状態から $P=20 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ までは z の値が漸次変化しており、特に $H_{K, \max}$ の影響が減少して $\Sigma i'$ のそれが増していることは当然理解できることである。 $P=40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ ともなれば、あらたに i'_{\max} の影響が加わるが、浸水の機構が他の場合と異なっているものと思われ、 z を他の場合とそのまま比較することはできない。(4-78)式に表-4-4の値を代入して $[W]$ を求め、これに対して R をプロットすると、両者の相関がかなり良好であることがわかったが、 R が最大値の267%・ Km^2 へ近づくときおよび W がいずれも100%に近づいて R が0に近づくべき附近では若干(4-78)式を修正すべきであると思われる。

(IV) 以上のようにして被害量をあらわす指標として $[W]$ が求められたので、昭和20年～32年の50回の出水に対して、図-4-29などから5要素に対する $W_1 \sim W_5$ を求めて $[W]$ を算出し、各年ごとに $[W]$ の最大値、第2番目の値、第3番目の値、.....をとりあげ、それぞれ13回の標本値が0～ ∞ 分布の対数正規分布に従うものとして $[W]$ とそれに対する超越確率 ΣW との関係を求めた。この場合年2番目あるいはそれ以下の出水値がない場合には $W_1 \sim W_5$ を100%とした。また実際計算では手数を省くために $[W]$ のかわりに $[W]^{-1/2}$ を用いた。図-4-30は1例として自然浸水状態における $[W]^{-1/2}$ と ΣW の関係を確率紙にプロットしたものであるが、 $[W]^{-1/2}$

は $W=100$ とした値以下には小さくならないので、この点に対する ΣW の値が被害量0に対する超過確率を示すものと考えた。図中の破線はこの限界線を示す。過去の浸水に対して $P=0, 4, 10, 20, 40\%$ を想定した場合として同様の操作を行ない、種々の P に対して $(W)^{-1/2}$ と ΣW との関係が、それぞれ年最大、第2番目、.....について定まる。ただし P を変えると1年のうちで $(W)^{-1/2}$ の大きさの順序が入れかわることもある。図-4-30からもわかるように、

同じ大きさの (W) すなわち浸水被害が年2番目、3番目、.....となるに従って漸次その超過確率が小さくなる、すなわち起りにくくなるわけで、被害が大きいところ((W) の値の大きな部分)ほどその傾向が大きい。

(M) 表-4-3に掲げた9回の浸水に対する W の値を用いて、たとえば自然浸水状態の場合について $(W)^{-1/2}$ を計算すれば、これらの浸水がそれぞれ単独に年最大、2番目、...として起る場合の ΣW を図-4-30からよみとることができる。この ΣW と表-4-1に示した自然浸水状態における R_0 を図-4-31のようにプロットして、これらを代表する曲線を描くと、ある標準無収機面積 R_0 と、これが年最大、2番目、.....として

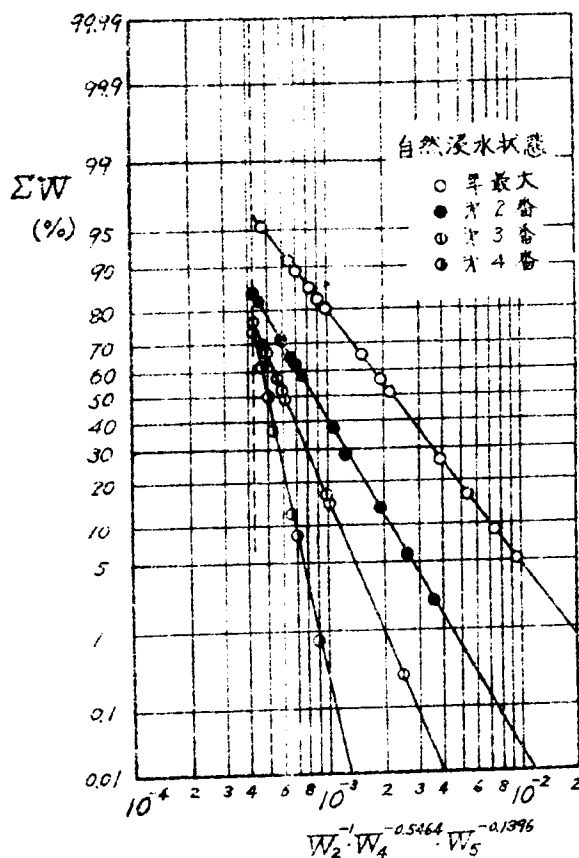


図-4-30

$(W)^{-1/2}$ と ΣW との関係

起るときの超過確率 ΣW との関係がえられる。 $F_0 = 0$ のときの ΣW は図-4-30における $[W]^{-1/2}$ の最小値に対するものである。同様の方法で P の値を変えたときにも F_0 と ΣW の関係がえられ、図-4-32は $P = 4.0 \frac{m^3}{s}$ の場合に対するものである。

(vi) いまある $F_0 \sim \Sigma W$ 曲線を考えて、ある $\Sigma W \sim \Sigma W + d\Sigma W$ 間の F_0 の代表値を F_0 とすれば、 $d\Sigma W$ は超過確率の差すなわち生起確率を示すから、 $F_0 \cdot d\Sigma W$ は F_0 の被害を起すような浸水によつて1年間に確実に生ずる被害の期待値に相当する。内水排除計画においては、考えられるあらゆる大きさの浸水を考えなければならぬので、1年間に確実に起る単独浸水による被害の期待値は

$$E[F_0] = \int_0^1 F_0 d\Sigma W \dots\dots\dots (4-79)$$

とあらわされる。したがつて図-4-31または図-4-32において $F_0 \sim \Sigma W$ 曲線と F_0 軸、 ΣW 軸で囲まれた面積が $E[F_0]$ となる。

(vii) 以上の計算においては、排水設備を設けた場合にはいずれも水門によつて鴨川との関係が遮断されるものと考えたが、実際には水門の設計高に応じて、もし鴨川水位がこれを越えれば、水門を越流し(実際には水門位置に低地域を締め切る横堤を設けるので、横堤の保護のため水門を開放しなければならぬと思われる。)、逆流時間が長くなればなるほど浸

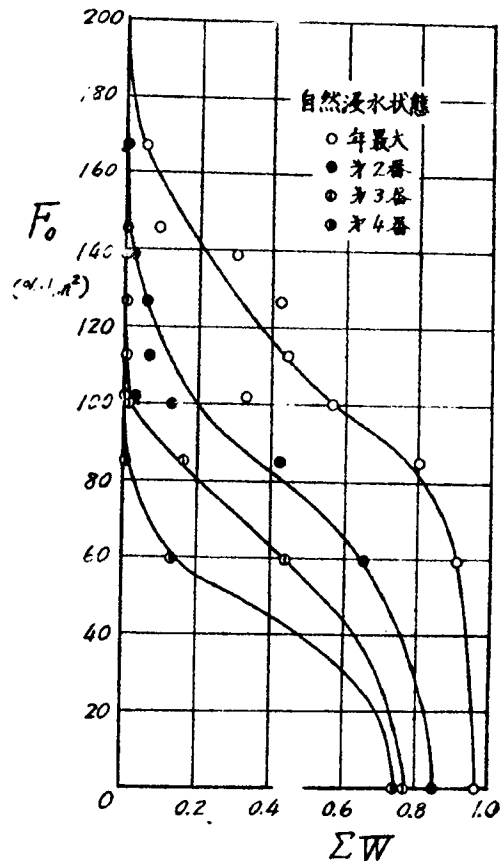


図-4-31

$F_0 \sim \Sigma W$ 曲線

水位～時間曲線は自然状態に近づくものと考えられる。そこで水門計画高と被害の超過確率を関連づけるためさきの9回の出水時の西高瀬・鴨川合流点最高水位と、それぞれこれら浸水が自然浸水状態で年最大、2番目、....として起つたときの ΣW 、すなわち図-4-31の横軸に対して描くと図-4-33をうる。点がややばらついてはいるが、これは主として鴨川の出水が扁平か、急激であるかに従っている。そこで年最大の F_0 に対する超過確率として、いまかりに $\Sigma W_L = 0.01, 0.07, 0.333$ の3種をとり図-4-33からそれぞれに対して $H = T.P. + 18.75, 18.15, 17.00m$ をうる。従つてもし水門をこの高さに計画すれば、年最大に対してはそれぞれ ΣW_L が0.01, 0.07, 0.333以上となるような浸水時には鴨川から逆流することはない。この水門計画高に対する年2番目の超過確率は $\Sigma W_L = \sim 0, 0.003, 0.05$ となりほとんど逆流のおそれはなくなり、年3番目以下では事実上考慮する必要がない。そこで年最大、年2番目の浸水被害に対しては、 ΣW_L が上記の値以下では図-4-32の破線で示したように自然浸水状態の $F_0 \sim \Sigma W$ 曲線に漸近するものと考え、次の近似式によつて修正を加えた。

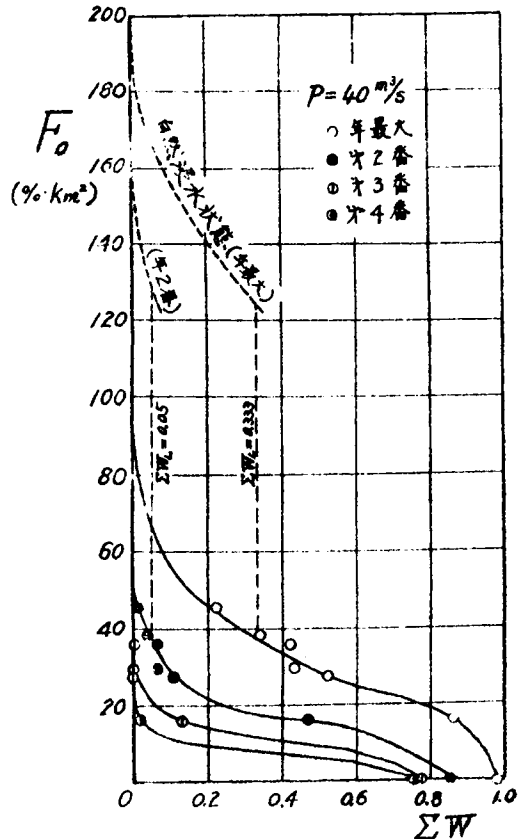


図-4-32

$F_0 \sim \Sigma W$ 曲線の水門計画高による補正

$$E'(F_0) = E(F_0) + \left\{ \int_0^{\Sigma W_L} (F_{0,N} - F_{0,P}) d\Sigma W \right\} / 2 \quad \dots\dots (4-80)$$

ここに $F_{0,N}$ 、 $F_{0,P}$ は自然浸水状態および P が任意の値のときの F_0 で、 $E'(F_0)$ は逆流の影響を加味した被害の期待値である。

(VIII) 次に以上で求めたような単独被害が1年のうちに確実に起る回数を求めるため、

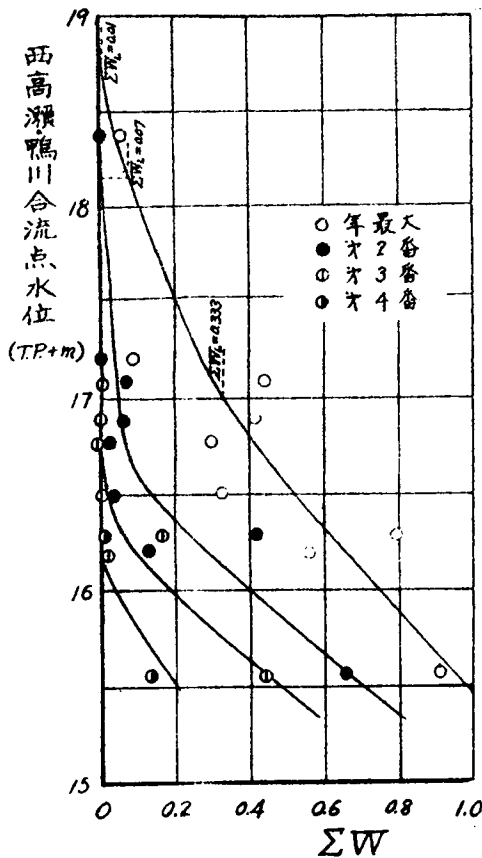


図-4-3-3

水門計画高と ΣW との関係

浸水の期待回数は3.757回であり、年最大～3番目までは確実に起り、年4番目は0.757の確率で起るものと考えてよい。

(ix) 以上はいずれも単独浸水による種よう期のみにおける標準無収灌面積 F_0 を対象として考えたが、各順位の浸水がどの時期に起るかという問題がある。各時期ごとにかかる、各順位の浸水の生起回数の期待値なども求めるはずであるが、資料が少ないうえ、計算をますます複雑にするので便宜的に次のような方法に従つて、

(iv) で行なつた方法と同じ考えのもとに各年ごとに最大値から数えて第何番目の浸水から被害が0になるかという番号を N とし、13個の N の標本値が0～ ∞ 分布の対数正規分布に従うものとして前同様の計算を行ない、確率紙上で定めた曲線を描いたものが図-4-3-4であり、(4-79)式と同じように年間の N の期待値が、

$$E(N) = \int_0^1 N d\Sigma W \\ = 4.757$$

として求められる。当然この場合 N =(各年生起浸水回数)+1であるので、実際に起る

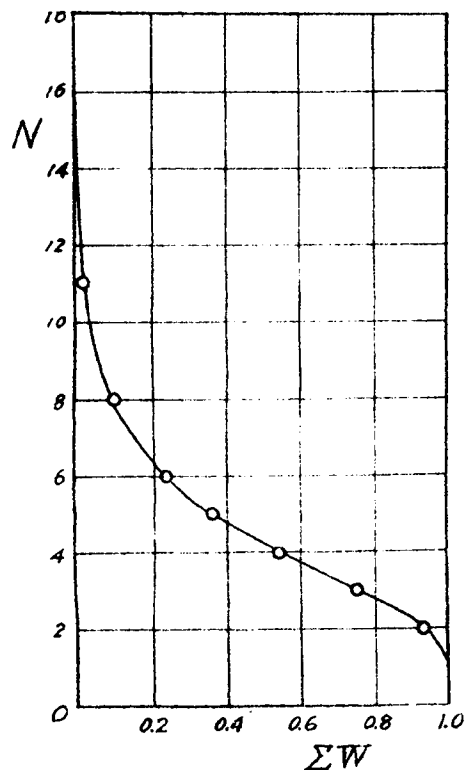


図-4-3-4

$F_0 = 0$ となる出水の順位と超過確率との関係

稲の生育時期に対する修正を行なつた。

9個の計算値をもとにして自然浸水状態, $P=0.4, \dots, 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ の場合に対するおのおの(4-78)式の関係の修正図をつくり, 13年間の記録からすべての出水に対し $W_1 \sim W_9$ を求めて $[W]$ を計算すれば図からすべての出水に対する F_0 の値がえられる。この値を同じ年月に起つたものについて(4-77)'式によつて合成し, さらにこれらを算術平均すれば過去13年間の各月ごとに合成した F_0 の平均値 \bar{F}_0 がえられる。次に西高瀬川浸水区域では6月を分けつ期, 以下7月, 8月および9月, 10月をそれぞれ穂より期, 出穂期, 成熟期とし, 表-4-2に示した平均修正係数 δ によつて一たん個々の出水に対して δF_0 を求め, 前同様に同年月に起つたものを合成し修正した結果を, 11月~翌年5月において $\delta F_0 = 0$ となつたものを含めて算術平均すれば, $\overline{\delta F_0}$ がえられる。 $\bar{\delta} = \overline{\delta F_0} / \bar{F}_0$ としてえられる値は, δ を各時期に起る単独被害の回数とその大きさを考慮にいれた総合修正係数で, $\bar{\delta}$ を種々の排水設備を設けた場合に対して求めた結果を表-4-5に示す。

表-4-5 総合修正係数

	自然浸水 状 態	$P=0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	$P=4$	$P=10$	$P=20$	$P=40$
$\bar{\delta}$	0.474	0.465	0.468	0.486	0.405	0.421

㉞ 表-4-5の $\bar{\delta}$ を(4-79)または(4-80)式で求めた $E[F_0]$ または $E'[F_0]$ に乗じたものは, 稲の発育時期を考慮に入れた被害の期待値と考えて差支えない。これらを(4-77)'式によつて合成すれば, 最も確実な各年無収獲面積の期待値となる。ただし年第4番目の $E[F_0]$ に対してはその生起確率0.757を乗じたものを合成するが, 合成の順序は任意である。この結果を表-4-6に示す。

$\sum \bar{\delta} \cdot E[F_0]$ の最大値はいずれの場合も $267\% \cdot \text{Km}^2$ であるから, 表-4-6からほぼ排水設備の大小による被害の程度が判断でき, 自然浸水状態では総収獲の約4割が年々被害をこうむり, $P=40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ では約1割に減少するが, 水門の設計高を低くすれば, 排水ポンプの能力が幾分減殺されることがわかる。

表-4-6 各年生起無収獲面積の期待値

$\bar{\delta} \cdot E (F_0)$ の 値 (% · Km ²)																
	自然浸水 状 況	$P = 0 \frac{m^3}{s}$			$P = 4$			$P = 10$			$P = 20$			$P = 40$		
		0.01	0.07	0.333	0.01	0.07	0.333	0.01	0.07	0.333	0.01	0.07	0.333	0.01	0.07	0.333
ΣW_L	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
年最大	50.65	45.85	46.10	46.69	43.56	43.86	45.03	39.95	40.46	42.53	22.44	23.34	27.09	13.89	15.16	20.41
2 番目	32.11	29.11	29.11	29.11	27.13	27.135	27.33	24.94	24.96	25.34	14.14	14.18	14.78	6.37	6.43	7.37
3 番目	22.85	20.85	20.85	20.85	18.93	18.93	18.93	18.21	18.21	18.21	9.00	9.00	9.00	3.84	3.84	3.84
4 番目	12.46	11.57	11.57	11.57	10.63	10.63	10.63	9.43	9.43	9.43	3.91	3.91	3.91	1.88	1.88	1.88
$\Sigma \bar{\delta} E(F_0)$ 3757	101.08	93.22	93.42	93.88	87.92	88.17	89.25	81.97	82.40	84.38	46.48	47.32	51.22	25.20	26.47	32.33

注) * は $\bar{\delta} \cdot E'(F_0)$ を示す。

8.4.5 排水設備の経済効果

以上の計算結果によつて、種々の能力をもつ排水ポンプを設けた際の被害量の指標として水田における各年の被害の期待量がえられたので、ここでは、さらに全般の被害を推定し、一方排水設備設置に要する投下資本あるいは年間経費などを含めて8.3で述べた一般的な方法に従つて総合的な判断を行ない、排水ポンプの設計に対する基本的な方針を求めてみよう。

(1) 被害額の推定

表4-6で求められた年平均無収面積に、浸水区域中の水田の占める割合0.835および単位面積あたりの収獲額をかけると、稲に対する年々の減収額を得るが、単位収獲額を $1,512 \frac{\text{万円}}{\text{Km}^2}$ とした。つぎに水田以外に対する被害としては畑地、宅地、工場、その他一般被害、土木被害、人的被害、さらに二次的、三次的な被害として、地価の上昇とか都市計画よりみたま地域開発の可能性に対する障害なども考慮に入れることが必要であるが、これらに関する詳細な資料がないので、とりあえず京都府による既往被害実績表のなかから比較的信頼できると思われる昭和27、28年(水田の被害額は計算値と実績がほぼ一致する。)の田畑地、宅地、工場、一般被害の合計額を用いて比較した結果、

$$K_f = \frac{\text{〔総被害額〕}}{\text{〔水田における被害額〕}}$$

とあらわしたときの、比例常数 K_f は約7.0となることが推定された。総被害額のうちには当然水田における被害のように数回の浸水によるものが合成されずに、年最大の浸水によつてのみ支配されるものも含まれているが、年々期待される被害は何十年に1度というような大きな浸水によるものの年平均値ではないので、このように簡単な比例常数 K_f を用いてもよいと思われる。 $P=0, 4, \dots, 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ の排水ポンプを備えた場合あるいは水門の計画高さを変えた場合につき年間の総被害額〔DA〕を求めた。

(2) 排水ポンプ設備の概算設計と建設費

まず水門、ポンプ場、横堤はいずれも図4-19に示した地点に設け、排水はいずれの場合も電動機直結ポンプによつて西高瀬川と連絡した吸水井から揚水し、横堤上に敷設した排水管によつて図4-19に示す桂川久我橋地点に排出する。

ポンプとしては $P=4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ に対し口径700mm、排水量 $3,600 \frac{\text{m}^3}{\text{hr}}$ のもの4台、

$P=10, 20, 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ に対しそれぞれ口径 900 mm, 排水量 $7,200 \frac{\text{m}^3}{\text{hr}}$ のもの 5 台, 10 台, 20 台とし, 排水管としてポンプと同じ口径の鋳鉄管をポンプ 1 台あたり 25 m, ついで $P=4 \sim 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ に対しそれぞれ口径 1,200 mm \times 2 条, 1,500 mm \times 2 条, 1,800 mm \times 2 条, 1,800 mm \times 3 条で 1 条延長 200 mm の遠心力鉄筋コンクリート管を用いるものとして損失水頭を求め, 原動機の出力を求めるとポンプ 1 台あたりそれぞれ約 82, 189, 262, 289 KW となる。これらにポンプ吸水井, ポンプ揚上屋, 電気設備, 弁類などを見込んで概算工費を求めた。

以上のポンプ設備に対しいずれの場合にも締切水門および横堤を必要とするので, 鴨川の計画高水位としてさきに用いた $\Sigma W_L = 0.01, 0.07, 0.333$ に対応した T.P. + 18.75, 18.15, 17.00 m を水門および横堤の計画高とした。これらに対しいずれも 1 基の幅 4 m の水門 5 門を設けるものとする。これらを合計して [IC] とした。

(3) ポンプの運転経費

ポンプ運転費用としては浸水時間中に要する運転電力料のみを考えることにし, 各年に確実に必要とする電力量の期待値を求める。(2) で設計した排水ポンプによつて, 前に用いた 9 回の出水時において図-4-26 に併示してある排水流量 Q_0 によつて, ポンプ運転台数と運転時間を求め, これによつておのおのの場合の総 KWH 数を求めた。この KWH 数とさきに求めたそれぞれの場合の F_0 の値との間に適当な関係があれば, $KWH \sim \Sigma W$ 曲線がえられ, 年最大, 2 番目, …… の浸水時における E [KWH] がえられるが, 種々考察を加えた結果図-4-35 に示すように $\frac{KWH}{KWH_{max}}$ と $\frac{F_0}{F_0, P=0}$ との間に最も密接な関係がえられた。 KWH_{max} とは, ある出水時に浸水位 H を常に無害水位 T.P. + 14.00 m に維持するために要する, すなわち被害を完全に防ぐために要する最大の KWH 数で $P=40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ の場合と同じポンプを増設するものと考えた。 $\frac{F_0}{F_0, P=0}$ は, 任意の排水ポンプを設置した場合の単独標準被害の, 水門のみを設置した場合のそれに対する比である。そこで 9 個の KWH_{max} によつて, (4-78) 式の [W] の形を求めると, $z_1 = -0.1165, z_2 = -0.4422$ を得た。ポンプ運転動力はもはや H_K, max , T_f とは無関係となり, あらたに降雨継続時間が影響を及ぼすことがわかる。13 年間の記録から各年最大, …… , 4 番目の [W]^{-1/z₂} を抽出し, 前同様の方法によつて [W]^{-1/z₂} $\sim \Sigma W$ の関係をへて KWH_{max} と ΣW との関係を求めた。これより E [KWH max] = $\int_0^1 KWH_{max} d\Sigma W$ として得られる。従つて図-4-35 を用いて E [KWH] = E [KWH / KWH_{max}] $\cdot E$ [KWH max] を得る。これらを年最大, 2 番目,

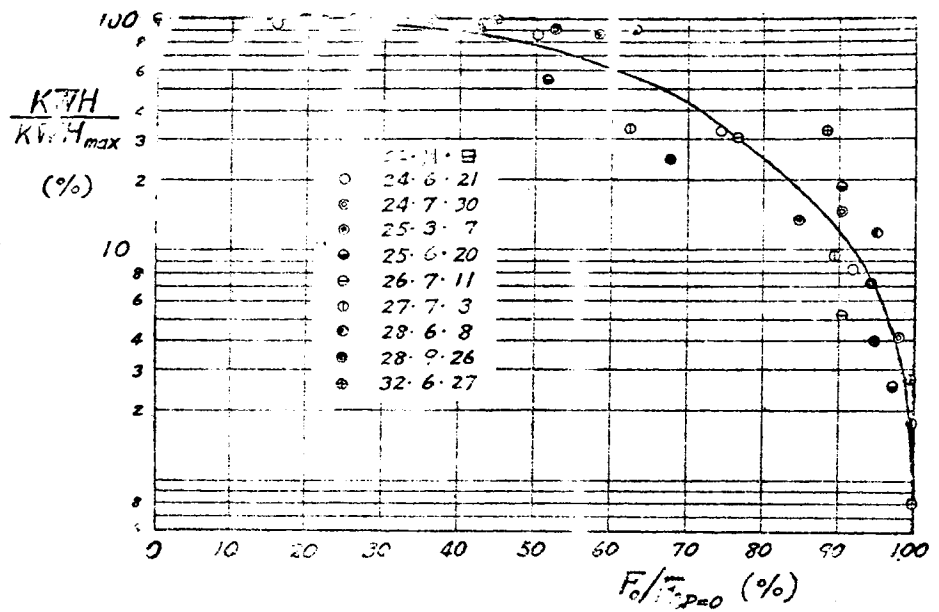


図-4-35

排水ポンプ運転電力と被害量との関係

.....と算術的に加算すれば、各年の ΣE (KWH) をうる。この計算結果を表-4-7に示す。

表-4-7 各年所要ポンプ運転電力量

	$E \text{ (KWH)}$				$E \text{ (KWH}_{max})$
	$P = 4 \frac{m^3}{sec}$	$P = 10$	$P = 20$	$P = 40$	
年 最 大	8,190	22,760	77,960	106,980	113,810
2 番 目	6,550	15,690	49,650	69,800	71,960
3 番 目	5,520	9,290	36,880	46,220	47,160
4 番 目	* 2,860	* 7,490	* 24,240	* 26,960	* 27,240
$\Sigma E \text{ (KWH)}$	23,120	55,230	188,730	249,960	260,170

注 * 生起確率0.757を乗じた値

上表からわかるように、排水ポンプの能力が大きくかつ浸水の大きさの順位が高いほど所要動力が多くなるが、ポンプ1台あたりの所要出力が異なること、 $P = 20 \frac{m^3}{s}$ 以上では全量運転を行なう時間が短かいかわりに総運転時間がきわめて長くなり急にKWH数が大きくなるが、以後運転時間が同じになるので KWH_{max} に漸近する。

表-4-7の $\Sigma E \text{ (KWH)}$ に1KWHあたりの電力料金を乗ずると、年間ポンプ運転動力費〔RC〕をうる。本例の計算ではこれを5円/KWHとした。

(4) 維持管理費および減価償却費

排水設備完成後の年経費としては、上述のポンプ運転経費のほか、維持管理費、人件費などがあるが、人件費は省略することにし、維持管理費として毎年総工事費〔IC〕の0.5%として計算した。

工事の償却計画の基礎となるのは各施設の耐用年数である。耐用年数を大きくするためには十分の維持管理が必要であり、一方実際に運転される時間が年間合計をしてもごくわずかであるということと関連して確率論的に検討することが必要であるが、この問題は今後の研究にまつこととし、一応ポンプ、水門などの機械設備は10年、排水管は20年、コンクリート工事30年、横堤50年として(4-69)式により償却年額〔SC〕を算

出した。なお $I' = 6\%$ とした。

(5) 総損失費用の算定

以上の結果から、 $P = 0, 4, \dots, 40 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ の各場合について、水門設計高に関連した超過確率 ΣW_L および被害係数 K_f を変化しつつ、年支出額の $\{DA\}$ 、 $\{RC\}$ 、 $\{MC\}$ 、 $\{SC\}$ を算出し、これらと $\{IC\}$ から総損失費用の現価総和 $\Sigma \{TC\}$ を求めた。現価総和の計算には期間を ∞ として (4-68)' 式によつたが、この場合割引き利率 I は 6% とした。これらを一括表示したものが表-4-8 である。表中 $P = 14, 19$ および $30 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ の場合は $\{IC\}$ の名内訳および $\{DA\}$ の値を、他の P の場合の結果から図上挿間によつて求めたものである。

なお $\{DA\}$ を支出に含むことは、これによつて被害を補償するという考え方にたてば容易に諒解できよう。

図-4-3 は 1 例として $\Sigma W_L = 0.01$ としたときの $\Sigma \{TC\}$ と P との関係を図示したものである。 $K_f = 1$ すなわち橋作被害のみを対象とすれば、自然浸水状態のままが最も $\Sigma \{TC\}$ が少なく、経済的には合理的であることを示している。しかし他の被害をも考慮して $K_f = 7$ とすれば、 $P \approx$

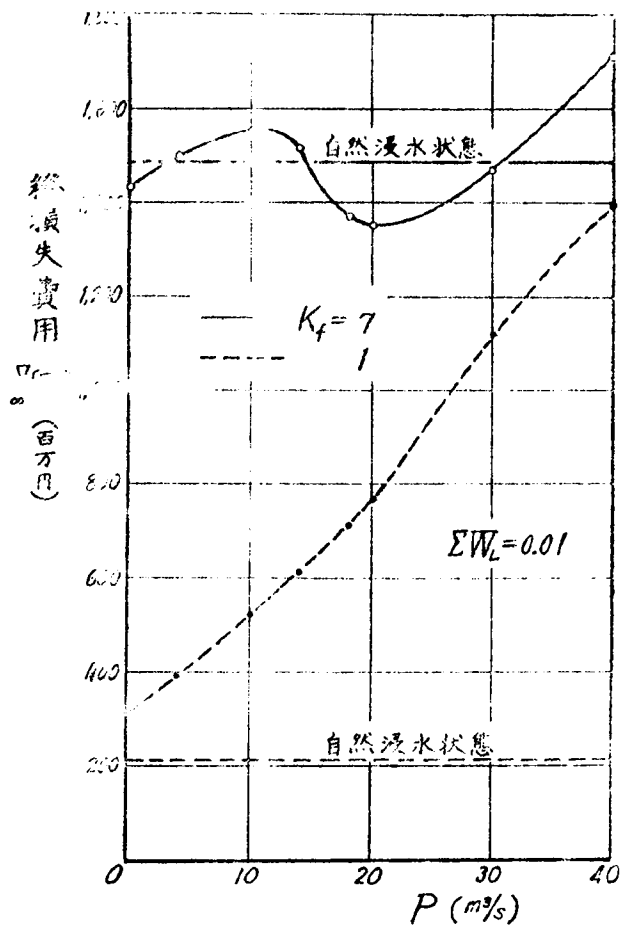


図-4-36

排水ポンプ容量と総損失費用との関係

排水設備能力			① 状 態	自然浸水	$P = 0 \text{ m}^3/\text{s}$			$P = 4$			$P = 10$		
					I	Ⅱ	Ⅲ	I	Ⅱ	Ⅲ	I	Ⅱ	Ⅲ
工事費 (IC)	ポンプ設備	②						35540	35540	35540	82480	82480	82480
	排水管設備	③						38460	38460	38460	60520	60520	60520
	水門扉設備	④		19680	16310	12710	19680	16310	12710	19680	16310	12710	
	コンクリート工事	⑤		1790	1640	1320	1790	1640	1320	1790	1640	1320	
	橋	⑥		9530	8050	4970	9530	8050	4970	9530	8050	4970	
	合 計	⑦		31000	26000	19000	105000	100000	93000	174000	169000	162000	
年 支 出 額	設置額 $K_f=1$	⑧	12760	11770	11790	1850	11100	11130	11270	10350	10450	10650	
	(DA)	⑨	89320	82390	82530	82950	77700	77910	78890	72450	73150	74550	
	年経費	⑩					116	116	116	276	276	276	
	ポンプ運転費(RC)	⑪					525	500	465	870	845	810	
	維持管理費(MC)	⑫		155	130	95	529	507	473	945	919	891	
	償却年額(SC) ($I'=6\%$)	⑬		1549	1286	998	5290	5027	4739	9452	9189	8901	
	合 計 $K_f=1$	⑭	12760	13474	13206	12943	17031	16773	16590	20938	20760	20637	
	(7)	⑮	89320	84094	83946	83043	83631	83553	84210	83048	83460	84537	
年支出現価総和 ($I=6\%$) $K_f=1$	⑯	213000	225000	220000	216000	284000	280000	277000	349000	346000	344000		
$\sum \{(DA)+(RC)+(MC)+(SC)\}$	⑰	1489000	1402000	1399000	1384000	1394000	1393000	1404000	1384000	1391000	1409000		
総損失費用 $K_f=1$	⑱	213000	256000	246000	235000	389000	380000	370000	523000	515000	506000		
$\sum (TC)$	⑳	1489000	1433000	1425000	1403000	1499000	1493000	1497000	1558000	1560000	1571000		

表-4-8

経 済 効 果
計 算 表

(単位:千円)

注) I, II, IIIは水門お

よび堤防の計画高が

それぞれ T.P.+

18.75, 18.15,

17.00m

 $(\overline{D}_L = 0.01, 0.07,$

0.333)の場合を示す。

①	$P = 14$			$P = 18$			$P = 20$			$P = 30$			$P = 40$		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
②							185,300	185,300	185,300				401,820	401,820	401,820
③							102,700	102,700	102,700				207,180	207,180	207,180
④							19,680	16,310	12,710				19,680	16,310	12,710
⑤							1,790	1,640	1,320				1,790	1,640	1,320
⑥							9,530	8,050	4,970				9,530	8,050	4,970
⑦	229,000	224,000	217,000	289,000	284,000	277,000	319,000	314,000	307,000	477,000	472,000	465,000	640,000	635,000	628,000
⑧	9,030	9,090	9,290	6,540	6,650	7,140	5,870	5,970	6,470	4,040	4,160	4,700	3,180	3,340	4,080
⑨	63,210	63,630	65,030	45,780	46,550	49,980	41,090	41,790	45,290	28,280	29,120	32,900	22,260	23,380	28,560
⑩	390	390	390	910	910	910	944	944	944	1,200	1,200	1,200	1,250	2,250	1,250
⑪	1,145	1,120	1,085	1,445	1,420	1,385	1,595	1,570	1,535	2,385	2,360	2,325	3,200	3,175	3,140
⑫	12,664	12,387	12,000	16,618	16,330	15,928	18,399	18,136	17,848	27,809	27,518	27,110	37,666	37,403	37,115
⑬	23,229	22,987	22,765	25,513	25,310	25,363	26,808	26,620	26,797	35,434	35,238	35,335	45,296	45,168	45,585
⑭	77,409	77,527	78,505	64,753	65,210	68,203	62,028	62,440	65,617	59,674	60,198	63,535	64,376	65,308	70,065
⑮	387,000	383,000	379,000	425,000	422,000	423,000	447,000	444,000	447,000	591,000	587,000	589,000	755,000	753,000	760,000
⑯	1,290,000	1,292,000	1,308,000	1,079,000	1,087,000	1,137,000	1,034,000	1,041,000	1,094,000	995,000	1,003,000	1,059,000	1,073,000	1,088,000	1,168,000
⑰	616,000	607,000	596,000	714,000	706,000	700,000	766,000	758,000	754,000	1,068,000	1,059,000	1,054,000	1,395,000	1,388,000	1,388,000
⑲	15,190,000	15,160,000	15,250,000	13,680,000	13,710,000	14,140,000	13,530,000	13,550,000	14,010,000	14,720,000	14,750,000	15,240,000	17,130,000	17,230,000	17,960,000

$20 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ において $\sum (TC)$ は最小になることがわかる。ただし $P=10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ 附近では極大値をもっており、かえつて自然浸水状態よりも損失が多い。同様のことは $P>30 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ についてもいえるので、実施するにはまず $P=0$ すなわち水門のみを設置し、ついでなるべく $20 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ 程度のポンプ容量を設備すべきであろう。

また表-4-8からわかるように、 $K_f=7$ の場合 $\sum (TC)$ の値は P が小なるうちは W_L を大きくすなわち横堤計画高を低くした方が得策で、逆に P が大となると W_L を小さくとるべきことがわかる。これは結局全施設の能力に釣合をもたせることであると考えられる。

8.4.6 要 約

本節においては低地区防止対策に関する経済設計の具体的な例として京都市西高瀬川下流部を対象として、水門およびポンプ排水による浸水被害軽減方法とその効果について述べてきた。8.3において述べた経済設計の基本理念に従って計画を実施しようとしても、多くの場合必要な資料がきわめて少ない。そこで本節においては、このような目的に達するまでに必要な種々の手段をもあわせ説明し、また浸水の機構の実際例についても若干の考察を試みたわけである。

本節において述べたところのうち、その要点を列記すると次のとおりである。

- (i) 西高瀬川排水区域のうち、市街地区域では降雨が非常に流出し易い反面、下流部の浸水区域では等価粗度も大きく流出がかなり遅れる傾向にある。
- (ii) 西高瀬川下流部における浸水現象は、現状においてはほとんど鴨川との合流点水位に支配され、さながら鴨川の遊水池の観がある。
- (iii) 浸水量あるいは浸水位の計算には、鴨川の影響を無視して求めた下流端流量を用い、(4-73)式によつて計算しても十分である。
- (iv) 排水設備の能力を増すほど浸水量は減少するが、総浸水時間を短縮するためには少なくとも $15 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ 以上の能力を要するようである。
- (v) 浸水に伴う稲作の減収量を浸水位、浸水時間から求めるため、標準無収穫面積を稲の生育時期により修正し、さらに同じ年にひきつづき起る浸水による被害を合成する方法を述べた。
- (vi) 浸水による被害を統計的に処理するため、降雨および桂川水位などの5個の水文量に関する年最大値の超過確率を求め、(4-78)式の函数を媒介として、標準無収穫

面積とその超過確率との関係を求め、一方年間の浸水生起回数と稲の生育時期とを考慮し、年々確実に生ずる水田被害の期待値を水門の設計高とも関連させつつ表-4-6のように求めた。

(vi) 水田被害から推定した全被害額は、1年平均約8,900万円強となる。排水設備の規模に対する経済効果を測定し、(4-70)式に従って総損失費用が最小となるポンプ容量を求めた。結果、最大能力は $18 \sim 20 \frac{m^3}{s}$ を最低基準とすべきことがわかった。

8.5 総 括

本章においては、下水道計画において考慮すべき重要な問題の1つとして低地区の浸水現象とそれに関連した排水設備の経済的あるいは合理的設計をとりあげた。それらの要点を総括しつつなお若干の考察を加えるとおよそ次のとおりである。

まず多くの場合排水区域の下流部に位置する低地区の浸水現象につき、広義の集排水の立場から低地区のもつ水理学的意義を明らかにしかつ現段階において解決すべき問題点を把握することにつとめた。すなわち、排水設備の合理的な計画を策定しその円滑な運転を行なうためには低地区へ管きよから雨水が逆流し、再び流入してゆく水理学的過程を詳細に解析しなければならない。この種の問題に関する1つの研究として、板倉博士の滯流式雨水量算定方法を検討した。低地区下流端における排水ポンプの容量を決定する場合下水管きよ内の貯溜容量に着目してポンプの能力を低下させることができるという考え方は、低地区自体の特性を利用したきわめて有効な方法であろう。ただ、設計公式には排水区域の諸要素が十分加味されてはおらず、また水理学的な取り扱い方が十分ではなかつたので、管内貯溜を利用して管きよ断面そのものを縮小しようとするいわゆる滯流式雨水量算定法は理論上かなりの無理があり、その適用結果が排水区域にいかなる影響を及ぼすかについても何ら考慮されなかつたのは遺憾である。

著者の考え方は滯流という現象をさらに広く浸水と拡張解釈したわけで管きよおよび低排水区域を一括して取り扱うべきであると述べた。このような考え方によつて降雨強度が計画確率を超過したようなとき、あるいはその場合に対して排水ポンプを併用しようとするときなどの現象を解析することができるはずである。本論文における基本理論としている横から流出入のある管流の基礎方程式を用いて浸水現象に対する一般方程式(4-54)~(4-58)を示したが、もとよりこれら方程式を厳密にとくことは不可能である。そこで、一様管路の定常流に対して第3章で提案した分割管路の比損失水頭法を応用するこ

とによつて、不定流に対する比損失水頭の近似値を与える図-4-15, 4-16を求め
るにとどめた。

しかしながらこれらの図によつて浸水現象の一般的な特性を十分理解することが可能で
あり通常われわれが経験で知っている事実を論理的に説明することができた。浸水の進行
時には、一般に管きよ下流側から流出を開始し漸次上流に波及していく。逆に減水時には
必ずしも全域にわたつて管きよへ流入するとは限らずポンプの運転のし方によつては上
流側で流出をつづけることがある。これらの点は管きよあるいはポンプの設計に対し慎重
な考慮を要するところであろう。

一方低地区浸水防止対策の合理的な設計を行なうことは下水道計画全体の経済性をも左
右するきわめて重要な問題である。本論文においてはこれまで主として集配水設計に関す
る最も基礎的な水理学的な問題を取り扱ってきたのであるが、最近における下水道計画を
総合的に検討すべき必要性にかんがみて本章では特に経済的設計に関する基本方針にもふ
れたのである。そこで低地区浸水防止対策として排水ポンプを設備する場合の経済性を考
慮する方法を一般的に示した。排水設備に要する総工事費のほか浸水による被害額、運転
費、維持管理費、減価償却費などを現価に割り引いた総損失費用をとり、これを最少にす
べきである。被害を損失費用とする考え方は一種のO.R.的なものであつて被害を補償
するという立場において容易に諒解できる。

最後にこのような経済的設計の具体的な例として、京都市西高瀬川下流部を対象にした
ポンプ排水計画を立案した結果について述べた。多くの場合そうであるように、西高瀬川
排水区域においても基礎となる水理観測資料あるいは浸水被害の資料がきわめて少ない。
従つて単に降雨および地形などをもとにして浸水機構の解析、被害量の推定、被害の生起
確率の処理など非常に多くの手数を必要とした。西高瀬川下流部における浸水の主原因が
その合流先の鴨川の背水であるので浸水現象は比較的容易に解析することができた。浸水
被害については水田における稲の標準減収を指標として全被害を推定したが、得られた結
果からも明らかなように総被害額の大小によつて経済設計の基準は大きく変化する。従つて
被害の合理的な推定方法を特に市街地について究明する必要がある。

以上本章でのべた内容はいまだ研究途上にある問題を多く含んでいる。浸水現象の解析
方法、全下水道計画を一括した合理的設計などである。これらに対して単に問題を指摘す
るにとどまつた事項もあるけれども、下水道における集排水の合理化という新たな観点に
たつことによつて研究を一步前進せしめたものと思う。

参 考 文 献

- 1) J.E.McKee; Loss of Sanitary Sewage through Storm Overflows, Jour. of Boston Soc. Civil Engrs., 34, 55 (1947).
- 2) C.L.Palmer: The Pollutational Effects of Storm-Water Overflows from Combined Sewers, Sewage and Industrial Wastes, 22, 154 (1950).
- 3) T.R.Camp: Overflows of Sanitary Sewage from Combined Sewerage Systems, Sewage and Industrial Wastes, 31, 381 (1959).
- 4) 速水頌一郎: 洪水流の理論について, 水工学最近の進歩, 土木学会水工学論文集, 25 (昭28).
- 5) 石原藤次郎, 金丸昭治, 中川博次: わが国河川の総合単位図の研究, 京大防災研究所創立5周年記念論文集, 181 (昭31).
- 6) T. Ishihara and A. Kanamaru: On the Application of the Unit Hydrograph Method to Runoff Analysis for Rivers in Japan, Bulletin of Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., No. 19, 1 (1958).
- 7) 石原藤次郎, 高棹琢馬: 単位図法とその適用に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 60号, 別冊3-3 (昭34).
- 8) 石原安雄: 雨水流出用演算器について, 土木学会論文集, 60号, 37 (昭34).
- 9) 岩垣雄一, 末石富太郎: 横から一様な流入のある開水路不定流について — 雨水の流出現象に関する水理学的研究 (第1報) —, 土木学会誌, 39, 575 (昭29).
- 10) Y. Iwagaki and T. Sueishi: Approximate Method for Calculation of Unsteady Flow in Open Channels with Lateral Inflow, Proc. of the 4th Japan National Congress for App. Mech., 1954, 235 (1955).
- 11) G.M. Fair and J.C. Geyer: Water Supply and Waste Water Disposal, John Wiley & Sons, Inc., 169 (1954).

- 12) 石原藤次郎, 岩井重久: 降雨曲線の決定に関する一統計的方法, 建設工学, 1, 1 (昭22)。
- 13) 石黒政嗣: 極値極限法による確率降雨強度式の算定法(2), 水処理技術, 2, 3号 (昭36)。
- 14) 寺岡 初: 福井市下水道の雨水量算定式について, 日本水道協会第11回上下水道研究発表会講演概要集, 162 (昭35)。
- 15) 板倉 誠: 滞流式雨水流出量算定方法の研究, 土木学会論文集, 28号, 1 (昭30)。
- 16) 広瀬孝太郎: 下水道学, 83 (昭25)。
- 17) A.L.Tholin and C.J.Keifer: The Hydrology of Urban Runoff, Proc. ASCE, 85, SA2, 47 (1959)。
- 18) 岩垣雄一: 開水路水流の基礎方程式について, —薄層流に関する研究(第6報)—, 土木学会誌, 39, 504 (昭29)。
- 19) 前出の書 11), 429。
- 20) 扇田彦一: 低落差送水管路の経済的送水方式, 水道協会雑誌, 252号, 9 (昭30)。
- 21) 岩垣雄一: 開水路水流の理論, 水工学最近の進歩, 土木学会水工学論文集, 5 (昭28)。
- 22) 末石富太郎: 特性曲線法による出水解析について — 雨水の流出現象に関する水理学的研究(第2報)—, 土木学会論文集, 29号, 74 (昭30)。
- 23) E.A.G. Johnson: Land Drainage in England and Wales, Proc. of the Instn. of Civil Engrs., Part 3, 3, No. 3 (1954)。
- 24) G. McLeod: Recent Land Drainage Pumping Stations, Jour. of Instn. of Water Engrs., 4, No. 6 (1950)。
- 25) H.G. Thusen: Engineering Economy, Prentice-Hall, Inc., 51 (1957)。
- 26) 石原藤次郎: 計画高水流量について, 水工学最近の進歩, 土木学会水工学論文集, 133 (昭28)。
- 27) 末石富太郎, 江崎一博: 西高瀬川下流部の内水排除計画について, 土木学会第14回年次学術講演会講演概要, Ⅱ部, 33 (昭34)。
- 28) 渡辺隆二: 河川改修に関連する堤内地の排水について, 土木学会誌, 38, 522 (昭28)。

1

結 論

第 9 章 結 論

9.1 本研究においてえられた主要成果

本論文では、上下水道施設における取水、送水、浄化、配水あるいは排水といった過程における水の移動現象を、集配水の合理化という立場にたつて広く考察を加え、それらの水理機構の解明、水理設計法の合理化をはかるとともに、また経済的設計法についても言及したものである。本研究の結果からえた主要な成果をとりまとめ、ここに本論文の結論としたい。

第Ⅰ編第1章においては、本論文の緒論として、本研究に着手した理由およびその意義などについて述べた。まず現段階の上下水道の分野に山積した多くの問題点を今後解決してゆくため、上下水道学が遠からず上下水道計画学といった方向と上下水処理学といった方向とに再編成されるであろうことを予想した。著者は主として前者の分野における諸問題の研究を遂行しつつあるが、このような上下水道施設の設計あるいは運営に関連した広義の計画学的な問題が、上水原水、浄水、雨水あるいは下水などの取水、集水、配水あるいは排水とその間にある浄水場、下水処理場を通る水の輸送現象を取り扱うことになるが、さらに視野を狭めて水処理施設内における水の集合、分散といった現象をも含めて「集配水」と定義したのである。そこで集配水を合理化するうえに必要な3つの手段として水理学的な問題、水質管理との関連および経済的な要素を研究解明してゆくことが考えられるが、本論文では、これらのうち第一段階として、主として水理学的な研究成果をとりまとめたわけである。従つて緒論においては本論文中であまりふれない集配水における水質学上の問題や経済的な問題についても略述しその性格を明らかにするとともに、今後の方針についても述べておいた。

第Ⅰ編は横から流出入のある流れを取り扱つたものである。本論文においては、上述のような集配水現象が多くの場合横方向に流出入を伴つた流れから構成されていることに着目し、まずそのような流れの基礎的な特性を把握することによつて、その結果を広く実際的に応用しようとしたわけである。そこで第2章では、まず横から流出入のある流れに関して、従来他の研究者によつて行なわれてきた研究成果の概要を述べ、それらを批判検討しつつ後章における著者の研究の参考にもしたわけである。岩垣博士らの研究によつて、この種の流れの基礎方程式特に運動方程式の意義が明確にされたことを述べたが、この結

果と比較して、上下水道における集配水設備の水理設計法自体に多くの是正すべき点のあることも示唆できた。

上下水道における集配水は管路によつて行なわれることが比較的多いので、第3章においては横から流出入のある管路のみをとりあげ、その最も基礎となる一様管路における定常流について詳細に論じ、また実験によつてもその結果を検証した。まず流出入を伴う一般管路の流れに対して連続方程式および運動方程式を導きそれらの水理学的な意義を説明した。運動量あるいはエネルギーのいずれの関係から導いた運動方程式も、開水路の場合と全く同様な流出入量に関する附加項を考慮すべきであり、流出のある場合にはみかけの抵抗が減少し、流入の場合にはこれが増加することが明らかとなった。この他に流出入孔における流出入量方程式を必要とするが、これら基礎方程式を用いて摩擦のない一様管路の特性が比較的簡単な三角函数あるいは双曲線函数によつて厳密に示された。管路にそつた圧力分布、流出入量分布あるいは管内流量の分布は、管断面に対する流出入孔の総有効開口比 β および上下流端流量比のみによつて定まり、一般に β が大きくなり、上下流端流量比が1に近づくほど管路上流部において流出あるいは流入が理論的にはなくなることもわかつた。また特に流出管路上流端の比損失水頭あるいは流入管路下流端の比損失水頭 K_0 あるいは K_L を重要な要素として導入し、以後これをしばしば利用した。ついでこのような流出入管路に摩擦抵抗を加えた場合について2, 3の近似計算法を示し、これらによつて流出入分布を計算してその特性を説明した。すなわち流出する場合には摩擦抵抗によつて流出量分布が管路全体について均等化することが可能となるが、流入管路では必ず不均等性を助長する。さらに摩擦抵抗に関する無次元比 $\lambda L/2R$ と、上述の β および上下流端流量比が大きくなると、流出管路に流入をあるいは流入管路に流出を伴うことが明らかにされ、その場合流出が常に上流側を占めている。本章において提案した種々の近似計算法のうち、比損失水頭法は管路の分割の程度によつて任意の精度をとることができるうえ、流出管路、流入管路のいずれにも用いることができるきわめて有効な方法である。また流出管路に対する β_{max}/β_{min} 法も実用的な方法であつて、以下の各章で均等な水配分を目的とする装置の研究に対し有効に利用された。一方こうした理論的研究結果を検討するため、実験室において流出および流入管路の条件を種々変えて実験を行なつた。流出管路における流量係数が管路にそつて変化する影響を除けば、理論と実験とはほとんど一致した。流出孔の流量係数が変化する機構に対しても若干の考察を加え、またその影響を考慮した流出管路の修正計算も上述の比損失水頭法を応用すれば容易に行なうること

を示した。本章において著者がとつた基本的な考え方は、流出入管路の基本形をいわゆる多孔管においたわけであるが、有効開口比 β を構成する各要素の影響、主として孔径と孔間隔の変化による影響を考慮することによつて、スリット管ないしはManifold System に対しても本章における研究成果が活用されるはずであり、水理学的な根拠も明快になることも指摘しておいた。

次に第Ⅲ編においては、上水道施設のうち主として浄水施設における広義の整流装置に関する検討とその水理的な立場からする設計方針を取り扱つたもので、理論的な方法はいずれも第3章で示した結果を直接利用するか、あるいはそれをさらに発展させたものである。従来上水道における集配水施設においては、集配水の水理特性を完全に無視するか、さもなくばその機構を十分把握することなく、いわゆる便宜的な考え方をとつてきたものが多く、第Ⅲ編でとりあげた集水堰きよ、整流壁、急速ろ過池集水装置などでは特にその影響が大きかつたと考えられる。

まず第4章においては集水堰きよによる取水量計算法を合理化する問題について述べた。従来の設計法は単に堰きよ横断面方向の地下水流のみに着目して導かれた公式を無批判に使用している状態であり、しかも集水孔の配置などについても十分な根拠をもっているものではないことを明らかにした。集水孔の配置は堰きよ延長、口径比 L/D によつて決定されるべきであるという標準を与えた後、堰きよの延長を考慮して合理的な設計を行なうべきであることを述べた。すなわち、実際設計において遭遇と思われる種々の設計条件に対して、流入管路の比損失水頭法を応用した設計法を具体的に示し、管径を変化する方法、下流端における流速と有効水頭の与え方などについても詳細な注意事項を述べた。この方法を従来の公式と組みあわせることによつて集水堰きよの水理設計法ははじめて完全なものになるはずであり、また堰きよ以降の導水系統における水理計算も確実化されることになった。

第5章において述べた多孔式整流壁による水流の整流機構は、本論文でとりあげたうちでも最も複雑なものの1つであつて、従来からも根本的な解明は何らなされていなかったといつて差し支えない。著者はこの問題に対する1つの試みとして、沈澱池流入部における流入きよ末端から整流壁に至る平面的区域を整流区域となづけ、整流区域内における整流壁に平行な流れを主流とし、それに対し整流された流れを流出量と考えることによつて、第3章において述べた流出管路の基礎方程式が適用されうるものとした。まず、任意の整流区域について一般式を誘導し基礎3方程式の他に、一般2次元流の運動方程式を用いて

主流と直角方向の圧力変化または水位変化を考慮した。整流区域と幅が等しくかつ整流壁に平行な流入きよをもつ場合についてこれらの基礎式を解いた結果、流入きよと整流区域の接続部に現われるごくわずかの遷移領域を除けば整流流速の分布は結果的には終端が閉塞した一様管路における流出量分布と同じ方程式であらわすことができ、整流壁に直角方向の水面が一定の形をもつ点だけが異なっている。従つて、整流孔の開口比を一定とする場合には常に流入きよから遠い側へ偏流することが明らかであり、従来の概念とは逆の結果となつた。次に整流壁に対して直角な流入きよをもつ整流区域では、逆流域と順流域の2つの領域に分けて考察することが妥当であることを説明した。すなわち逆流域、順流域ともにその主流が流出入をもつものとしたわけであつて、おのおのに対する基礎式を組み合わせ、可能な限り現象を簡易化して整流流速分布の基礎的な特性を求めることに主眼をおいた。このような近似解の数値計算例を示し、整流流速はきわめて微妙な振動型の分布をもつことおよび整流区域内に大規模な循環流を生ずることを明らかにした。以上の結果に対し実験整流壁を用いて検討を加えたが、整流壁に関する従来の実験方法の欠陥を指摘し整流壁の直接効果のみに注目して、沈澱部を分離した整流区域だけの実験装置を工夫した。整流流速分布に関する実験値は上述した2つの場合に対して理論値にかなりよく一致し、整流区域内における平面的な流れの模様も理論式によつてかなりよく説明できることが明らかになつた。上述の理論解析は粘性の影響を無視したものであるが、実用的に満足できることがわかつたので、整流壁の配置を種々変化した場合の平面的な整流特性をかなりの根拠をもつて予想することが可能となつた。なお、整流区域内のFroude数を増大して整流効果を安定にすべきことや、また模型実験を行なう場合の着眼点についても述べておいた。

第6章においては流出管路の組み合わせである急速ろ過池の多孔管型集水装置について述べた。著者は集水装置をその洗浄水配分機構に従つて、多孔管型とホイラー型とによつて代表される2つの型式に分類した。まず多孔管型についてはJenksおよびElmsの設計基準を批判検討しその問題点を明らかにした。本装置における主管と枝管の流れに対し流出管路の基礎式を適用し、それらを組み合わせて理論的解析をすすめ、主管に対する枝管の開口比よりも主として枝管のみの開口比が洗浄流量分布特性を支配することを示した。実際のろ過池における洗浄圧力の実測結果によつて理論計算法が十分なものであることも実証した。ついで本装置の水理設計基準を合理化かつ普遍化することを試み、具体的方法を第3章で提案した β_{max}/β_{min} 法によつてろ過池内の洗浄速度最大最小比を求める

図表を作製した。この結果洗浄速度の均等度のほか洗浄時の損失水頭をも考慮に入れて設計することが可能となつたばかりか、大型ろ過池に用いても十分な結果を与えうることを示した。なお集水装置のろ過水集水に対する機能は洗浄水配分に比較してあまり重要でないことや、集水装置の水理的な耐久性についても言及しておいた。一方ホイーラー型集水装置については、圧力水室内の流れの機構が非常に複雑であつて、理論的解析も困難をきわめることが予想され、本論文においては基礎方程式を示してそれを今後考察してゆく除可能と思われる方法を示唆するだけにとどめざるを得なかつた。しかし、圧力水室内の流れを一たん多孔管型として考えることによつて、最も単純な流れの挙動を定性的に説明することはでき、また同じ方法で洗浄水配分の機能が多孔管型よりもすぐれたものであることも明らかにすることができた。

以上第Ⅲ編でとりあげた問題は、上水道施設全体からみれば確かに比重の小さいいわば附帯設備に関するものが主となつた。しかしながら、従来永年にわたつて上水道あるいは下水道施設の設計、計画が行なわれてきた過程を概観すれば、何らかの新しい公式なり設計基準が発表されると、その後ほとんど無批判にそれが万能なものとして用いられてきた事実を否定することはできないと思われる。このような傾向の遠因が、水を取り扱いながらその基礎となる水理学的な考慮が不十分であつたことは見逃すことはできない。将来特に集配水を中心とした上下水道施設の設計、計画の合理化をはかる際において、このような考慮を欠くことは致命的な障害を招くことは明らかとなるのであつて、このような意味において、第Ⅲ編の内容はむしろ重要であると考えたのである。

最後に、第Ⅳ編では、下水道排水計画における雨水量算定方法の合理化とそれに関連した種々の問題につき広義の集配水あるいは集排水の立場から考察を加えたものである。まず第7章においては、雨水流出量算定法に対し横から流入のある開水路不定流の特性曲線法を適用した結果を述べた。従来用いられてきた雨水量算定公式として実験公式および合理公式をとりあげ、それらのもつている価値を水理学的に説明することを試み、実験公式では理論的根拠がきわめて薄弱であるとともに現在では合理公式と混同した考え方をとっている向きもあること、また合理公式では運動方程式が単に〔時流〕＝〔一定〕という形で考慮されているにすぎないことを指摘し、また公式の適用に際し定義すらあいまいな種々の要素を用いなければならないので何ら合理的ではないことを述べた。そこで著者は、降雨が管きよまたは水路へもたらす流入量を考慮した不定流現象にこれらの問題の基礎をおくべきであると考え、横から流入のある開水路不定流の特性曲線法を適用したわけであ

る。任意断面水路に対する特性曲線の近似計算法を下水管きよに適用するため種々の実用化をはかった結果、管きよ内水流の抵抗法則には流入量の影響を無視してもよく、きわめて簡単に特性曲線を求めることができるようにした。その際標準特性曲線のみを用いて任意時刻の任意の位置の時間流量曲線を求める方法を述べ、さらに標準特性流量曲線の対数図式法を提案してこの方法を一層便利にしたので、単に管きよ断面の決定のみならず下水道管きよにおける量的制御の点からもきわめて有効なものといえる。排水区域に降った雨量から管きよへの流入量を求める際にも同様な特性曲線法を用いたのであるが、この際著者は排水区域を等価粗度係数なる概念を導入した等価排水区域に置換する方法を提案した。このような考え方を用いて、従来不確かであつた台理公式における各要素に逐一検討を加え、流出係数、流入時間、流下時間に対して明確な定義を与え、その結果これらをすべて等価排水区域の等価粗度係数で律する方が理論的根拠も明らかになりうることを述べた。また降雨強度公式の形の如何によつてはむしろ流下時間より短かい降雨継続時間の降雨を考慮すべき場合もあるという新しい着目点をも示した。なお等価粗度係数を決定するための理論的な方法も述べておいたが、今後多くの実測資料によつてその特質を把握することは必要である。

第8章は、下水道排水区域内でも最も問題が多く、しかも合理的経済的な考慮を欠くことのできない低地区の浸水現象と排水設備の計画方法について取り扱つたものである。これらの問題に関連して、排水ポンプの容量設計を行なう板倉博士の方法が管きよ内の貯留現象のみを対象としているのに対し、著者は排水区域と管きよを一括して論ずるための基礎式を誘導した。しかしこれらの基礎式を一般的に解くことはきわめて困難であるので、浸水過程における管きよからの流出あるいは流入が起る機構を、第3章で提案した流出入管路の比損失水頭法によつて説明することを試みた。その結果浸水時の下水管きよでは流出および流入が上流側、下流側のいずれにおいても生ずることが可能であり、実際管きよの設計あるいは排水ポンプの運転操作上注意すべきであることがわかつた。最後に排水設備を合理的に設計計画するために考慮すべき経済的要素について、被害と工事費とを含めた総損失費用の現価総和を最小にすべきことを述べた。この種の計画例として京都市西高瀬川下流部の浸水防止対策を示したが、なお実際問題を取り扱う場合に必要となる種々の方針をもあわせ明らかにした。

以上のごとく第Ⅳ編においては下水道計画の根幹をなす雨水排除の方策について種々の観点から論じたわけであるが、今後下水排除方式の選定の問題などを含めて、第7章およ

び第8章の方法を総合した研究をすすめるべきであり、第Ⅳ編の内容はその基礎となるものであると考える。

9.2 結 言

本論文は、上下水道における集配水の合理化に必要な基礎的研究をとりまとめたものであつて、9.1に述べたようにかなりの成果を収めることができた。もちろん、ホイーラー型集配水装置とか、低地区浸水現象のごとく、一般的な考察を行なうにとどめた問題もあるけれども、今後も漸進的に解明を加えてゆくつもりである。また本論文においては取り扱わなかつた他の集配水設備に対しても、これまでに得られた成果を活用して研究をすすめるとともに、さらに水質学的、経済学的手段をも総合して、より充実した集配水ないしは上下水道計画手法の完成を目標として努力してゆきたいと考えている。

終りにのぞみ、本研究に着手して以来終始御懇篤な御指導御鞭撻を賜つた石原藤次郎教授、岩井重久教授、岩垣雄一教授ならびに合田健教授に対し衷心より謝意を表するとともに、また著者が大阪市水道局に在職中、長谷川寛一工務課長をはじめ諸先輩から実際問題に対する種々適切な御助言を得たことも銘記しておきたい。さらに本研究を遂行するにあたり常に協力を惜しまれなかつた江崎一博、水口昇治、近藤義道、柘植益男、林田和久、諸頭達夫の諸氏に対しても厚く感謝する次第である。